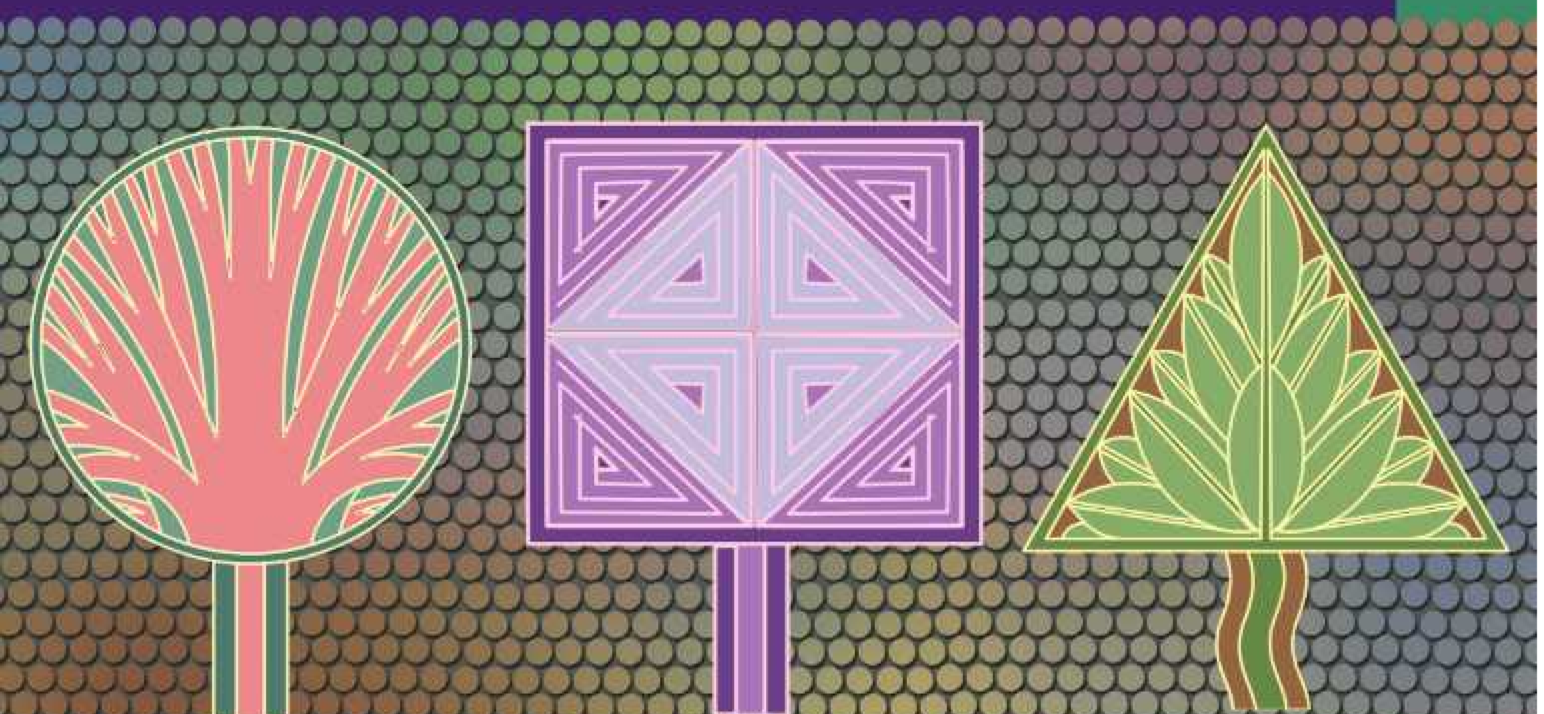
গণিত
শিখন ও শিক্ষণ



গণিত শিখন ও শিক্ষণ

পশ্চিমবঙ্গ সরকার
বিদ্যালয় শিক্ষা বিভাগ
রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ (প. ব.)

প্রকাশক :

অধিকর্তা

"রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ, পশ্চিমবঙ্গ"

গ্রন্থস্বত্ব :

প্রকাশক কর্তৃক সংরক্ষিত

ISBN : 978-81-937413-4-4

প্রথম প্রকাশ : ডিসেম্বর, ২০১৮

পুনর্মুদ্রণ : জানুয়ারি, ২০২৩

পরিমার্জিত সংস্করণ : মে, ২০২৫

সম্পাদনা (পরিমার্জিত সংস্করণ) :

শ্রীমতী কৃষ্ণা ব্যানার্জী, লেকচারার (অবসরপ্রাপ্ত), চিত্তরঞ্জন পি.টি.টি.আই., কোলকাতা

সঞ্চালক :

সুব্রত কুমার বিশ্বাস, রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ, পশ্চিমবঙ্গ

উমাবতী হেম্ব্রম, রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ, পশ্চিমবঙ্গ

প্রচ্ছদ : তমাল মোহান্ত

মুদ্রক :

ওয়েস্ট বেঙ্গল টেক্সট বুক কর্পোরেশন লিমিটেড

(পশ্চিমবঙ্গ সরকারের উদ্যোগ)

কলকাতা - ৭০০ ০৫৬

মুখবন্ধ

এন.সি.টি.ই.(NCTE)-র ২০১৪ সালে নবনির্মিত পাঠ্যসূচি অনুযায়ী **'গণিত শিখন ও শিক্ষণ'** গ্রন্থটি পূর্ণাঙ্গ রূপ পেয়েছে। এটি Diploma in Elementary Education (D.El.Ed.)-এর পাঠক্রমের অন্তর্ভুক্ত এবং এই বিষয়ের সমগ্র কার্যক্রমটি সম্পাদিত করার জন্য দুই বছরের সময়সীমা নির্ধারিত করা হয়েছে। এই পাঠক্রমের মূল বা প্রধান লক্ষ্য হল "National Curriculum Framework for Teacher Education (NCFTE 2009)" অনুসারে শিক্ষার পরিবেশ ও পদ্ধতির রূপান্তরকরণ। আর এই রূপান্তর বর্তমান সময়ের দ্রুত পরিবর্তনশীল সমাজ, পরিবেশ তথা জীবনযাত্রার সঙ্গে সামঞ্জস্য বজায় রেখে চলার জন্য একান্তভাবেই অপরিহার্য। এই পরিবর্তনের কথা স্মরণে রেখেই বর্তমান গ্রন্থের পাঠ্যসূচির সংশোধন ও সংযোজন করা হয়েছে। যেহেতু গ্রন্থের বিষয়বস্তু কোনোভাবেই লিখিত বিষয়ের মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে না, তাই বর্তমান গ্রন্থে শুধুমাত্র বিষয়ের রূপরেখা ও নির্দেশনা প্রদান করা হয়েছে।

এই বইটি লেখার মূল উদ্দেশ্যগুলি হল -

ক) শিক্ষামূলক বিভিন্ন বিষয়ের উপর সামগ্রিক দৃষ্টিভঙ্গি গ্রহণ।

খ) মানব প্রকৃতি, সমাজ, শিখন ও শিক্ষার লক্ষ্য সম্পর্কে মৌলিক ধারণা অর্জন।

গ) শিক্ষার বিভিন্ন উপাদান সম্পর্কে জ্ঞান অর্জন।

ঘ) শিক্ষকগণ দ্বারা পরিচালিত শিখন ও শিক্ষণের মধ্যে সুস্পষ্ট ধারণা লাভ।

ঙ) পাঠক্রম ও শিশুর জ্ঞান নির্মাণের বিভিন্ন পদ্ধতি সম্পর্কে ধারণা লাভ।

চ) বিদ্যালয়ে নেতৃত্বদান, ব্যবস্থাপনা, কার্যকারিতা এবং এর গুণমান সম্পর্কে জ্ঞান অর্জন।

রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ, পশ্চিমবঙ্গ (SCERT, WB) এবং জেলা শিক্ষা ও প্রশিক্ষণ সংস্থার (DIET) যৌথ গবেষণামূলক কাজ এই পাঠ্য বইটি। শিক্ষক-শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে নতুন D.El.Ed. কোর্সের জন্য উপযুক্ত পাঠ্যপুস্তকের অভাবের কারণে এই সংস্থা সরকারি নির্দেশিকা 712-Edn(CS)/8T-17/79 তারিখ 21.05.1980 অনুসারে বিভাগ (iii), (iv), (viii) এবং (x) 'Development of Teaching Clarity' নামক একটি প্রকল্প গ্রহণ করে। এই প্রকল্পের প্রতিটি কর্মশালায় উপস্থিত শিক্ষক-প্রশিক্ষকদের কাছ থেকে যে কথাটি স্পষ্টভাবে উঠে এসেছিল তা হল - 'D.El.Ed.-এর জন্য প্রয়োজন সঠিক শিক্ষণ ও শিখন উপকরণ'।

এই গ্রন্থটি রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ, পশ্চিমবঙ্গ (SCERT, WB) এবং বিভিন্ন জেলা শিক্ষা ও প্রশিক্ষণ সংস্থার প্রতিটি কর্মীর অক্লান্ত পরিশ্রমের ফসল। বইটির বিষয়বস্তু একাধিক প্রক্রিয়ার মধ্য দিয়ে তৈরি করা হয়েছে। সমস্ত প্রচেষ্টাই সার্থক হবে যদি এটিকে শিক্ষক- শিক্ষার কার্যক্রমের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করা হয়। শিক্ষাক্ষেত্রে **'গণিত শিখন ও শিক্ষণ' (Mathematics for the Elementary Teacher Education)** প্রয়োগের মাধ্যমে এই প্রক্রিয়াকে রূপান্তরিত করা হলে আমাদের পরবর্তী প্রজন্ম সঠিকভাবে শিক্ষিত হবে। প্রাথমিক প্রয়োগ ও গবেষণার ম্যামে বিষয়বস্তু প্রস্তুত করা এবং তা পরে চূড়ান্ত সম্পাদমায় বিবেচনা করা, এই ধাপগুলো পার করেই আজকের এই বইটির আবির্ভাব।

বইগুলির প্রকাশনার পর পরবর্তীতে এর পরিমার্জিত সংস্করণ প্রকাশ করার জন্য বিভিন্ন শিক্ষক-শিক্ষণ প্রতিষ্ঠানের থেকে অনুরোধ আসে। সেই ভাবনা থেকে বর্তমানে পরিমার্জন সংস্করণের কাজটি অধিকর্তা, রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ,

পশ্চিমবঙ্গ (SCERT, WB) মহাশয়ার তত্ত্বাবধানে শ্রী সুব্রত কুমার বিশ্বাস, রিসার্চ ফেলো, গ্রেড-II, রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ, পশ্চিমবঙ্গ (SCERT, WB) মহাশয় এবং শ্রীমতী উমাবতী হেম্ব্রম, রিসার্চ ফেলো, গ্রেড-II, রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ, পশ্চিমবঙ্গ (SCERT, WB) মহাশয়ার সঞ্চালনায় দলগতভাবে করা হয়েছে। বর্তমান বইটির পরিমার্জিত প্রতিলিপি করার জন্য গঠিত দলটিতে নিযুক্ত ছিলেন - শ্রীমতী কৃষ্ণা ব্যানার্জি, লেকচারার (অবসরপ্রাপ্ত), চিত্তরঞ্জন পি.টি.টি.আই., কোলকাতা।

যেহেতু অনুশীলনকারী শিক্ষক-প্রশিক্ষক ও D.El.Ed. প্রশিক্ষণার্থীদের দ্বারা এই পরিমার্জিত প্রতিলিপি কাজটির সমালোচনা সর্বোত্তমভাবে করা যেতে পারে, তাই বর্তমান গ্রন্থের যে-কোনো গঠনমূলক সমালোচনা আন্তরিকভাবে কাম্য।

বর্তমান বইটি পূর্বের তুলনায় অনেক তথ্য, চিত্র ও উদাহরণ দ্বারা সমৃদ্ধ। বইটি যদি পাঠকদের চাহিদা পূরণ করতে পারে, তাহলে এই পরিমার্জিত সংস্করণের প্রচেষ্টা যথাযথ স্বীকৃতি পাবে।

ড. ছন্দা রায়

অধিকর্তা

রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ (প. ব.)

CPS-03 : Mathematics for the Elementary Teacher Education

Maximum Marks=100

Internal=30

External=70

Pass Marks=40% of Full Marks in each of the External & Internal Evaluation

Student Contact = 90 hours

Objectives

- To enable student-teachers to develop deeper insights into the content areas of mathematics at the primary level.
- To make student-teachers aware of factors that exercise impact on the process of acquisition of mathematical knowledge
- To sensitize student teachers about the ways in which children respond to mathematical knowledge
- To help student-teachers develop skills, have deeper insights, acquire appropriate attitudes, learn effective strategies that promote effective children's learning.
- To appreciate the importance of mathematics laboratory in learning mathematics.

Unit-1: Perspective about Mathematical Knowledge - 1 — **Class- : 9 hours**

- Meaning, nature and characteristics of mathematics — 2 hours
- Processes in mathematics - mathematical representations, mathematical relations, mathematical reasoning, problem solving in mathematics and communication in mathematics. — 5 hours
- Goals of Mathematics Education - Cognitive, affective and Psychomotor domain — 2 hours

Unit-2 : Perspective about Mathematical knowledge - 2 — **Class- : 10 hours**

- Aims of teaching mathematics- disciplinary, utilitarian, recreational. — 3 hours
- Objectives of mathematics education of elementary level in terms of competencies/learning outcomes, development of interest and appreciation — 5 hours
- Effect of socio-cultural back ground of children on mathematical knowledge — 2 hours

Unit-3: Pedagogic Content Knowledge - 1 — **Class- : 7 hours**

- Number : Number concepts, counting, place value, rational numbers, Arithmetic operations, Fractions, Decimals — 4 hours
- Spatial understanding and Shapes - vocabulary of special relationship, basic geometrical shapes and their characteristics, Triangle, Rectangle, Square, Circle, Sphere, Cylinder and Cone, Rectangular parallelopiped, cube. — 3 hours

Unit-4 : Pedagogical content knowledge - 2 — **Class- : 6 hours**

- Measurement : Length, perimeter and area of square & rectangle circle, weight, volume, Time and money — 4 hours
- Data handling : Collection and representation of data through various methods - tables, tallies, pictogram and bar graph - interpretation of idea — 2 hours

Unit - 5 : Elementary Statistics — **Class- : 8 hours**

- Basic concept in statistics — 1 hour
- Tabulation of Data — 2 hours
- Graphical presentation thereof — 2 hours
- Measure of Central Tendency and dispersion — 3 hours

Unit - 6 : Conceptualization of Mathematics **Class- : 15 hours**

- Constructivist Approach in Mathematics 2 hours
- Activity based learning, strategies for concept formation and concept attainment, structuring activities for inductive thinking and inquiry based learning, structuring learning, activities using manipulative, story problems, games, outdoor activities and real life situations 5 hours
- Co-operative learning strategies (learning together technique) 1 hour
- Theory of Mathematics learning : Piaget, Vygotsky, Dienes, Bruner 4 hours
- Concept of Estimation - Measurement related 1 hour
- Use of out of School Mathematics for conceptualization of Formal Mathematics 2 hours

Unit-7 : Resource in Mathematics Learning **Class-: 6 hours**

- Preparation and use of learning materials in mathematics. 4 hours
- Principles of selection and effective use of LTM

Unit-8 : Learning methods and approaches of Mathematics **Class-: 7 hours**

- Observation, experimentation, Demonstration, Problem Solving 4 hours
- Project 3 hours

Unit - 9 : Planning for Teaching Mathematics : **Class-: 10 hours**

- Unit wise process based lesson planning, Preparation of lesson notes on the basis of competencies 8 hours
- Planning for Teaching - Addressing problems in mathematics teaching and their probable solutions. 2 hours

Unit - 10 : Assessment of mathematics Learning **Class-: 12 hours**

- Meaning and purpose of assessment and evaluations 2 hours
- CCE in mathematics, Formative and Summative 4 hours
- Tools of assessment in mathematics - Achievement test and diagnostic test in mathematics construc tion and use 4 hours
- Assessment of misconceptions in Mathematics 2 hours

Mode of Curriculum Transaction :

Lecture Cum demonstration and hands on experiences on the productions of audio-visual materials.

Internal Works :

Students may undertake any one of the following activities.

- Assignment on Construction of test items.
- Preparation and demonstration of teaching aids for constructive class room.
- Action Research for improvement on Mathematics Teaching and Learning.

Course Evaluation :

Evaluation is process- based. A procedure for conducting evaluation in both the internal and external is as follows:-

- **Internal marks-30**

Distribution of the Marks :

Assignment-10

Internal Examination/Paper Presentation/Group wise or Individual-10 Marks

Attendance - 5 Marks

Overall Participation = 5 Marks

- **External Evaluation :**

  External hour-3 hours External Marks =70

সূচিপত্র

প্রথম অধ্যায়	:	গাণিতিক জ্ঞানের প্রেক্ষিত - ১ (Perspective about Mathematical Knowledge - 1)	১
দ্বিতীয় অধ্যায়	:	গাণিতিক জ্ঞানের প্রেক্ষিত - ২ (Perspective about Mathematical Knowledge - 2)	১৬
তৃতীয় অধ্যায়	:	শিক্ষণ সংক্রান্ত বিষয় জ্ঞান - ১ (Pedagogical Content Knowledge - 1)	৩১
চতুর্থ অধ্যায়	:	শিক্ষণ সংক্রান্ত বিষয় জ্ঞান - ২ (Pedagogical Content Knowledge - 2)	৭৪
পঞ্চম অধ্যায়	:	প্রারম্ভিক রাশিবিজ্ঞান (Elementary Statistics)	১১১
ষষ্ঠ অধ্যায়	:	গণিতের ধারণাকরণ (Conceptualisation of Mathematics)	১৩৬
সপ্তম অধ্যায়	:	গণিত শিখনে সম্পদ (Resource in Mathematics Learning)	১৬৮
অষ্টম অধ্যায়	:	গণিত শিখনে পদ্ধতি ও ধারা (Learning Methods and Approaches in Mathematics)	১৭৬
নবম অধ্যায়	:	গণিত শিক্ষণের পরিকল্পনা (Planing for Teaching Mathematics)	১৯১
দশম অধ্যায়	:	গণিত শিখনের অ্যাসেসমেন্ট (Assesment of Mathematics Learning)	২৩০
নমুনা প্রশ্নপত্র (Model Question Paper)			২৫৪

অধ্যায় 1

গাণিতিক জ্ঞানের প্রেক্ষিত - ১
(Perspective about Mathematical Knowledge - I)

1.1 ভূমিকা (Introduction)
1.2 উদ্দেশ্য (Objectives)
1.3 গণিতের সংজ্ঞা (Meaning of Mathematics)
1.4. গণিতের প্রক্রিয়াসমূহ (Process of Mathematics)
1.5 গণিত শিক্ষার মূল লক্ষ্য (Goal of Mathematics Education)
1.6 সারসংক্ষেপ (Summary)
1.7. অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1.1 ভূমিকা (Introduction)

গণিত মূলত বিমূর্ত (abstract) যার পরিধি দিনের পর দিন বিস্তৃত ও ব্যাপক থেকে ব্যাপকতর হচ্ছে ও ভবিষ্যতে আরও ব্যাপক বিস্তৃতি লাভ করবে। যেহেতু প্রারম্ভিক স্তরে শিশু শিক্ষার্থীদের পরিণমন স্তর অনেক অপর্যাপ্ত তাই এই স্তরের শিক্ষার্থীরা শুধুমাত্র গাণিতিক নিয়মগুলি গ্রহণ করতে পারে না। বাস্তব হিসাবনিকাশের ফলাফল থেকে এই সমস্ত অজস্র বিমূর্ত নিয়মগুলো তৈরি হয়েছে। নিয়মগুলি হৃদয়ংগম ও স্মৃতিনির্ভর করতে হলে প্রথমেই একটি মূর্ত ধারণা গড়ে তুলতে হবে যে মূর্ত ধারণা থেকেই ধীরে ধীরে গড়ে তুলতে হবে বিমূর্ত নিয়মগুলি। প্রারম্ভিক স্তরে এটি প্রথমে মূর্ত বিজ্ঞান পরে এই বিষয়টি বিমূর্ত বিজ্ঞান। বাস্তব ফলাফলের সঙ্গে সংগতি রেখে বিমূর্ত নিয়মগুলি তৈরির সময় যুক্তি বিজ্ঞান কাজ করে। নতুন আবিষ্কারের ক্ষেত্রে গণিতের প্রয়োগ অপরিহার্য। ডারউইন বলেছেন "Every new body of discovery is mathematical in form."

1.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

(i) গণিত শিক্ষার প্রকৃতি ও বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে আলোচনা করতে পারবে।

(ii) প্রাথমিক স্তরে গণিতের অর্থ সম্পর্কে বিবৃত করতে পারবে।

(iii) যে-কোনো সমস্যাকে গাণিতিক ভাষায় উপস্থাপন, গাণিতিক সমস্যার সমাধান, গণিতে ব্যবহৃত চিহ্ন, প্রতীক, সংকেত ব্যবহার করতে পারবে।

(iv) দ্রুততার সঙ্গে বিভিন্ন ধরনের mathematical reasoning-এর সমাধান ও প্রয়োগ করতে পারবে।

(v) গণিত শিক্ষার সার্বিক লক্ষ্যের তিনটি ক্ষেত্র যথা— (1) প্রজ্ঞামূলক ক্ষেত্র (Cognitive Domain), (2) অনুভূতিমূলক ক্ষেত্র (Affective Domain) ও (3) মানস সঞ্চালনমূলক ক্ষেত্র (Psychomotor Domain) সম্পর্কে প্রত্যেকটি ব্যাখ্যা করতে পারবে।

1.3 গণিতের সংজ্ঞা (Meaning of Mathematics)

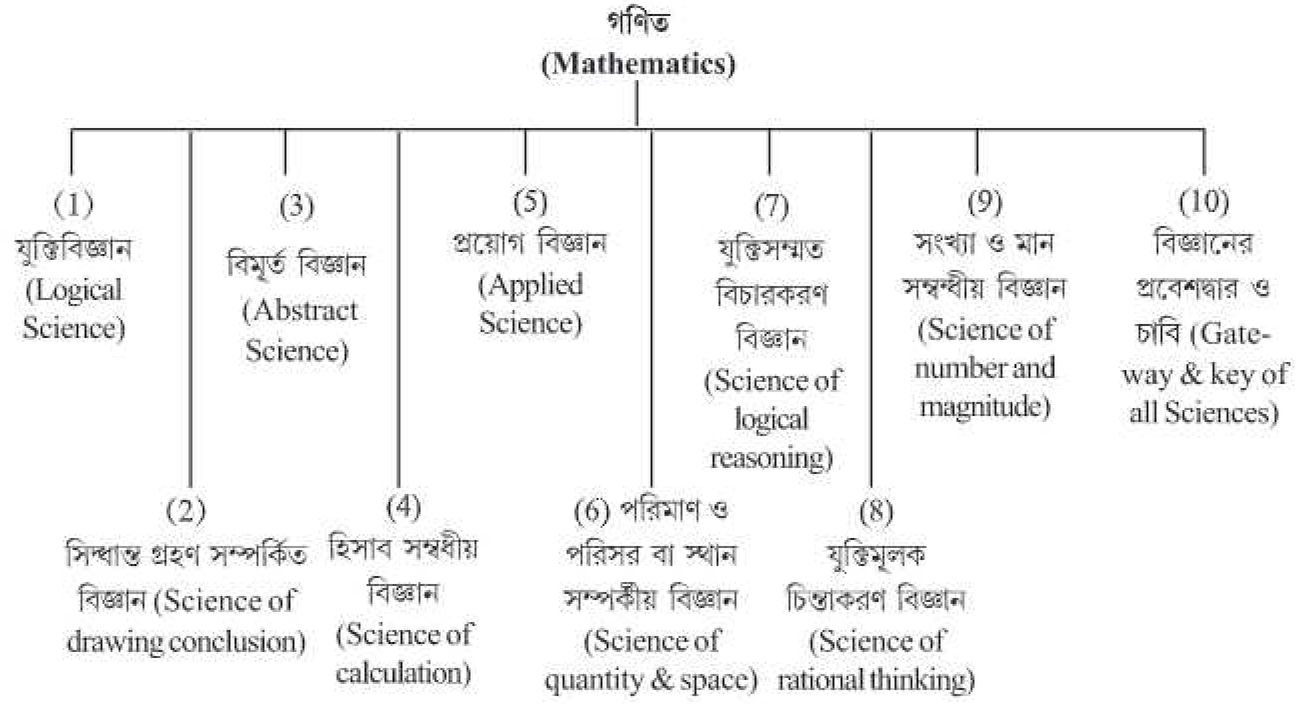
ইংরেজি Mathematics শব্দটি এসেছে গ্রিক শব্দ 'Mathe' থেকে যার অর্থ 'শিক্ষা করা'। আবার অনেকে বলেন Mathematics শব্দটির উৎস গ্রিক শব্দ Mathemata যার অর্থ শিক্ষণীয় বিষয়। গণিতে সংজ্ঞা হিসাবে Oxford Dictionary-তে আছে 'The science of space, numbers and quantity.' অর্থাৎ গণিত হল সংখ্যা, স্থান ও পরিমাণের বিজ্ঞান। গণিত হল

মানসিক চিন্তাধারার ফলশ্রুতি। রজার বেকনের মতে 'Mathematics is the gate and key of all sciences'— অর্থাৎ গণিত হল বিজ্ঞানের প্রবেশদ্বার। গণিতের প্রাথমিক ধারণাগুলি অনুসন্ধান দ্বারা প্রাপ্ত এরপর যুক্তির দ্বারা ব্যাখ্যা করে নির্দিষ্ট সিদ্ধান্তে উপনীত হয়। লক বলেছেন, 'Mathematics is a way to settle in the mind a habit of reasoning.' গণিত যুক্তিবাদী হওয়ার অভ্যাস গড়ে তোলে।

গণিতের বিভিন্ন সংজ্ঞাগুলি বিশ্লেষণ করে যা পাওয়া যায় তা হল—

- গণিত প্রকৃতপক্ষে এমন একটি বিমূর্ত বিজ্ঞান যা অবরোহ ধারায় স্পেস (space)/স্থান ও সংখ্যাগত সম্পর্কের প্রাথমিক ধারণাকে অনুসন্ধান করে এবং সত্য উদ্‌ঘাটন করে থাকে।
- গণিত হল পরিমাণ ও ক্ষেত্র সম্পর্কীয় বিজ্ঞান।
- গণিত যুক্তিভিত্তিক বিচারকরণের (Logical Reasoning) মাধ্যমে সিদ্ধান্ত গ্রহণের বিজ্ঞান।
- এটি গণনা (Counting), পরিমাপ (Measurement) ও হিসাব (Calculation) নির্ণায়ক বিজ্ঞান।
- এটি সাধারণীকরণের বিজ্ঞান (Science of Generalisation)।
- এটি চিন্তাকরণ সম্পর্কীয় বিজ্ঞান (Science of Thinking)।

1.3.1 গণিতের বিভিন্ন ধারণাগুলিকে নকশার আকারে সাজালে এভাবে সাজানো যায়—



1.3.2 গণিতের প্রকৃতি (Nature of Mathematics) :

গণিত শুধুমাত্র হিসাব ক্ষেত্র নয়। গণিত দ্বারা সাধারণীকরণ (Generalisation), সম্বন্ধীকরণ (Relationships) এবং যুক্তিগ্রাহ্য বিচারকরণ (Reasoning) করা সম্ভব। এই বিষয়ের প্রকৃতিগুলি হল—

(i) গণিত হল সংক্ষিপ্ত (Precise) ও নিখুঁত (Accurate) : গণিতের ফলাফল হয় সত্য নতুবা মিথ্যা হয়।

(ii) গণিত হল ধারাবাহিক বিষয় (Sequenced subject) : গণিতের প্রতিটি বিষয় বা ধারণাগুলি ধারাবাহিকভাবে পরস্পরের উপর নির্ভরশীল। একটি ধারণার জ্ঞান সম্পূর্ণ না হলে পরবর্তী ধারণা লাভ করা সম্ভব নয়।

(iii) গণিতের নিজস্ব ভাষা ও চিহ্ন (Symbol) বর্তমান : গণিতের ভাষা সংক্ষিপ্ত ও সংকেতবাহী (Symbolised)। গাণিতিক ভাষার দ্বারা যে-কোনো বড়ো বিবৃতি (Statement) সংক্ষিপ্তভাবে লেখা সম্ভব।

(iv) গণিত হল বিমূর্ত (Abstract) : গণিতের বেশিরভাগ বিষয়গুলি হল বিমূর্ত। বিষয়গুলিকে সাধারণ বস্তুসমূহ দিয়ে মূর্ত করা যায় না। বিষয়গুলিকে কোনো বস্তু দ্বারা মূর্ত করার চেষ্টা করা হয় কিন্তু ধারণাটি আসলে বিমূর্ত। যেমন- যে-কোনো সংখ্যা ৫ তাকে ৫টি কাঠি দিয়ে মূর্ত করা হয়।

(v) গণিত ছবি (Pattern) ও সম্বন্ধের (Relation) মেলবন্ধন : ছবি ও সম্বন্ধের অদ্ভুত মেলবন্ধন গণিতে দেখা যায়। এদের সাহায্যে গণিতের বহু ধারণাগুলির সাধারণীকরণে (Generalisation) উপনীত হওয়া যায়।

(vi) যৌক্তিকতা (Logical) : গণিত হল যুক্তির বিজ্ঞান। গণিতের ধারণাগুলি যুক্তির দ্বারাই প্রতিষ্ঠিত।

(vii) গণিতের সঙ্গে অন্যান্য বিষয়ের অনুবন্ধতা (Corelation)। গণিতের ধারণাগুলির অন্যান্য বিষয়ের সঙ্গে অনুবন্ধ রয়েছে। বিজ্ঞানের সব শাখার সঙ্গে গণিতের সম্পর্ক সরাসরি রয়েছে। এ ছাড়াও অন্যান্য বিষয়ের সঙ্গে গণিতের অনুবন্ধ রয়েছে।

(viii) গণিতের বিভিন্ন শাখার মধ্যে অনুবন্ধতা (Corelation) : গণিতের বিভিন্ন শাখা যেমন— পাটিগণিত, বীজগণিত, জ্যামিতি পরস্পর সম্পর্কযুক্ত।

(ix) গণিতের নিজস্ব ভাষা ও চিহ্ন (symbol) বর্তমান : গণিতের ভাষা সংক্ষিপ্ত ও সংকেতবাহী। গাণিতিক ভাষার দ্বারা যে কোনো বড়ো বিবৃতি সংক্ষিপ্তভাবে লেখা সম্ভব। গণিতের ভাষা শুদ্ধ, নির্দিষ্ট, সুসংজ্ঞায়িত, স্পষ্ট ও ব্যাবহারিক।

(x) গণিত হল প্রকৃত বিজ্ঞান (True science) : গণিত এমন একটি বিজ্ঞান যা সর্বদাই স্পষ্ট যুক্তিভিত্তিক, প্রণালীমূলক, প্রতীকমূলক এবং বিচারমূলক।

(xi) গণিতের ধারণাগুলি ব্যক্তি নিরপেক্ষ ও পরিমাপধর্মী। নির্ভুলতা, নিশ্চয়তা, প্রয়োগধর্মিতা, গাণিতিক পদ্ধতির অবিচ্ছেদ্য অঙ্গ।

(xii) ব্যক্তির ধারণা ও সিদ্ধান্তকে ব্যাখ্যা করে তার যথার্থতা নির্ণয় করে গণিত।

1.3.3 গণিতের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of Mathematics) :

গণিত যুক্তিভিত্তিক বিচারকরণ ক্ষমতার (Logical reasoning) উৎস, সত্য ও মিথ্যার— প্রকৃত সন্ধান দিয়ে থাকে ও দ্বিধাদ্বন্দ্বের অবসান ঘটায়। গণিতের প্রকৃতির এই অন্তর্নিহিত শক্তিগুলিই হল তার বৈশিষ্ট্য।

বৈশিষ্ট্যগুলি নীচে আলোচনা করা হল :

(1) **নির্ভুলতা (Accuracy) :** গণিতের ফলাফল নির্ভুল। এই বিজ্ঞান সুনির্দিষ্ট ও সঠিক বিজ্ঞান। নির্ভুল ফলাফল পাওয়ার জন্য দরকার নির্ভুল, চিন্তা, যুক্তি ও বিচার ক্ষমতার প্রয়োগ ঘটানো। গণিত কখনোই কোনো ব্যক্তিকে প্রতারিত করে না এ ছাড়া ভুল যুক্তি ও চিন্তার সুযোগও দেয় না। গণিত মানবমনের সঙ্গে ওতপ্রোতভাবে জড়িত। গণিত সকল যুগে ও সব স্থানেই এমনকী মহাবিশ্বের যে-কোনো অবস্থানে একই ফল দিয়ে থাকে। স্থানকাল ভেদে ব্যাপকতার দিক দিয়ে কিছু তারতম্য যদিও থাকে বা থাকতে পারে তবুও প্রকৃতিগত দিক দিয়ে কোনো প্রভেদ থাকে না। যেমন, $2+2=4$ হয় কোনো পরিস্থিতিতেই এটি 5, 3.9 বা 5.1 হবে না। অথবা $5\times7=35$ হয়, 36 বা 34 ইত্যাদি হয় না। গণিতে যেমন সমস্ত বিষয়েই একটি নিখুঁত, সুষ্ঠু বিজ্ঞানসম্মত পরিণতি লাভ করা যায় তা অন্য কোনো বিষয়ের ক্ষেত্রে এরূপে সম্ভব হয় না। এই দিক দিয়ে বিবেচনা করলে গণিতকে সমস্ত জ্ঞানের আদর্শ স্বরূপ বলা যায়।

(2) **নিশ্চয়তা (Certainty) :** গণিতে যে-কোনো সিদ্ধান্ত অপর সিদ্ধান্তের পরিপূরক (Supplementry), পরিপন্থী (Contradictory) নয়। ব্যক্তিবৈষম্যের ফলে গণিতের মূল সিদ্ধান্ত কখনও পরিবর্তিত হতে পারে না। গণিতশাস্ত্রে নিজেদের ভুল নিজেরাই সংশোধন করার সুযোগ পান গণিতজ্ঞরা।

স্কটল্যান্ডে একটি ট্রেনে একজন গণিতবিদ, পদার্থবিদ এবং জ্যোতির্বিদ ভ্রমণ করছিলেন। তাঁরা জানালা দিয়ে একটি ভেড়াকে মাঠে দেখতে পাচ্ছিলেন। এই দেখে প্রথমে জ্যোতির্বিদ মন্তব্য করলেন, ''স্কটল্যান্ডের ভেড়ার রং বোধ হয় কালো''। একথা শুনে পদার্থবিদ বললেন, ''স্কটল্যান্ডে ভেড়ার একটা দিক সম্ভবত কালো।'' কারণ তাঁরা ভেড়ার অপর দিকটা দেখতে পাচ্ছিলেন না। শেষে গণিতবিদ মন্তব্য করলেন, ''স্কটল্যান্ডে অন্তত একটি ভেড়া আছে যার অন্তত একটি পিঠ কালো।'' এই হল গণিতের নৈর্ব্যক্তিকতা (Objectivity)।

(3) **মৌলিকতা (Originality) :** গণিত শিক্ষার মাধ্যমে শিক্ষার্থী রীতি অনুযায়ী এবং যুক্তিপূর্ণভাবে কর্ম সম্পাদনের অভ্যাস গঠন করে এবং সঠিক দৃষ্টিভঙ্গি গঠনের মাধ্যমে স্বাধীন ও মৌলিক চিন্তা করার দক্ষতা অর্জন করে এবং কাজের মাধ্যমে নিজে আত্মবিশ্বাসী হয়ে ওঠে ও তার নিজস্ব ব্যক্তিত্ব গড়ে ওঠে।

গণিতের বিভিন্ন শাখা ও উপশাখাগুলি পরস্পর বিচ্ছিন্ন নয় বরং এরা পরস্পর সম্পর্কযুক্ত। বিষয়বস্তু ও পদ্ধতিগত দিক থেকে বিচ্ছিন্নভাবে গড়ে উঠলেও এদের মধ্যে যথেষ্ট মৌলিক সাদৃশ্য বর্তমান।

(4) **প্রযোজ্যতা (Applicability) :** গণিত বিশেষ কোনো সিদ্ধান্তে উপনীত হতে সাহায্য করে। প্রাথমিক সূত্র যদি সত্য হয় তবে গণিতের সিদ্ধান্ত নির্ভুল হতে বাধ্য। কারণ প্রাথমিক সূত্র থেকেই সব সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায়। কিন্তু গণিতে প্রাথমিক সিদ্ধান্ত থেকে অবশ্যম্ভাবী সিদ্ধান্তে আসা যায় না। প্রারম্ভিক সূত্র ও সিদ্ধান্তের মধ্যে যথেষ্ট ফারাক থাকে এবং কতকগুলি শর্তের ওপর নির্ভরশীল হয় যেমন রাজধানী এক্সপ্রেস হাওড়া থেকে দিল্লি পৌঁছাতে সময় নেয় 14 ঘণ্টা, এ থেকে এই সিদ্ধান্তে আসা যাবে না যে আগামী জানুয়ারি মাসের 25 তারিখে দিল্লিগামী রাজধানী এক্সপ্রেস 14 ঘণ্টাতেই দিল্লি পৌঁছাবে।

(5) **সরলতা (Simplicity) :** গণিতের চিন্তাধারা খুবই সহজ সরল। কিছু বাস্তব উদাহরণ ও কিছু সংজ্ঞার ওপর ভিত্তি করে ধীরে ধীরে জটিল থেকে জটিলতর সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায়। শিক্ষার্থীর গ্রহণ করার ক্ষমতা কতটা তা জেনে বুঝে শিক্ষক ধীরে ধীরে বিষয়বস্তুকে শিক্ষার্থীর গ্রহণযোগ্য ও বোধগম্য করে তোলেন। নির্দিষ্ট কিছুসংখ্যক তথ্য, সূত্র, ধারণা মনে রাখলেই তার ওপর নির্ভর করে স্মৃতিতে অতিরিক্ত চাপ না দিয়েই অনায়াসে কার্যোদ্ধার করতে পারে। যেটি অন্য অনেক বিষয়েই সম্ভব হয় না।

(6) **যুক্তির পরিমাপ (Measure of logic) :** লক-এর মতে "Mathematics is a way to settle in the mind of children a habit of reasoning". যুক্তিধারা অনুসরণ করে অবশ্যম্ভাবী সিদ্ধান্তে পৌঁছানো যায়। পূর্বে যে যুক্তি অখণ্ডনীয় বলে মনে হত আধুনিক গণিতে তা অগ্রাহ্য হয়েছে। গণিতের অগ্রগতিতে পরীক্ষা, অনুমান, ধারণার যথেষ্ট স্থান আছে।

যুক্তিগ্রাহ্য সহজ সরল গতি গণিতের নিজস্ব বৈশিষ্ট্য। গণিতে প্রথমে সংজ্ঞা দেওয়া হয় পরে সংজ্ঞা থেকে প্রকল্প গঠিত হয়, সংজ্ঞা ও প্রকল্পের ওপর ভিত্তি করে যুক্তিগ্রাহ্য ধাপে ধাপে অগ্রসর হওয়ার মাধ্যমে নির্ভুল সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায়।

(7) **প্রাকৃতিক ঘটনা ও গণিত (Natural facts and Mathematics) :** প্রাকৃতিক সব ঘটনাই গাণিতিক নিয়মে ঘটে, প্রত্যেকটি প্রাকৃতিক ঘটনা গণিত দিয়ে ব্যাখ্যা করা যায়।

(8) **ফলাফলের সত্যতা (Measure of logic) :** গাণিতিক সমস্যাগুলি যে-কোনো সময়ে যে-কোনো জায়গায় প্রয়োগ করলে একই ফল পাওয়া যায় এবং গণিতের ফলাফলগুলি বিপরীতমুখী প্রক্রিয়া দ্বারা যাচাই করে নেওয়া যায়।

1.4. গণিতের প্রক্রিয়াসমূহ (Process of Mathematics)

1.4.1. গাণিতিক ভাষায় উপস্থাপন ও সম্পর্ক স্থাপন প্রক্রিয়া (Mathematical Representation & Relation) :

(ক) গাণিতিক উপস্থাপন (Mathematical Representation) :

গণিত সংক্রান্ত চিন্তা-ভাবনার বিকাশ করতে, সংরক্ষণ করতে, এবং কারো কাছে প্রকাশ করতে গাণিতিক উপস্থাপন খুবই গুরুত্বপূর্ণ। গাণিতিক উপস্থাপন বলতে এমন একটি পদ্ধতি বোঝায় যার মাধ্যমে চিহ্ন, সংখ্যা, ছবি, গ্রাফ অথবা সমীকরণ ব্যবহার করে গণিতের ধারণা এবং সম্পর্ক প্রকাশ করা হয়।

এটি গণিতের একটি মৌলিক দিক। জটিল ধারণা এবং সমস্যাগুলি সহজভাবে বিশ্লেষণ এবং প্রকাশ করতে এটি সহায়তা করে। যেমন : পাঁচটি যে-কোনো বস্তু, ধরা যাক, পাঁচটি আম পাতা, এটিকে 5 দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

গণিত হল পরিমাপক বিজ্ঞান। কোনো জিনিসের পরিমাপ করতে গেলে দুটি জিনিস লাগে, একটি হল সাংখ্যমান (value) এবং অপরটি একক (unit), কারণ শুধু সাংখ্যমানের মাধ্যমে পরিমাপ সঠিকভাবে বোঝা যায় না। যদি দোকানে বলা যায় পাঁচ চাল দিন তাহলে দোকানদার অর্থ বুঝতে পারবে না পাঁচ কেজি না পাঁচ শত গ্রাম না পাঁচ কুইন্টাল।

এই কেজি, গ্রাম বা কুইন্ট্যাল শব্দগুলি গণিতের শব্দ। এই শব্দগুলির মাধ্যমেই গাণিতিক ভাষায় পরিমাপের প্রকাশ করা হয়। বিভিন্ন জিনিসের পরিমাপের জন্য এই গাণিতিক শব্দ বা এককও বিভিন্ন হয়। সাধারণত দৈর্ঘ্য, ওজন এবং সময়ের পরিমাপ মিটার, কিলোগ্রাম এবং সেকেন্ডের এককে প্রকাশ করা হয়।

আমাদের ব্যাবহারিক জীবনেও এককের ব্যবহার করতে পারা যায়। এক (1) মিটার কথাটি বললে কতটা দৈর্ঘ্য এক (1) মিটার হয় সেই ধারণাটা আন্দাজ করা যেতে পারে। বর্ধমান থেকে কলকাতার দূরত্ব কত এবং সেটা ট্রেনে বা বাসে যেতে কতটা সময় লাগে তার ধারণা কিলোমিটার, ঘণ্টা প্রভৃতি একক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

গাণিতিক উপস্থাপনার গুরুত্ব :

- এটি জটিল ধারণা এবং সমস্যা সহজভাবে বিশ্লেষণ এবং প্রকাশ করতে সহায়ক।
- এটি একটি পরিষ্কার এবং পরিমাপক পদ্ধতিতে গণিতের ধারণা প্রকাশ করতে সহায়তা করে।
- গণিতের সম্পর্ক এবং প্যাটার্নগুলি বিশ্লেষণ ও সমাধান করতে এটি খুবই কার্যকরী।
- গ্রাফ এবং চিত্রগুলি গণিতের বিমূর্ত ধারণাগুলিকে আরও মূর্ত সহজবোধ্য করে তোলে।

(খ) গাণিতিক সম্পর্ক (Mathematical Relation) :

গাণিতিক সম্পর্ক এমন একটি ধারণা, যা, কীভাবে গাণিতিক বিষয়গুলি একে অপরের সঙ্গে যুক্ত তা প্রকাশ করে। প্রাথমিক বিভাগ থেকে উচ্চতর গণিতে বিষয়বস্তুগুলি বেশিরভাগই সহজ থেকে জটিল পদ্ধতিতে মানের ক্রম অনুযায়ী সাজানো আছে। প্রত্যেকটি বিষয়বস্তুর একটির সঙ্গে আরেকটির সম্পর্ক বিদ্যমান। যেমন, সংখ্যা, যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ ইত্যাদির সম্পর্ক রয়েছে। উদাহরণস্বরূপ :

পাঁচটি ফুলদানির প্রত্যেকটিতে তিনটি করে ফুল রয়েছে, মোট ফুলের সংখ্যা এইভাবে লেখা যায় :— $5 \times 3 = 15$

বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ একক যেখানে r একক হল বৃত্তের ব্যাসার্ধ, এবং π-এর মান $\frac{22}{7}$। উদাহরণের মাধ্যমে গাণিতিক সম্পর্ক জানতে পারা যায়।

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গএকক

একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া হলে তার পরিসীমা হবে তিনটি বাহুর সমষ্টি (a + b + c) একক।

1.4.2. গাণিতিক যৌক্তিকতা বা বিচারকরণ (Mathematical Reasoning) :

গাণিতিক যুক্তি হল সমস্যা সমাধান, প্রমাণ করা বা সিদ্ধান্ত নেওয়ার জন্য যুক্তিসংগত এবং সুশৃংখলভাবে চিন্তা করার প্রক্রিয়া। এটি প্যাটার্ন বিশ্লেষণ, অনুমান তৈরি এবং দেওয়া তথ্য বা নিয়মের উপর ভিত্তি করে সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে সাহায্য করে। গাণিতিক যুক্তি ধারণাগুলো গভীরভাবে বোঝা এবং সেগুলো কার্যকরভাবে প্রয়োগ করার জন্য খুবই গুরুত্বপূর্ণ। এটি সমস্যা সমাধান এবং সমালোচনামূলক চিন্তায় সাহায্য করে।

দুই ধরনের যৌক্তিকতা গণিতে ব্যবহার করা হয়। যেমন :

আরোহী বিচারকরণ বা Inductive Reasoning এবং অবরোহী বিচারকরণ বা Deductive Reasoning.

আরোহী বিচারকরণ : কতকগুলি বিশেষ বিশেষ দৃষ্টান্ত থেকে সাধারণ সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়াকে আরোহী বিচারকরণ বলে। যেমন :

$1\times0=0$, $2\times0=0$, $3\times0=0$, $4\times0=0$, $5\times0=0$, $6\times0=0$ অতএব, বলা যেতে পারে কোনো সংখ্যাকে শূন্য দিয়ে গুণ করলে গুণফল শূন্য হয়।

অবরোহী বিচারকরণ : আগেই প্রমাণিত কোনো সিদ্ধান্তের উপর ভিত্তি করে বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে এর সত্যতা প্রমাণ করাকে অবরোহী বিচারকরণ বলে। যেমন :

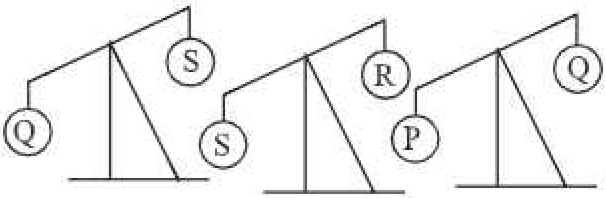
কোনো সংখ্যার এককের অংক 0 বা 5 হলে সেই সংখ্যাটি 5 দ্বারা বিভাজ্য হবে। এই সত্যটি আগেই প্রমাণিত

$10\div5=2$, $15\div5=3$, $20\div5=4$, $25\div5=5$, $25\div5=5$, $30\div5=6$ ইত্যাদি।

1. প্রদত্ত অঙ্কগুলির (Digits) সাহায্যে গঠিত বৃহত্তম পূর্ণসংখ্যা কোন্‌টি? 3 , 5 , 1

   (a) 135 (b) 315 (c) 531 (d) 351

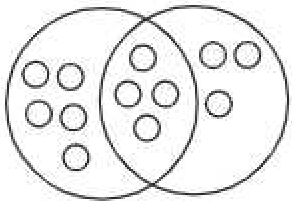
2. নিম্নলিখিত চিত্রগুলি থেকে কোন্ বলটি সবথেকে হালকা নির্ণয় করো?



   (a) P (b) Q (c) R (d) S

3. ভেন চিত্র থেকে নির্ণয় করো কতগুলি তারা এবং বই উভয়ই আছে?

   (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6



তারা উভয় বই

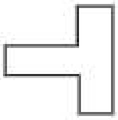
4.

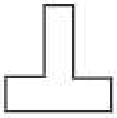
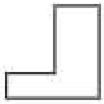
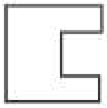
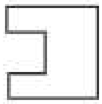
57	86	71	76

উপরের ছক থেকে প্রাপ্ত কোনো দুটি সংখ্যার যোগফল 143

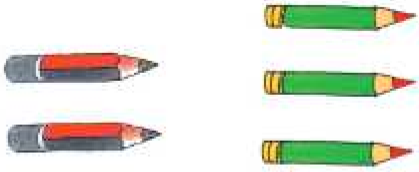
(a) 86 এবং 76 (b) 71 এবং 76 (c) 57 এবং 86 (d)57 এবং 76

5. নিম্নলিখিত চিত্রগুলির মধ্যে কোনটি নীচের চিত্রের অনুরূপ?



(a)  (b)  (c)  (d) 

6. রাহুলের 1টি পেনসিল ও 1টি ক্রেয়নের প্রয়োজন। চিত্রে বর্ণিত পেনসিল ও ক্রেয়নগুলির মধ্য থেকে কতরকম উপায়ে (Different combination) 1টি পেনসিল ও 1টি ক্রেয়ন নির্বাচন করা সম্ভব?



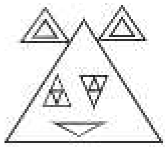
পেনসিল ক্রেয়ন

(a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 6

7. 12টা বাজতে কত মিনিট বাকি আছে?

(a) 7 (b) 25 (c) 15 (d) 35

8. চিত্রে কতগুলি ত্রিভুজ আছে?



(a) 8 (b) 9 (c) 10 (d) 11

9. 9834-তে 8-এর স্থানীয় মান কত?

(a) 8×1 (b) 8×10 (c) 8×100 (d) 8×2000

10. আপেলের ওজন মাপা যায় ___________ দিয়ে

(a) ইঞ্চি (b) মিলিমিটার (c) লিটার (d) গ্রাম

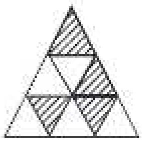
11. কোনো মাসের শেষ দিন বুধবার হলে পরের মাসের শুরুর দিন কী বার?

(a) বৃহস্পতিবার (b) সোমবার (c) বুধবার (d) মঙ্গলবার

12. কোন্ বর্ণটিকে দুইভাগে ভাগ করা যায় না যাতে রেখাগুলি সমাপাতিত হয়?

(a) A (b) O (c) L (d) U

13. চিত্রে চিহ্নিত করা অংশগুলিকে ভগ্নাংশে কীভাবে লিখবে?



(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{5}{8}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{5}{9}$

14. লুপ্ত অঙ্কটি নির্ণয় করো :

(a) 6 (b) 8 (c) 7 (d) 9

$$\begin{array}{r} 9\ 8\ 5\ 7 \\ -\ 7\ 9\ ?\ 8 \\ \hline 1\ \boxed{8}\ 7\ 9 \end{array}$$

1.4.4 গণিতে সমস্যা সমাধানের পদ্ধতি (Method of Problem solving in Mathematics) :

সমস্যা সমাধান পদ্ধতি হল এমন একটি পদ্ধতি যার সঙ্গে বাস্তবের মিল আছে এবং শিক্ষার্থীর পক্ষে সেটি জীবনকেন্দ্রিক হবে। শিক্ষার্থীরা ধাপে ধাপে সমস্যার সমাধান করবে।

যে প্রক্রিয়ায় শিক্ষক ও শিক্ষার্থীরা সমবেত প্রচেষ্টায় কোনো শিক্ষামূলক অসুবিধা দূর করেন তাকে সমস্যা সমাধান পদ্ধতি বলে। এই পদ্ধতির মূল প্রবক্তা হলেন জন ডিউই। তিনি বলেছেন শিক্ষার মাধ্যমে শিক্ষার্থী প্রকৃত জীবন সমস্যার সঙ্গে পরিচিত হয় এবং এই সমস্যা সমাধানের প্রত্যক্ষ অভিজ্ঞতা থেকেই শিক্ষা হয়।

শিক্ষা ও সমস্যা সমাধানের এই পারস্পরিক ভিত্তিতে সমস্যা সমাধান পদ্ধতির সৃষ্টি হয়েছে।

- **সমস্যা সমাধান পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য (Features of Problem Solving Method) :**

(i) পাঠ্য বিষয়বস্তুর বিশেষ ধরনের বিন্যাস।

(ii) বিষয়বস্তুর উপস্থাপন হবে সমস্যার আকারে।

(iii) সমস্যাটি এমন হবে যা শিক্ষার্থীর মানসিক অবস্থাকে সক্রিয় করবে।

(iv) সমস্যাটির সমাধান শিক্ষার্থীর মানসিক স্তরে সম্পন্ন হবে।

(v) অপরের সাহায্য না নিয়ে শিক্ষার্থীরা নিজেরাই করবে।

(vi) শিশুর পরিণমন অনুযায়ী সমস্যা হবে বাস্তব ও জীবনমুখী।

(vii) এই পদ্ধতিতে শিশুর যুক্তি ও বিচার ক্ষমতা বৃদ্ধি পাবে।

(viii) কোনো নতুন কিছু আবিষ্কার করার আগ্রহ জন্মায়।

(ix) শিক্ষার্থীরা স্ব-শিক্ষণে সর্বদা সচেষ্ট হয়।

(x) শিক্ষার্থীর সক্রিয়তা পূর্ণমাত্রায় বজায় থাকে।

- **সমস্যা সমাধান পদ্ধতির স্তরসমূহ :**

প্রথম স্তর (সমস্যা উপস্থাপন) : শিক্ষার্থীদের কাছে সমস্যাটি এমনভাবে উপস্থাপন করতে হবে যাতে সেটি জীবনকেন্দ্রিক হয়ে ওঠে এবং শিক্ষার্থীরা সমাধানে উৎসাহিত হয়। সমস্যা শিক্ষার্থীরা পরিণমন অনুযায়ী হবে এবং সমস্যার সঙ্গে শিক্ষার্থীর যোগাযোগ থাকা প্রয়োজন।

দ্বিতীয় স্তর (সমস্যা বিশ্লেষণ) : সমস্যাটি কয়েকটি অংশে ভাগ করে সমাধানে অগ্রসর হতে হবে। সমস্যাটিতে কী কী দেওয়া আছে আর কী কী চাওয়া হচ্ছে তো ছোটো ছোটো প্রশ্নের আকারে বিশ্লেষণ করা যেতে পারে।

তৃতীয় স্তর (তথ্য সংগ্রহ) : শিক্ষার্থীরা সমস্যাটি সমাধানের জন্য বিচ্ছিন্নভাবে তথ্য সংগ্রহ করতে পারে—

(i) সমস্যা সম্পর্কে শিশুর নিজস্ব অভিজ্ঞতা থেকে সংগ্রহ

(ii) অন্যান্য অভিজ্ঞতা কেন্দ্র থেকে তথ্য সংগ্রহ করা যেতে পারে।

(iii) তথ্য সংগ্রহের জন্য বিভিন্ন ম্যাগাজিন বা অন্যান্য বই-এর সাহায্য নেওয়া যেতে পারে।

চতুর্থ স্তর (তথ্য বিশ্লেষণ) : শিক্ষার্থী তার বুদ্ধি ও দক্ষতার সাহায্যে পরীক্ষার মাধ্যমে তথ্য বিশ্লেষণ করবে, সমস্যার সঙ্গে বিশ্লেষণলব্ধ জ্ঞানের সম্পর্ক বিচার করবে এবং সম্পর্ক খুঁজে বার করার পর সিদ্ধান্তে আসবে।

পঞ্চম স্তর (সিদ্ধান্ত গ্রহণ) : তথ্য বিশ্লেষণের মাধ্যমে সার্বিক উপায়গুলি বের করে সমাধানে অগ্রসর হয়।

ষষ্ঠ স্তর (যথার্থতা নির্ণয়) : তথ্য বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্তে উপনীত হয়েছে কিনা তা বিভিন্ন পরীক্ষার ভিত্তিতে যাচাই করা হয়।

সপ্তম স্তর (যথার্থ সিদ্ধান্তের বাস্তব প্রয়োগ) : যাচাই করা সিদ্ধান্তটি আমাদের বাস্তব জীবনে প্রয়োগ করতে হবে।

- **সমস্যা সমাধান পদ্ধতির সুবিধা :**

1. এই পদ্ধতি শিক্ষাকে জীবনের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত করে।
2. এই পদ্ধতিতে শিক্ষাদান করলে সৃজনাত্মক চিন্তাধারা, যুক্তি ও বিচার ক্ষমতার দক্ষতা এবং বৈজ্ঞানিক দৃষ্টিভঙ্গি গড়ে ওঠে।
3. এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীর শিখন সুস্পষ্ট ও দীর্ঘস্থায়ী হয়।
4. শিশুর দৈহিক ও মানসিক উভয় সক্রিয়তার ওপর গুরুত্ব দেওয়া হয়, ফলে স্বাধীনভাবে সিদ্ধান্ত গ্রহণের সুযোগ থাকার জন্য স্বাধীন ও নিরপেক্ষ মতামত প্রকাশের ক্ষমতা বাড়ে।

- **সমস্যা সমাধান পদ্ধতির অসুবিধা :**

1. শিক্ষার্থীরা নিজেরা সমাধান করে বলে সময়ের অপচয় হয়।
2. নিম্নবুদ্ধিসম্পন্ন শিক্ষার্থীরা পদ্ধতিতে উপকৃত হয় না।
3. এই পদ্ধতিতে শ্রেণি শৃঙ্খলা বজায় থাকে না।
4. সঠিক পথে না গিয়ে শিক্ষার্থীর ভুল পথে চলার সম্ভাবনা থাকে।
5. বিষয়বস্তু অপেক্ষা সমস্যা সমাধানের ওপর অধিক গুরুত্ব দেওয়ায় শিক্ষার প্রকৃত উদ্দেশ্য ব্যাহত হয়।

শ্রেণিকক্ষে প্রয়োগ :

শ্রেণি– চতুর্থ

সমস্যার উপস্থাপন : মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যার ধারণা, গুণনীয়ক ইত্যাদির ধারণা পাওয়ার পর বর্তমান সমস্যাটির সমাধানে অগ্রসর হতে হবে।

সমস্যা : দুটি সংখ্যার গ.সা.গু. 1 হলে, সংখ্যা দুটি মৌলিক হবে।

সমস্যার বিশ্লেষণ :

1. দুটি মৌলিক সংখ্যা লেখো।
2. এই দুটি সংখ্যার গ.সা.গু. কত?
3. একটি মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা লেখো।
4. এই মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা দুটির গ.সা.গু. কত?
5. দুটি যৌগিক সংখ্যা লেখো।
6. এই দুটি যৌগিক সংখ্যার গ.সা.গু. কত?

তথ্য সংগ্রহ :

1. মৌলিক সংখ্যার বৈশিষ্ট্য
2. যৌগিক সংখ্যার বৈশিষ্ট্য
3. 1-20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যার তালিকা
4. 1-20 পর্যন্ত যৌগিক সংখ্যার তালিকা
5. দুটি মৌলিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক কী হবে?
6. দুটি যৌগিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক কী হবে?
7. একটি মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যার গুণনীয়ক কী হবে?

তথ্য বিশ্লেষণ :

1. মৌলিক সংখ্যার বিশ্লেষণ করে দেখা যাবে যে, সেই সংখ্যা ও 1 দ্বারা বিভাজ্য অর্থাৎ প্রতিটির গুণনীয়ক 1 ও সেই সংখ্যা।
2. মৌলিক সংখ্যা দুটির সাধারণ গুণনীয়ক হবে 1, তাই গ.সা.গু.-ও হবে 1।

উদাহরণ :

- ধরি মৌলিক সংখ্যা দুটি হল 3, 5

  3-এর গুণনীয়ক হল 1, 3

  5-এর গুণনীয়ক হল 1, 5

  3 ও 5-এর সাধারণ গুণনীয়ক হল 1

- যৌগিক সংখ্যা বিশ্লেষণ করে দেখা যাবে যে প্রতিটি গুণনীয়ক 1 ও সেই সংখ্যা ছাড়াও একাধিক সংখ্যা
- দুটি করে যৌগিক সংখ্যা নিয়ে দেখা যাবে, তাদের সাধারণ গুণনীয়ক 1 বা কখনও অন্য সংখ্যা।
- ধরি, সংখ্যা দুটি 6, 8

  6-এর গুণনীয়ক হল = 1, 2, 3, 6

  8-এর গুণনীয়ক হল = 1, 2, 4, 8

∵ 6, 8-এর সাধারণ গুণনীয়ক 1, 2

∴ 6, 8-এর গ.সা.গু. 2

- ধরি সংখ্যা দুটি 4, 9

∵ 4-এর গুণনীয়ক হল 1, 2, 4

∴ 9-এর গুণনীয়ক হল 1, 3, 9

∵ 4, 9-এর সাধারণ গুণনীয়ক হল 1

∴ 4, 9-এর গ.সা.গু. 1

- একটি মৌলিক ও একটি যৌগিক সংখ্যা নিয়ে দেখা যাবে যে কখনও গ.সা.গু. 1 আবার কখনও o নয়।
  - ধরি সংখ্যা দুটি 7, 12

    7-এর গুণনীয়ক হল 1, 7

    12-এর গুণনীয়ক হল 1, 2, 3, 4, 6, 12

  ∵ 7, 12-এর সাধারণ গুণনীয়ক হল 1

  ∴ 7, 12,— এর গ.সা.গু. 1

  - ধরি সংখ্যা দুটি 5, 10

    5-এর গুণনীয়ক হল 1, 5

    10-এর গ.সা.গু. 1, 2, 5, 10

∵ 5, 10-এর সাধারণ গুণনীয়ক 1, 5

∴ 5, 10-এর গ.সা.গু. 5

সিদ্ধান্ত : (i) দুটি মৌলিক সংখ্যার গ.সা.গু. সর্বদা 1 হবে।

(ii) দুটি যৌগিক সংখ্যার গ.সা.গু. 1 বা অন্য যে-কোনো সংখ্যা হতে পারে।

(iii) একটি মৌলিক ও একটি যৌগিক সংখ্যার গ.সা.গু. 1 বা অন্য যে-কোনো সংখ্যা হতে পারে।

যথার্থতা যাচাই : বিভিন্ন ধরনের মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা নিয়ে শিক্ষার্থীরা বিভিন্নভাবে পরীক্ষা করবে এবং তার থেকে সিদ্ধান্ত নিয়ে যথার্থতা যাচাই করবে।

বাস্তব প্রয়োগ : গৃহীত সিদ্ধান্তকে বাস্তবের নানা প্রয়োজনে কাজে লাগাবার চেষ্টা করবে। এই ব্যাপারে প্রয়োজনে শিক্ষক সাহায্য করবেন।

1.4.5 গণিতের যোগাযোগ (Communication in Mathematics) :

কোনো গণিতের ভাষা ব্যবহার করে বিবরণ বিষয়কে অতিসংক্ষেপে প্রকাশ করা যায়। গণিতের নিজস্ব চিহ্ন, সংকেত, শব্দ সমীকরণ ইত্যাদি আছে যেগুলি দ্বারা দীর্ঘ ভাষামূলক বিবৃতিকে সংক্ষেপে সকলের বোধগম্য আকারে প্রকাশ করতে পারে।

গ্যালিলিয়ো গণিতের ভাষা সম্পর্কে বলেছেন— "Mathematics in the language in which has written the universeII." ধাপে ধাপে শ্রেণি অনুযায়ী শিক্ষার্থীদের গণিতের সংখ্যার শব্দ, চিহ্ন, সমীকরণ শেখানো দরকার। অন্যথায় গণিতের ভাষা তাদের কাছে বোঝা হয়ে দাঁড়াবে। গণিতের ভাষা হল আন্তর্জাতিক, বিশ্বের যে-কোনো প্রান্তের মানুষ গণিতের ভাষার অর্থ করে একইভাবে। তাই শিক্ষার্থীকে এই ভাষার প্রতি বিশেষভাবে অনুপ্রাণিত করতে হবে।

গণিতের ভাষার বৈশিষ্ট্য—

(i) অন্য ভাষার বর্ণমালা (Alphabet)-র ন্যায় গণিতেরও দশটি অঙ্ক (Digit) আছে। সেগুলি হল—

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

(ii) গণিতের বিশেষ বিশেষ প্রক্রিয়ার জন্য বিশেষ বিশেষ প্রতীক ব্যবহার করা হয়। যেমন— যোগ (+), বিয়োগ (–), গুণ (×), ভাগ (÷)।

(iii) গণিতের বিশেষ সম্পর্কযুক্ত প্রতীকগুলি হল— সমান (=), অসমান (≠), একটি অন্যটির থেকে বড়ো (>), একটি অন্যটির থেকে ছোটো (<) ইত্যাদি।

(iv) গণিতের নিজস্ব কতকগুলি শব্দ আছে, যথা—

যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ, সমষ্টি, অন্তর, গুণনীয়ক, গুণিতক, গ.সা.গু., ল.সা.গু., লব, হর ইত্যাদি।

(v) গণিতে আরও কিছু চিহ্ন ব্যবহৃত হয়, যথা—

কোণ (∠), সমান্তরাল (||), সদৃশ (~), সর্বসম (≅), বর্গমূল (√), লম্ব (⊥), ত্রিভুজ (Δ), যেহেতু (∵), অতএব (∴) ইত্যাদি।

(vi) গণিতের চিহ্ন ও সংকেত সর্বজনীন হয়।

(vii) গণিতের চিহ্ন/প্রতীকের সাহায্যে ভাষা সংক্ষিপ্তকরণ করা যায়।

(viii) সাধারণ ভাষামূলক বিবৃতিকে বীজগণিতের আকারে প্রকাশ করা যায়। যেমন :-

ভাষা বিবৃতি : যে-কোনো সংখ্যাকে শূন্য দিয়ে গুণ করলে গুণফল শূন্য হয়।

গণিতের ভাষা : $x \times 0 = 0$

(ix) গণিতের ভাষাকে সমীকরণের আকারে লেখা যায়। যেমন :-

দুটি সংখ্যার বর্গের অন্তর ওই সংখ্যা দুটির সমষ্টি ও অন্তরের গুণফলের সমান।

গণিতের ভাষা : $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

ভাষামূলক সমস্যা :

1. 10টি লেবু 5 জনের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কয়টি করে পাবে?

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি : $10 \div 2 = ?$

2. যে-কোনো সংখ্যার সঙ্গে শূন্য যোগ করলে যোগফলের কোনো পরিবর্তন হয় না।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি : $x + 0 = x$

1.5 গণিত শিক্ষার মূল লক্ষ্য (Goal of Mathematics Education)

গণিত শিক্ষার মূল লক্ষ্য (Goal) হল শিক্ষার্থীর গণিতমনস্কতা (Mathematisation) তৈরি করা। এর ফলে শিক্ষার্থীর চিন্তন প্রণালীর বিকাশ ঘটে। প্রারম্ভিক স্তরে শিক্ষার্থীর এই চিন্তন প্রণালীর বিকাশের তিনটি ক্ষেত্র হল :

(i) প্রজ্ঞামূলক (Cognitive)

(ii) অনুভূতিমূলক (Affective)

(iii) মানস সঞ্চালনমূলক (Psychomotor)

ক্ষেত্র	বিষয়
প্রজ্ঞামূলক (Cognitive)	● বিভিন্ন প্রকার নিয়মাবলির জ্ঞান আহরণ করা। ● গাণিতিক চিহ্ন ও সংকেত সম্বন্ধে জ্ঞানলাভ করা। ● গাণিতিক ধারণাগুলির (Concept) সংজ্ঞা সম্পর্কে জ্ঞাত হওয়া। ● গাণিতিক ধারণাগুলির সম্বন্ধ স্থাপন, শ্রেণিভুক্তকরণ, তুলনা করার ক্ষমতা তৈরি করা। ● গাণতিক সমস্যাগুলি বিচার করা, সমাধান করার ক্ষমতা লাভ করা। ● কোনো সমস্যার সমাধান পদ্ধতি অনুমান ও সমস্যা বিশ্লেষণ করার ক্ষমতা তৈরি করা।
অনুভূতিমূলক (Affective)	● চারিত্রিক গুণাবলির বিকাশসাধন। ● নিরপেক্ষ দৃষ্টিভঙ্গির বিকাশসাধন। ● বৈজ্ঞানিক দৃষ্টিভঙ্গি তৈরি করা। ● গণিতের বহুল ব্যবহার উপলব্ধি করা। ● গণিতজ্ঞদের প্রতি শ্রদ্ধাশীল মনোভাবের বিকাশসাধন। ● দৈনন্দিন জীবনে গণিতের ব্যবহারগুলি জ্ঞাত হয়ে প্রশংসিত হওয়া।
মানস সঞ্চালনমূলক (Psychomotor)	● মানসিক প্রক্রিয়া ও শারীরিক দক্ষতার বিকাশের সমন্বয় করা। ● বিভিন্ন গাণিতিক ধারণাগুলির প্রয়োজনীয় চিত্র নির্মাণে পারদর্শী করে তোলা। ● জ্যামিতিক চিত্র ও গ্রাফ অঙ্কনে দক্ষতা লাভ করা। ● রুলার, চাঁদা, কম্পাস, ক্যালকুলেটর, বিভিন্ন ডিজিটাল সরঞ্জাম ব্যবহার করে সঞ্চালনমূলক দক্ষতার বিকাশ সাধন। ● বিমূর্ত ধারণা ও বাস্তব প্রয়োগের মধ্যে সেতুবন্ধন করা।

1.6 সারসংক্ষেপ (Summary)

এই অধ্যায় পড়ার মধ্য দিয়ে গণিতের ধারণা, প্রকৃতি, বৈশিষ্ট্য, গাণিতিক প্রক্রিয়া, যৌক্তিকতা, সম্পর্কে জানবেন। গাণিত্যিক সমস্যা সমাধান করতে সচেষ্ট হবে।

1.7 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1. বহু নির্বাচনধর্মী প্রশ্ন :

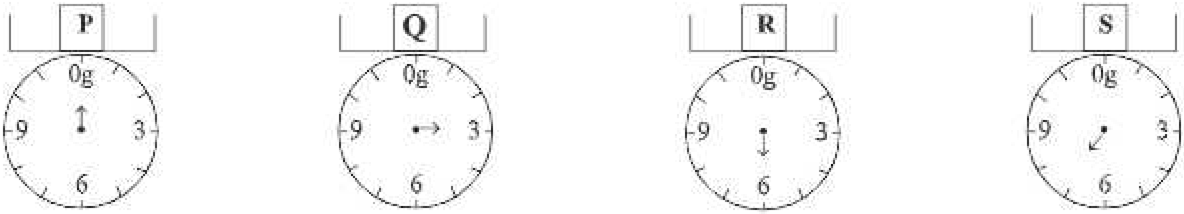
(ক) গণিত একটি .... ভাষা —

(i) বিজ্ঞানমূলক (ii) প্রতীকমূলক (iii) সাহিত্যধর্মী (iv) ঐতিহাসিক

(খ) জিয়া রবিবার বিকেল 2.15 মিনিট থেকে 2.45 মিনিট পর্যন্ত টিভিতে সিরিয়াল দেখে, সে কতক্ষণ সিরিয়াল দেখে?

(a) 20মি. (b) 25মি. (c) 30মি. (d) 35মি.

(গ) কোন্ বাক্সটি সবচেয়ে হালকা?



(a) P (b) Q (c) R (d) S

(ঘ) করণ 5 টাকা দামের 5টি নোট বই ও 2 টাকা দামের 2টি পেনসিল ক্রয় করে। তাকে সর্বমোট কত টাকা দিতে হবে?

(a) ₹ 30 (b) ₹ 29 (c) ₹ 39 (d) ₹ 49

(ঙ) জয় ও নেহা পাশের বৃত্তটির বিভিন্ন অংশ রং করে।

প্রথমে জয় $\frac{2}{8}$ অংশ রং করে

পরে নেহা $\frac{3}{8}$ অংশ রং করে

তারা মোট কত অংশ রং করেছে?

(a) $\frac{5}{8}$ (b) $\frac{6}{8}$ (c) $\frac{5}{16}$ (d) $\frac{3}{8}$

(চ) পাশের চিত্রে ত্রিভুজের সংখ্যা হল—

(a) 13 (b) 14 (c) 12 (d) 15

2. অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন :

(ক) গণিত কী?

(খ) গণিতের দুটি প্রকৃতি লিখুন।

(গ) গাণিতিক সম্পর্ক বলতে কী বোঝায়?

(ঘ) গাণিতিক উপস্থাপনার দুটি গুরুত্ব লিখুন।

(ঙ) আরোহী বিচারকরণ কাকে বলে?

3. **সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :**

(ক) গণিতের বিভিন্ন ক্ষেত্রের লক্ষ্যগুলি সংক্ষেপে আলোচনা করুন।

(খ) গণিতের প্রতীকগুলি উল্লেখ করুন।

(গ) গণিতকে আন্তর্জাতিক ভাষা বলা হয় কেন?

(ঘ) গণিতে সহজ থেকে জটিল নীতি উদাহরণ সহযোগে আলোচনা করুন।

4. **রচনাধর্মী প্রশ্ন :**

(ক) গণিতে সমস্যা সমাধান পদ্ধতি উদাহরণসহ লিখুন।

(খ) গাণিতিক যৌক্তিকতা বা বিচারকরণ উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

(গ) গণিতের বৈশিষ্ট্যগুলি আলোচনা করুন।

অধ্যায় 2

গাণিতিক জ্ঞানের পরিপ্রেক্ষিত - ২ (Perspective about Mathematical Knowledge - 2)

2.1 ভূমিকা (Introduction)

2.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

2.3 গণিত শিক্ষণের লক্ষ্য এবং উদ্দেশ্য (Aims & Objectives of Mathematics Teaching)

2.4. প্রারম্ভিক শিক্ষাস্তরে গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য (Objectives of Mathematics education in elementary level)

2.5 গাণিতিক জ্ঞানে শিশুর সমাজ সাংস্কৃতিক প্রভাব (Effect of Socio-Cultural background of children on mathematical knowledge)

2.6 সারসংক্ষেপ (Summary)

2.7 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

2.1 ভূমিকা (Introduction)

প্রথাগত শিক্ষার সর্বনিম্ন স্তর হল প্রারম্ভিক শিক্ষা এবং এই প্রারম্ভিক শিক্ষা সম্পূর্ণ করার পর ব্যাবহারিক প্রয়োজনে গণিতের ব্যবহার অপরিসীম। গণিতের মাধ্যমে প্রতিটি মানুষের মধ্যে যুক্তি ও বিচার-বিশ্লেষণ বোধ গড়ে ওঠে। শিক্ষার বৃহত্তর লক্ষ্যে উপনীত হওয়ার জন্য গণিতের অবদান অপরিহার্য।

গণিত শিক্ষার প্রতি শিক্ষার্থীদের আগ্রহ তৈরি করতে পারলে এবং বিষয় সম্পর্কে পূর্ণ উপলব্ধি ঘটলে গণিতের প্রতি কিছু শিক্ষার্থীর যে অমূলক ভীতি আছে তা দূর হবে এবং গণিতকে একটা ভালোবাসার বিষয় হিসাবে গ্রহণ করবে।

2.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

(i) গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্যগুলি বিবৃত করতে পারবে।

(ii) শিখন সামর্থ্য অনুযায়ী গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য ব্যাখ্যা করতে পারবে।

(iii) শিক্ষার্থীদের মধ্যে গণিতের প্রতি আগ্রহ বৃদ্ধি এবং শিক্ষার্থীদের মধ্যে পূর্ণ উপলব্ধি আনার জন্য পদক্ষেপ গ্রহণ করতে পারবে।

iv) শিশুর গাণিতিক জ্ঞানে সমাজ সংস্কৃতির প্রভাব আলোচনা করতে পারবে।

2.3 গণিত শিক্ষণের লক্ষ্য এবং উদ্দেশ্য (Aims & Objectives of Mathematics Teaching)

মানুষ নিজের মনোভাব প্রকাশ করার জন্য ভাষার ব্যবহার করে। ভাষার মতোই গণিত একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয় এবং ভাষারই একটি অংশবিশেষ। দৈনিক কাজের মধ্যে আমরা প্রতিক্ষণ গাণিতিক পরিমাপ, গাণিতিক ধারণা মিলিয়ে আমাদের ভাবের আদানপ্রদান করে থাকি।

গণিত শিক্ষার লক্ষ্যকে সাধারণ উদ্দেশ্য (General objectives) এবং বিশেষ উদ্দেশ্যে (Specific objective)-এ ভাগ করা যায়। বিশেষ উদ্দেশ্যগুলি পূরণের মাধ্যমে সাধারণ উদ্দেশ্যে পৌঁছানো যায়।

গণিত শিক্ষা জীবন ও জীবিকার সঙ্গে যুক্ত। প্রতিদিন প্রতিনিয়ত ব্যাবহারিক জীবনে এই গণিত শিক্ষার জ্ঞান কাজে লাগানো যায়। তাই এই গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য হল শিক্ষার্থীরা যেন দ্রুত ও নির্ভুলভাবে সমস্যার সমাধান করতে পারে।

যে সমস্ত উদ্দেশ্য রূপায়িত করার জন্য গণিত পড়ানো হয়, সেগুলি প্রধানত তিনভাগে ভাগ করা হয়। যথা—

(ক) শৃঙ্খলাজনিত (Disciplinary), (খ) ব্যাবহারিক (Practical) এবং (গ) বিনোদনমূলক (Recreational)।

2.3.1 শৃঙ্খলাজনিত মূল্য (Disciplinary values) :

গণিত হল বিচারশক্তি ও চিন্তাশক্তির বিজ্ঞান (Mathematics is a science of reasoning and thinking)। গণিত শিক্ষার মাধ্যমে শিক্ষার্থীর বিচারশক্তি ও চিন্তাশক্তির বিকাশ ঘটে।

যে বিষয়ে যুক্তি, বিচার ও চিন্তাশক্তির ব্যবহার যত বেশি হয়, সেই বিষয়ের শৃঙ্খলামূলক মূল্যও তত বেশি হয়। সঠিক পদ্ধতিতে গণিত পাঠের মাধ্যমে শিক্ষার্থীর মধ্যে নিম্নলিখিত শৃঙ্খলাগত বৈশিষ্ট্যগুলি গড়ে ওঠে—

(i) **সরলতা** (Simplicity) — গণিতে কোনো সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে সমস্যাটিকে বিশ্লিষ্ট করে ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত করে সেগুলি সমাধানের মাধ্যমে সম্পূর্ণ সমস্যার সমাধান করা হয়। সহজ সরল যুক্তিপূর্ণ বিচার ক্ষমতার বিকাশ গণিতের সমস্যা-সমাধানের মাধ্যমে গড়ে ওঠে।

(ii) **নির্ভুলতা** (Accuracy) — সঠিক উত্তর বা নির্ভুল উত্তরের মাধ্যমে বাস্তব জীবনে সঠিক সিদ্ধান্ত নিতে পারে। ভুল চিন্তা বা ভুল যুক্তি বর্জনের মাধ্যমে সুশৃঙ্খল সমাজ গড়ে ওঠে।

(iii) **ফলাফলের নিশ্চয়তা** (Objectivity) — গণিতের ফলাফল দেশ কাল ব্যক্তিনিরপেক্ষ। গণিতের উত্তর সত্য বা মিথ্যা যে-কোনো একটি হয়, এর মাঝামাঝি হয় না।

(iv) **বিচারকরণ ক্ষমতা** (Reasoning) — গণিতের সমস্ত অংশই যুক্তি দিয়ে বিচার করা যায়। এর ফলে শিক্ষার্থীর মধ্যেও সঠিক বিচারকরণের ক্ষমতা জন্মায়।

(v) **সিদ্ধান্ত গ্রহণ ক্ষমতা** (Conclusion) — বিভিন্ন সমস্যা সমাধান করার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের মধ্যে একটা সিদ্ধান্ত নেওয়ার ক্ষমতা তৈরি হয় যা বাস্তব জীবনে প্রয়োগ করতে পারে।

(vi) **স্বীকার্য ও ভবিষ্যদ্‌বাণী** (Assumption & Prediction) — সমস্যা সমাধান ও যুক্তিভিত্তিক বিচারকরণের মাধ্যমে অনেক ক্ষেত্রেই কিছু স্বীকার্য ও ভবিষ্যদ্‌বাণী দিতে পারে।

(vii) **মৌলিকত্ব** (Originality) — পুরাতন অভিজ্ঞতাকে কাজে লাগিয়ে মৌলিক চিন্তাশক্তির মাধ্যমে নতুন কোনো সমস্যার সমাধান করতে পারে।

(viii) **পক্ষপাতহীন বিচার ক্ষমতা** (Unbiased Judgement) — গণিতের ফলাফল যেহেতু ব্যক্তি নিরপেক্ষ তাই সঠিকভাবে নিরপেক্ষভাবে বিচার করে সিদ্ধান্ত নেওয়ার ক্ষমতা তৈরি হয়।

(ix) **আবিষ্কারধর্মী মনোভাব** (Discovery Attitude) — নতুন নতুন সমস্যা সমাধান ও সমস্যা নিয়ে চিন্তাভাবনা করার ফলে আবিষ্কারধর্মী মনোভাব গড়ে ওঠে।

2.3.2 ব্যাবহারিক মূল্য (Utilitaritan Value) :

Hogben বলেছেন, গণিত হল সভ্যতার দর্পণ (Mathematics is the mirror of civilization)। সকালে ঘুম থেকে ওঠার পর থেকে রাত্রে ঘুমাবার পূর্বমুহূর্ত পর্যন্ত শিশু তার কার্যকলাপে জ্ঞাতে ও অজ্ঞাতসারে গণিতের ব্যবহার করে।

(i) **দৈনন্দিন জীবনে সাধারণ ব্যবহার** — গণিতের সাধারণ প্রক্রিয়া তথা যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ, দৈর্ঘ্য, ওজন, সময়, কেনাবেচা, লাভক্ষতি প্রভৃতি দৈনন্দিন জীবনের কাজকে সম্পন্ন করতে সাহায্য করে।

(ii) **পেশা বা ব্যাবসা ক্ষেত্রে** — শ্রমিক, কৃষক থেকে শুরু করে রাজমিস্ত্রি, দোকানদার, দরজি, ব্যাংককর্মী, বিমাকর্মী প্রভৃতি প্রত্যেক পেশায় গণিতের ব্যবহার, হিসেবনিকেশ পেশাগত ও ব্যাবসাগত কাজ সুসম্পন্ন করতে সাহায্য করে।

(iii) **বিজ্ঞান ও প্রযুক্তিতে** — রজার বেকন বলেছেন গণিত হল বিজ্ঞানের প্রবেশদ্বার (Mathematics is the gate and key to all sciences)। বিজ্ঞানের প্রত্যেক শাখা তথা পদার্থবিদ্যা, রসায়ন, জীববিদ্যা, প্রযুক্তিবিদ্যা, কম্পিউটার প্রভৃতি সব শাখারই উন্নতি হয়েছে গণিতের ব্যবহার ও প্রয়োগের মাধ্যমে।

(iv) **অন্যান্য বিষয়** — Mathematics is the queen of science & other — গণিত সমস্ত বিষয়ের রানি। বিজ্ঞান ছাড়াও সমাজবিদ্যা, ভূগোল, কৃষিবিজ্ঞান, সংগীত, কলা এমনকি সাহিত্যেও গণিতের ব্যবহার হচ্ছে।

(v) **অর্থনৈতিক ও দেশের উন্নতিতে** — দেশের মানুষের অর্থনৈতিক উন্নতি হলে দেশেরও উন্নতি হয়। দেশের মানবসমূহকে সঠিকভাবে ব্যবহার করে অর্থনৈতিক বিকাশকে ত্বরান্বিত করতে গণিতের ব্যবহার অপরিসীম। Napoleon বলেছেন "The progress and improvement of Mathematics linked to the prosperity of the State".

2.3.3 বিনোদনমূলক মূল্য (Recreational) :

গণিতকে শুধুমাত্র গুরুগম্ভীর বিষয় বা বিমূর্ত বিজ্ঞান হিসাবে না দেখে বিভিন্ন প্রকার বিনোদনের মাধ্যমে গণিতে আগ্রহ সৃষ্টি করা যেতে পারে। নিম্নে কতকগুলি বিনোদনমূলক ব্যবহার উল্লেখ করা হল—

(i) খেলাধুলার জন্য মাঠ প্রস্তুতিতে ও খেলার পদ্ধতিতে গণিতের ব্যবহার শেখানো যায়।

(ii) জ্যামিতিক পদ্ধতিতে কাগজ ভাঁজ করে অরিগ্যামী (Origami) বা নানা ধরনের খেলনা তৈরি করা যায়।

(iii) আকর্ষণীয় গাণিতিক ক্যুইজ, সংখ্যার ম্যাজিক, ধাঁধা দ্বারা গণিতকে বিনোদনমূলক করে তোলা যায়।

(iv) অবসর সময়ে সুডোকু (Sudoku), সংখ্যার শ্রেণি (number series) এবং বিখ্যাত গণিতজ্ঞদের জীবনী ও তাঁদের অবদান চর্চা করা যায়।

(v) নকশা তৈরি ও রং করতে চারুকলায় গণিতের ব্যবহার অপরিসীম।

(vi) সংগীতে সুর-তাল গাণিতিক ছন্দের নিয়মেই বাঁধা।

গণিতের বিমূর্ত ধারণাগুলিকে বাস্তবে হাতেকলমে সক্রিয়তার মাধ্যমে শেখালে শিক্ষার্থীরা গণিতকে সত্যিই উপভোগ করতে পারে। এর ফলে শিক্ষাও আনন্দদায়ক হয়।

2.4. প্রারম্ভিক শিক্ষাস্তরে গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য (Objectives of Mathematics education in elementary level)

শিক্ষার্থীরা গণিতের যেসব অভিজ্ঞতা ও জ্ঞান অর্জন করবে সেগুলি গণিত পাঠের উদ্দেশ্য হিসাবে বিবেচিত করা হয়। শ্রেণিতে গণিতের শিক্ষণ-শিখন প্রক্রিয়া পরিচালনা করবার আগে পাঠটির উদ্দেশ্যগুলি নির্ধারণ করে নিতে হবে যাতে শিক্ষণ-শিখন প্রক্রিয়ার কার্যকারিতা আরও বেশি বৃদ্ধি পায়।

প্রাথমিক স্তরে গণিতের মূল উদ্দেশ্যগুলি হল—

(ক) (a) **অসামর্থ্যলাভ :** শিক্ষার্থীদের মধ্যে নিম্নলিখিত সামর্থ্যগুলির বিকাশ ঘটবে।

(i) গাণিতিক ভাষার সঙ্গে সঠিকভাবে পরিচিত হবে।

(ii) গাণিতিক ধারণাগুলি যথা বিভিন্ন প্রকার সংখ্যা, ক্ষেত্র ইত্যাদি সঠিক উপলব্ধি করবে।

(iii) গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলির (যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ, ল.সা.গু. ও গ.সা.গু.) সঙ্গে সম্যক পরিচিতি লাভ।

(iv) দৈনন্দিন বাস্তব সমস্যা যথা— নিত্যপ্রয়োজনীয় দ্রব্যাদির মূল্যের হিসাব, লাভ ও ক্ষতি নির্ণয়, ব্যাংকের লেনদেন এই জাতীয় সমস্যা সমাধানে সঠিক গাণিতিক প্রক্রিয়ার ব্যবহার করতে পারবে।

(খ) **আগ্রহের বিকাশ :** প্রাথমিক স্তরে গণিতের প্রতি আগ্রহ বৃদ্ধি করা গণিত শিখনের একটি বিশেষ উদ্দেশ্য। শিক্ষার্থীর গণিতের প্রতি আগ্রহের বিকাশের জন্য নিম্নলিখিত বিষয়গুলি করা যায় —

(i) বিভিন্ন বিজ্ঞান কেন্দ্র ভ্রমণ ও পর্যবেক্ষণ।

(ii) গাণিতিক ধাঁধার সমাধান।

(iii) মাটি, পিচবোর্ড, কাগজ, প্লাস্টিকের তৈরি বিভিন্ন জ্যামিতিক মডেল তৈরিতে উৎসাহ প্রদান।

(গ) **উপলব্ধির বিকাশ :** বিভিন্ন বিখ্যাত গণিতজ্ঞের অবদান উপলব্ধি করা। এ ছাড়া গণিতের ইতিহাস চর্চা করে সভ্যতার অগ্রগতির সঙ্গে গণিতের সম্পর্ক উপলব্ধি করা।

2.4.1 প্রারম্ভিক শিক্ষাস্তরে গণিত শিখন সামর্থ্য (Mathematics in elementary level in terms of learning outcomes):

শিক্ষার্থীর সামগ্রিক লক্ষ্যের ক্ষেত্রে গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্যগুলি সুনির্দিষ্টভাবে উদ্দেশ্য সাধন করে শিখন সামর্থ্যগুলি আলোচনা করা হয়। শিখন সামর্থ্যকে প্রয়োজনীয় কয়েকটি ক্ষেত্রে ভাগ করা হয়। ক্ষেত্রগুলি হল— জ্ঞানমূলক, বোধমূলক, প্রয়োগমূলক ও দক্ষতামূলক। এই ক্ষেত্রগুলি পারদর্শিতা পরিমাপক মূল্যায়নের জন্য দরকার হয়। গাণিতিক সকল সামর্থ্যগুলি নির্দিষ্ট ক্রিয়াপদ (Action Verb) দ্বারা লেখা বাঞ্ছনীয়। নিম্নে প্রতিটি ক্ষেত্রের শিখন সামর্থ্যগুলি উপযুক্ত ক্রিয়াপদ দ্বারা বর্ণনা করা হল।

(ক) জ্ঞানমূলক (Knowledge) শিখন সামর্থ্য :

পাঠ্যপুস্তকের পাঠসম্পর্কিত অংশের পর্যায়গুলির স্মরণ করে বলতে পারা জ্ঞানমূলক শিখন সামর্থ্য।

এই শিখন সামর্থ্য পরবর্তী উন্নত শিখন সামর্থ্যের ভিত। জ্ঞানমূলক সামর্থ্যের ক্ষেত্রগুলি হল—

1. পাঠ্যাংশের সংজ্ঞা (Defination) স্মরণ করে বলতে পারবে।
2. প্রয়োজনীয় সূত্র (Law) বা নিয়ম (Rule) স্মরণ করে বিবৃত করতে পারবে।
3. পাঠ্যাংশের প্রতীক (Symbol) বা আকার (Size)-গুলি লিখতে পারবে।
4. পাঠ সম্পর্কিত তথ্যগুলি (Data) স্মরণ করে বলতে পারবে।
5. পাঠ সম্পর্কিত বিষয়ের বৈশিষ্ট্য (Characteristics/Properties) বিবৃত করতে পারবে।
6. বিষয়ভিত্তিক পদ (Term) স্মরণ করতে পারবে।
7. কোনো বিষয়ের শ্রেণিবিভাগ (Classification) থাকলে তা স্মরণ করে বলতে পারবে।
8. পাঠ্যবিষয়ের বিভিন্ন বস্তু চিনতে পারবে।
9. পাঠ্যসম্পর্কিত বিভিন্ন প্রক্রিয়া বা ঘটনা (method) বিবৃত করতে পারবে।
10. পাঠ্যবিষয়ের উপাদানগুলি বলতে পারবে (Content)।

পঠিত পাঠের অন্তর্গতি নিম্নলিখিত ক্ষেত্রগুলি সুরক্ষা করতে পারবে—

(ক) সংজ্ঞা

সামর্থ্য : মৌলিক সংখ্যার সংজ্ঞা স্মরণ করে বলতে পারবে। গুণনীয়কের সংজ্ঞা স্মরণ করে লিখতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) গুণনীয়ক কাকে বলে?

(2) মৌলিক সংখ্যা কাকে বলে?

(খ) **সূত্র বা নিয়ম**

সামর্থ্য : 3, 5, 7 দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম স্মরণ করতে পারবে।

প্রশ্ন : 3 দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়মটি কী?

(গ) **প্রতীক বা আকার**

সামর্থ্য : গাণিতিক প্রক্রিয়ার চিহ্নগুলি স্মরণ করে লিখতে পারবে।

প্রশ্ন : অসমান চিহ্নটির কী রূপ?

(ঘ) তথ্য

সামর্থ্য : কিলোগ্রামের সঙ্গে গ্রাম-এর সম্পর্ক স্মরণ করে বলতে পারবে।

প্রশ্ন : 1 কিলোগ্রাম (কেজি) = কত গ্রাম

(ঙ) বৈশিষ্ট্য

সামর্থ্য : মৌলিক সংখ্যার বৈশিষ্ট্য বিবৃত করতে পারবে।

প্রশ্ন : মৌলিক সংখ্যার বৈশিষ্ট্যগুলি কী কী?

(চ) পদ

সামর্থ্য : সাধারণ ভগ্নাংশের সংখ্যা দুটির নাম স্মরণ করে বলতে পারবে।

প্রশ্ন : ভগ্নাংশের উপর ও নীচের সংখ্যা দুটির নাম কী?

(ছ) **শ্রেণিবিভাগ**

সামর্থ্য : ত্রিভুজের বাহুভেদে ও কোণভেদে শ্রেণিবিভাগ করতে পারবে।

প্রশ্ন : বাহু ও কোণ ভেদে ত্রিভুজ কয় প্রকার ও কী কী?

(জ) প্রক্রিয়া

সামর্থ্য : গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলি লিখতে পারবে।

প্রশ্ন : 32-কে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।

(ঝ) উপাদান

সামর্থ্য : বিভাজ্যতার বিষয়গুলি স্মরণ করতে পারবে।

প্রশ্ন : ভাজ্য = ভাজক × ভাগফল + ___________ ?

(খ) **বোধমূলক (Understanding) : শিখন সামর্থ্য :**

পাঠ্যবিষয়ের অংশগুলির কারণ ব্যাখ্যা করতে পারা হল বোধমূলক শিখন সামর্থ্য। এই শিখন সামর্থ্য যত বেশি অর্জন করা যাবে শিক্ষার্থীদের শিক্ষার মান তত উন্নত হবে। এটি উন্নত শিখন সামর্থ্য হিসাবে বিবেচনা করা হয়।

বোধমূলক শিখন সামর্থ্যের ক্ষেত্রগুলি হল—

1. পাঠ্যবিষয়ের বিভিন্ন বিষয়গুলির মধ্যে নিকট বিষয়ের সম্পর্ক (Relation) স্থাপন করতে পারবে।
2. নিকট সম্পর্কযুক্ত দুটি বিষয়ের মধ্যে তুলনা অর্থাৎ মিল (Similarity) এবং অমিল (Disimilarity) করতে পারবে।
3. পাঠ্য বিষয়ের ধারণার ব্যাখ্যা (Explanation) দিতে পারবে।
4. বিভিন্ন বিষয়ের সমস্যার সম্ভাব্য সমাধানগুলি থেকে সঠিক সমাধান শনাক্তকরণ (Identification) করতে পারবে যেখানে প্রশ্নগুলি বহু নির্বাচনধর্মী।
5. পাঠ্যাংশগুলির বিভিন্ন বিষয়ের উপর উদাহরণ (Example) দিতে পারবে।
6. ভুল বিবৃতিকে যুক্তি দিয়ে সংশোধন (Correction) করতে পারবে।
7. সঠিক সিন্ধান্তকে যুক্তি দিয়ে (Logic) গ্রহণ করতে পারবে।
8. বিশেষ শ্রেণিকরণের কারণ (Cause) ব্যাখ্যা করতে পারবে।
9. অমিল সজ্জার শ্রেণিকে সঠিকভাবে মিল (Analog) করে সাজাতে পারবে।
10. বিষয়ভিত্তিক চিত্র দেখে তার সম্পর্কে ব্যাখ্যা দিতে পারবে।

বোধমূলক শিখন সামর্থ্য

পঠিত পাঠের অন্তর্গত নিম্নলিখিত ক্ষেত্রগুলি বলতে ও লিখতে পারবে—

(ক) সম্পর্ক

সামর্থ্য : নিকট সম্পর্কযুক্ত দুটি বিষয়ের মধ্যে সম্পর্ক বলতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) বৃত্তের ব্যাস ও ব্যাসার্ধের মধ্যে সম্পর্ক কী?

(খ) পার্থক্য

সামর্থ্য : নিকট সম্পর্কযুক্ত দুটি বিষয়ের মধ্যে পার্থক্য নিরূপণ করতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের মধ্যে পার্থক্য কী?

(2) ল.সা.গু. ও গ.সা.গু.-এর মধ্যে পার্থক্য কী?

(গ) সাদৃশ্য :

সামর্থ্য : দুটি কাছাকাছি বিষয়ের সাদৃশ্য করতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) ব্যাস ও জ্যা-এর মধ্যে মিল কী?

(2) চতুর্ভুজ ও আয়তক্ষেত্রের মধ্যে সাদৃশ্য কোথায়?

(ঘ) ধারণার ব্যাখ্যা

সামর্থ : গাণিতিক ধারণার ব্যাখ্যা দিতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) 2 মৌলিক সংখ্যা কেন?

(2) $1\frac{3}{4}$ মিশ্র ভগ্নাংশ কেন?

(ঙ) **শনাক্তকরণ**

সামর্থ্য : বহুনির্বাচনধর্মী প্রশ্নে সঠিক উত্তরটি শনাক্ত করতে পারবে।

প্রশ্ন : যে সংখ্যা জোড়া দুটির গ.সা.গু. 1 তা হল = 6/10, 9/6, 7/6, 3/9

(চ) **উদাহরণ**

সামর্থ্য : বিভিন্ন বিষয়ের উদাহরণ দিতে পারবে।

প্রশ্ন : বাস্তব জগতে ঘনকের একটি উদাহরণ দাও।

(ছ) **সংশোধন করা**

সামর্থ্য : ভুল বিবৃতি সংশোধন করতে পারবে।

প্রশ্ন :(1) বৃত্তের ব্যাসার্ধ ব্যাসের দ্বিগুণ — এটি ঠিক করে লেখো

(2) লব > হর প্রকৃত ভগ্নাংশে — এটি ঠিক করে লেখো

(জ) **সিদ্ধান্ত যুক্তি দিয়ে গ্রহণ**

সামর্থ্য : যুক্তি দিয়ে সঠিক সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারবে। সত্য/মিথ্যা যাচাই করতে পারবে।

প্রশ্ন :(1) দেখাও যে জোড় + বিজোড় = বিজোড়

(2) ব্যাখ্যা করো : 4 + 5 = 5 + 4

(3) সত্য বা মিথ্যা যাচাই করো : ব্যাসার্ধ = $\frac{\text{ব্যাস}}{2}$

(ঝ) **শ্রেণিকরণের কারণ**

সামর্থ্য : প্রদত্ত তথ্য যে শ্রেণিতে পড়ে তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।

প্রশ্ন :(1) $\frac{2}{3}$ প্রকৃত ভগ্নাংশ কেন?

(2) 7, 11 পরপর মৌলিক সংখ্যা কেন?

(ঞ) **মিল করা বা সজ্জাকরণ**

সামর্থ্য : বাম স্তম্ভের সঙ্গে ডান স্তম্ভের মিল করে সাজাতে পারবে।

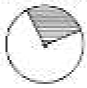
প্রশ্ন : মিল করে সাজাও

মৌলিক জোড়	4
যৌগিক জোড়	9
মৌলিক বিজোড়	7
যৌগিক বিজোড়	2

(ট) চিত্র ব্যাখ্যাকরণ

সামর্থ্য : চিত্রটিকে গাণিতিক ভাষায় লিখতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) চিহ্নিত অংশটি অঙ্কের ভাষায় লেখো।

(2)  চিহ্নিত অঞ্চলটিকে গাণিতিক ভাষায় কী বলা হয়?

(গ) প্রয়োগমূলক (Application) :

পাঠ্য বিষয়ের সম্পর্কযুক্ত বাস্তব এবং পাঠ্য বহির্ভূত বিষয়ের বিশ্লেষণ বা তাদের মেলবন্ধন করাই হল প্রয়োগমূলক শিখন সামর্থ্য। এই শিখন সামর্থ্য সবথেকে উন্নত শিখন সামর্থ্য যার ফলে শিক্ষার্থীদের বিচার-বিশ্লেষণ ক্ষমতা বৃদ্ধি পায় এবং শিক্ষার্থীদের বাস্তবধর্মী শিক্ষা গ্রহণ করতে সক্ষম হয়।

প্রয়োগমূলক শিখনের সামর্থ্যগুলির ক্ষেত্র হল—

1. সমস্যা সৃষ্টি করা : পাঠ্য বহির্ভূত কিন্তু পাঠ্যসম্পর্কিত নতুন সমস্যা সৃষ্টি করতে পারবে।
2. বিকল্প পদ্ধতির প্রয়োগ : কোনো বিষয়কে নতুনভাবে বা বিকল্পরূপে প্রয়োগ করতে পারবে।
3. সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা : পরীক্ষামূলকভাবে বা পর্যবেক্ষণ দ্বারা বিষয়ের একটি সুনির্দিষ্ট সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারবে।
4. ধারণার যুক্তিপূর্ণ ব্যাখ্যা করা : বিষয় বস্তুর সম্পর্কে সঠিক ধারণা দিয়ে এবং যুক্তিপূর্ণভাবে ব্যাখ্যা করতে পারবে।
5. নতুন তথ্যাবলির বিশ্লেষণ : আলোচিত পাঠের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত অথচ পাঠ্যপুস্তকে নেই এরকম বিষয়ের বিশ্লেষণ দিতে পারবে।
6. কার্যকারণ সম্পর্কে ব্যাখ্যা : কোনো ঘটনার কারণ অনুসন্ধানে পারস্পরিক সম্পর্কযুক্ত কার্যকারণগুলি একত্রিত করে তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
7. যথার্থতা যাচাইকরণ : বিভিন্ন বিষয়ের তথ্যগুলির ঘাটতি, তথ্যগুলির সম্পূর্ণ যাচাইকরণ করতে পারবে।

প্রয়োগমূলক শিখন সামর্থ্য

পঠিত পাঠের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত নিম্নরূপ ক্ষেত্রগুলি ব্যাখ্যা করতে পারবে—

(ক) সমস্যা সৃষ্টি করা

সামর্থ্য : প্রদত্ত সংখ্যাকে অন্যভাবে সমস্যার আকারে লিখতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) $(-5) + (-4)$-কে সংখ্যারেখার সমস্যা আকারে প্রকাশ করো।

(2) $7 + 4 - 2$-কে ভাষায় রূপান্তরিত করো।

(খ) বিকল্প পদ্ধতি প্রয়োগ করতে পারা

সামর্থ্য : গণিতের কোনো সমস্যা অন্যরূপে প্রকাশ করতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) $(101)^2$-এর মান গুণ করে ছাড়া আর কীভাবে নির্ণয় করা যায়।

(2) $4 \times 5 =$ কত? গুণের নামতা ছাড়া আর কীভাবে করা যাবে?

(গ) সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা

সামর্থ্য : প্রদত্ত উদাহরণ থেকে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) $1 \times 0 = 0, 4 \times 0 = 0, 0 \times 0 = 0, 12 \times 0 = 0$-এর থেকে কী সিদ্ধান্ত নেবে?

(2) $3 + 5 = 8$, $9 + 7 = 16$, $5 + 7 = 12$-এর থেকে কী সিদ্ধান্ত পাওয়া যায়।

(ঘ) নতুন তথ্যাবলির বিশ্লেষণ

সামর্থ্য : বিভিন্নভাবে বিষয়বস্তুর তথ্য বিশ্লেষণ করে সমাধান করতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) 24টি আম ও 36টি জাম সর্বোচ্চ কতজনের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করা যাবে।

(2) সারি (Row) ও স্তম্ভে (Column) 20 জন করে শিক্ষার্থী দাঁড় করালে কতজন শিক্ষার্থী প্রয়োজন হবে?

(3) 15টি লেবু কত প্রকারে সমানভাবে ভাগ করা যাবে?

(ঙ) যথার্থতা যাচাইকরণ

সামর্থ্য : প্রদত্ত বিবৃতিটির যথার্থতা যাচাই করতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) পরস্পর মৌলিক সংখ্যাদ্বয় যৌগিক হতে পারে দেখাও।

(2) সংখ্যা দুটি সর্বদাই মৌলিক, সত্য কি না যাচাই করো, যখন দুটি সংখ্যার গ.সা.গু. 1।

(চ) কার্যকারণ সম্পর্কে ব্যাখ্যা

সামর্থ্য : বিষয়বস্তু পারস্পরিক সম্পর্কযুক্ত কার্যকারণ ব্যাখ্যা দিতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) একটি সাইকেলের চাকার ব্যাস 42 সেমি হলে 6.6 কিমি পথ অতিক্রম করতে একটি চাকা কতবার ঘুরবে?

(ঘ) দক্ষতামূলক (Skill) :

এই শিখন সামর্থ্য শিক্ষার্থীদের দক্ষতা বা কার্য করার ক্ষমতাকে বৃদ্ধি করে। এর ক্ষেত্রগুলি হল—

(1) পাঠ্য বিষয়ের অন্তর্ভুক্ত নির্দিষ্ট বিষয়ের নিখুঁতভাবে চিত্র অঙ্কন করতে পারবে।

(2) শুদ্ধ ও স্পষ্টভাবে উচ্চারণ করতে পারবে।

(3) বিষয় সম্পর্কিত বিভিন্ন চার্ট/মডেল তৈরি করতে পারবে।

(4) বিষয়ের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত বিভিন্ন ধরনের হাতের কাজ নিপুণতার সঙ্গে করতে পারবে।

(5) গণিত শিখনে বিভিন্ন খেলার ক্ষেত্রে সঠিক অঙ্গ সঞ্চালন করতে পারবে।

(6) পাঠ্য বিষয়ের বিষয়বস্তু সঠিক ও পরিষ্কারভাবে বা ছকের মাধ্যমে লিখতে পারবে।

দক্ষতামূলক শিখন সামর্থ্য

পঠিত বিষয়বস্তুর নিম্নলিখিত কার্যগুলি করতে পারবে—

(ক) চিত্র অঙ্কন করতে পারা :

সামর্থ্য : গণিতের কোন্ বিষয় চিত্রে প্রকাশ করতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) বিভিন্ন প্রকার ত্রিভুজগুলি অঙ্কন করো

(2) 2/4 ভগ্নাংশকে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করো।

(খ) শ্রেণিতে ব্যাবহারিক কাজের পরীক্ষা ও বিভিন্ন মডেল তৈরি করতে পারা :

সামর্থ্য : হাতেনাতে কাজ করতে পারবে।

প্রশ্ন : (1) শ্রেণিতে মাটি দিয়ে জ্যামিতিক ঘনবস্তু করতে দেওয়া।

(2) কাগজ দিয়ে নৌকা তৈরি করো।

(গ) পরিবেশ তথা সমাজের বিভিন্ন তথ্য দিয়ে পঠিত পাঠের ভিত্তিতে শিক্ষার্থীদের কাজ করতে দেওয়া :

সামর্থ্য : সমাজের বিভিন্ন কাজ সঠিকভাবে করতে পারা।

প্রশ্ন : (1) বাড়ি/স্কুলের ইলেকট্রিক বিল, টেলিফোন বিল দেখে সঠিক বলতে দেওয়া।

(2) ব্যাংকের বই দেখে লেনদেন সম্পর্কে বলতে দেওয়া।

2.4.2 আগ্রহের বিকাশ (Development of Interest) :

গণিত একটি বিমূর্ত বিষয়, শিক্ষার্থীরা প্রথমদিকে গণিতে ভালো ফল করলেও উঁচু ক্লাসে আস্তে আস্তে খারাপ ফল করতে থাকে। অনেক সময় নীচু ক্লাসে শিক্ষার্থীরা যান্ত্রিকভাবে গণিত শিখলেও উঁচু ক্লাসে যখন যায় সেখানে বিমূর্ত বিষয় বেশি থাকে বলে বুঝতে না পারার জন্য গণিতের প্রতি আগ্রহ হারায়। প্রাথমিকভাবে বিষয়ের প্রতি স্বাভাবিক আগ্রহ তৈরি করা। জোর করে বিমূর্ত ধারণা দিতে গেলে গণিত ভীতি তৈরি হতে পারে। আনন্দদায়ক, প্রাসঙ্গিক পরিবেশে বাস্তব জীবনে প্রয়োগের অভিজ্ঞতা গণিত শিখার প্রতি আগ্রহ এবং উৎসাহ বাড়াতে বিশেষ ভূমিকা পালন করে।

গণিতের প্রতি আগ্রহ তৈরি করার কিছু কৌশল এখানে দেওয়া হলো :

(i) প্রারম্ভিক পরিচয় এবং খেলাধুলার মাধ্যমে শেখা :

* শৈশবে সংখ্যা, আকার এবং সহজ প্যাটার্নের সঙ্গে পরিচয় করানো যেতে পারে।
* দৈহিক অঙ্গ-প্রত্যঙ্গের সঞ্চালনের সঙ্গে সঙ্গে সংখ্যা গণনার ধারণা দেওয়া যেতে পারে (যেমন, মাথা নাড়তে বলে বলা যেতে পারে, কটা মাথা নাড়লে। হাততালি দিয়ে বলা যেতে পারে কটা হাতে তালি দেওয়া হল ইত্যাদি।)
* কাঠি, বল মার্বেল প্রভৃতি খেলার সরঞ্জাম এর মাধ্যমে গণনার আগ্রহ বাড়ানো যায়।
* ব্লক দিয়ে বিভিন্ন আকৃতি তৈরি করা, কার্ড দিয়ে খেলা, তেঁতুল বীজ ইত্যাদির দ্বারা গণনার খেলা শিশুদের কাছে গণিতকে আনন্দদায়ক করে তোলে।
* কাগজ ভাঁজ করে অর্থাৎ অরিগেমির দ্বারা বিভিন্ন রকম খেলনা বানানোর মধ্যে দিয়ে জ্যামিতিক আকার আকৃতি শেখানো যেতে পারে।
* সুদোকুর মাধ্যমে সংখ্যার খেলায় গণিতের প্রতি আগ্রহ বাড়ানো যেতে পারে।
* বিভিন্ন প্রকার বাস্তব উপকরণ (বিস্কুট, পাঁউরুটি, আপেল ইত্যাদি), বিভিন্ন প্রকার চিত্র, নকশা অঙ্কন ইত্যাদির মাধ্যমে ভগ্নাংশ এবং ঘন বস্তুর ধারণা দেওয়া যেতে পারে।
* সুদোকুর মাধ্যমে সংখ্যার খেলায় গণিতের প্রতি আগ্রহ বাড়ানো যেতে পারে।
* বিভিন্ন প্রকার বাস্তব উপকরণ (বিস্কুট, পাউরুটি, আপেল ইত্যাদি), বিভিন্ন প্রকার চিত্র, নকশা অঙ্কন ইত্যাদির মাধ্যমে ভগ্নাংশ এবং ঘন বস্তুর ধারণা দেওয়া যেতে পারে।
* অভিভাবক এবং শিক্ষক-শিক্ষিকার গণিতের প্রতি ইতিবাচক মনোভাব ও শিশুদের মধ্যে গণিতের প্রতি আগ্রহ গড়ে তুলতে সহায়তা করে।

(ii) বাস্তব জীবনের সঙ্গে সম্পর্কিত করা :

* খেলার মাঠের নানা রকম মাপ, অঙ্ক কষা খেলা, দৌড়ানো, লাফানো ইত্যাদির মাধ্যমে গণিতের প্রতি আগ্রহ বাড়ানো যায়।

* দৈনন্দিন জীবনে গণিতের নানান ব্যবহার যেমন রান্নার উপকরণের বিভিন্ন মাপ, সাংসারিক বাজেট করা, খেলার স্কোর বোঝা, জামা-কাপড়ের বিভিন্ন মাপ, দর্জি বা সুতোর মিস্ত্রির কাজ ইত্যাদি লক্ষ্য করতে পারলে গণিতকে অর্থবহ মনে হয়। ফলে তার প্রতি আগ্রহ বাড়ে।

* বিভিন্ন প্রকল্পভিত্তিক কাজ এবং দৈনন্দিন সমস্যা সমাধান-এর মধ্যে দিয়ে গণিতের প্রতি আগ্রহ বাড়ানো যেতে পারে।

(iii) সমস্যা সমাধান এবং যুক্তিবাদী চিন্তার বিকাশ :

* বিভিন্ন ধরনের অঙ্কের ধাঁধা এবং ব্রেন স্টার্মিং জাতীয় খেলাগুলি যুক্তিসংগত চিন্তা করার ক্ষমতা বাড়ায়। এতে গণিতের প্রতি আগ্রহ তৈরি হয়।

* ''কেন'' এবং ''কীভাবে'' প্রশ্নের উত্তর খুঁজতে উৎসাহ দিলে গণিত কৌতূহলপূর্ণ হয়ে ওঠে।

(iv) সদর্থক মনোভাবের বিকাশ :

* ইতিবাচক মনোভাব ও ভুল থেকে শেখার মানসিকতা গণিত শিখনকে সহজ করে তোলে এবং গণিত ভীতিকে দূর করতে সাহায্য করে। ফলে গণিতের প্রতি আগ্রহ বাড়ে।

* শিক্ষার্থীদের ছোটো ছোটো দক্ষতা এবং অগ্রগতিকে সদর্থকভাবে উৎসাহ দিলে তাদের আত্মবিশ্বাস বাড়ে এবং গণিতের প্রতি আগ্রহ তৈরি হয়।

* বিভিন্ন গাণিতিক প্রতিযোগিতা, গণিত ক্লাব বা গবেষণা প্রকল্পগুলিতে অংশগ্রহণ করতে উৎসাহ দিলে গণিতের প্রতি শিক্ষার্থীদের আগ্রহ আরও গভীর হয়।

(v) সহায়ক শিক্ষার পরিবেশ তৈরি করা :

* শিক্ষামূলক উপকরণ, শিক্ষামূলক সফটওয়্যার, বিভিন্ন গণিত অ্যাপ এবং সিমুলেশনগুলোর মাধ্যমে গণিতকে আরও সহজ ও মজার করে তোলা যায়।

(vi) ঐতিহাসিক ও সাংস্কৃতিক প্রেক্ষাপট থেকে অনুপ্রেরণা :

* গণিতের ইতিহাস (যেমন দশমিকের ইতিহাস, শূন্য আবিষ্কার, গণনার ইতিহাস ইত্যাদি), গণিতজ্ঞদের জীবনকাহিনি প্রভৃতির মাধ্যমে গণিতে আগ্রহ বাড়ানো যেতে পারে।

* বিভিন্ন সংস্কৃতির অবদান গণিতের প্রতি সম্মান এবং আগ্রহ বাড়ায়।

2.4.3. সম্পূর্ণ উপলব্ধির বিকাশ (Development of appreciation) :

গণিত সম্পর্কে সঠিক জানতে হলে ওই বিষয় সম্পর্কে শিক্ষার্থীদের পূর্ণ উপলব্ধি ঘটাতে হবে এই পূর্ণ উপলব্ধি বা গণিতের প্রতি প্রশংসা মানে শুধু এটি বোঝা বা পছন্দ করা নয়; এটি হল এর সৌন্দর্য, যুক্তি এবং প্রয়োজনীয়তা উপলব্ধি করা। এই পূর্ণ উপলব্ধি থেকেই গড়ে তোলার প্রয়োজন আছে। গণিত এমন একটা বিষয় যা শিক্ষার মধ্যে দিয়ে খুব সহজেই পূর্ণ উপলব্ধির বিকাশ ঘটানো যায়। গণিত শিক্ষার মাধ্যমে মানুষের সমস্ত প্রয়োজনীয় গুণাবলি অর্জন করা যায় যার দ্বারা সমাজ ও পৃথিবী সুন্দর হয়। পূর্ণ উপলব্ধি হল বিষয়ের সার্বিক সাফল্য তা না হলে শিক্ষার্থী গণিতে পিছিয়ে পড়তে বাধ্য হয় এবং গণিতের প্রতি ভীতি বা ঘৃণা জন্মায়। যুক্তিসম্পন্ন, সৃজনশীল এবং প্রয়োজনীয় হাতিয়ার হিসেবে গণিতের অভিজ্ঞতা অর্জন করলে শিক্ষার্থীরা বিষয়টির প্রতি গভীর এবং অর্থপূর্ণ উপলব্ধি পেতে পারে। গণিতে পূর্ণ উপলব্ধি বিকাশের কয়েকটি উপায় এখানে দেওয়া হল :

(i) শিক্ষাগত কৌশল :

* মূর্ত থেকে বিমূর্ত ধারণা দেওয়া, সহজ থেকে কঠিন, জানা থেকে অজানা ইত্যাদি নীতিগুলি সঠিকভাবে প্রয়োগ করতে হবে।
* গল্পের মাধ্যমে গণিতের প্রতি আগ্রহ গড়ে তোলা যেতে পারে।
* সমষ্টিগতভাবে শেখা, যেমন, প্রকল্প পদ্ধতি সমস্যা সমাধান পদ্ধতি ইত্যাদি নীতিগুলি সঠিকভাবে প্রয়োগ করতে সাহায্য করে।
* স্বশিখন পদ্ধতি ও গণিতের উপলব্ধি বিকাশে সহায়ক

(ii) গণিতকে একটি সার্বজনীন ভাষা হিসেবে বোঝা :

* সংস্কৃতি, ভাষা এবং ভৌগোলিক সীমানার উর্ধ্বে গণিত, যার একটি সার্বজনীন ভাষা রয়েছে (প্রতীক, চিহ্ন ইত্যাদি)। এই সরলতা বুঝলে গণিতকে উপলব্ধি করা সহজ হয়।
* পদার্থবিজ্ঞান রসায়ন, জীবনবিজ্ঞান, অর্থনীতি, শিল্প ইত্যাদির সঙ্গে গণিতের সম্পর্ক শিক্ষার্থীদের গণিতের গুরুত্ব উপলব্ধি করতে সহায়তা করে।

(iii) বাস্তব জীবনে প্রয়োগ :

* দৈনন্দিন জীবনে বিভিন্ন সমস্যার সমাধানে, সাংসারিক এবং পেশাগত পরিমাপের ক্ষেত্রে, চিকিৎসা অর্থনীতি কম্পিউটার ইত্যাদি প্রযুক্তিগত প্রয়োগে গণিতের ব্যাবহারিক গুরুত্ব স্পষ্ট হলে শিক্ষার্থীরা গণিতকে সঠিকভাবে উপলব্ধি করতে সক্ষম হয়।

(iv) বিমূর্ত এবং ধারণামূলক চিন্তা :

* উন্নততর বলে বিমূর্ত চিন্তাভাবনার সহায়ক, যেমন অসীম সংখ্যা, কাল্পনিক সংখ্যা এবং বহুমাত্রিক স্থান—এগুলি গতানুগতিকতার বাইরে চিন্তা করতে উৎসাহিত করে।
* গণিতের প্রমাণ এবং যুক্তিভিত্তিক চিন্তার গুরুত্ব বুঝতে পারা গণিতের প্রতি গভীর সম্মান ও প্রশংসা তৈরি করে।

(v) সমস্যা, সমাধানের আনন্দ :

* গণিতের কঠিন সমস্যার সমাধানের প্রক্রিয়া মানসিক শৃঙ্খলা এবং দক্ষতার উপলব্ধি তৈরি করে।
* জটিল সমস্যাগুলির সমাধানে ধৈর্য প্রয়োজন এবং সন্তোষজনক সমাধান সাফল্যের অনুভূতি বাড়ায়।

(vi) ইতিহাস এবং সংস্কৃতি :

* বিখ্যাত গণিতবিদ যেমন, আর্কিমেডিস রামানুজোম, পিথাগোরাস ইত্যাদি বিখ্যাত গণিতজ্ঞের জীবনী পাঠ— তাদের শ্রম, অধ্যবসায়, আবিষ্কারের গল্প গণিতের বিবর্তনের ইতিহাস শিক্ষার্থীদের যুক্তি ও বিজ্ঞানমনস্কতা বিকাশের সঙ্গে সঙ্গে গণিতের প্রতি উপলব্ধির বিকাশ ঘটায়।
* বিভিন্ন সভ্যতার অবদান যেমন, প্রাচীন ভারতের শূন্যের ধারণা, ইসলামি সোনালি যুগে অ্যালজেব্রার বিকাশ ইত্যাদি গণিতের সঙ্গে সংস্কৃতির সম্পর্ক উপলব্ধি করতে সহায়তা করে।

2.5 গাণিতিক জ্ঞানে শিশুর সমাজ সাংস্কৃতিক প্রভাব (Effect of Socio-cultural background of children on mathematical knowledge)

একটি শিশুর সামাজিক ও সাংস্কৃতিক পটভূমি—যেমন : পরিবারের বিশ্বাস, মূল্যবোধ, আর্থ-সামাজিক অবস্থা, ভাষা এবং সম্প্রদায় তার গণিতের জ্ঞান ও শিখন-এর প্রতি মনোভাবকে অনেকটাই প্রভাবিত করে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় :

(i) অভিভাবকের মনোভাব :

* গণিতের প্রতি অভিভাবকের ইতিবাচক মনোভাব শিশুদের গণিত শিখনে উৎসাহিত করে। আবার সমাজের পিছিয়ে পড়া শ্রেণির অভিভাবকদের উদাসীন মনোভাব শিশুদের গণিত শিখনে সহায়তা করে না এবং তারা অনেকেই হীনমন্যতায় ভোগে।
* শিক্ষিত পরিবারের অভিভাবকরা শিক্ষার প্রতি সদর্থক মনোভাব পোষণ করেন যা সেই সমস্ত পরিবারের শিশুদের শিখনে বিশেষ করে গণিত শিখনে অনুপ্রাণিত করে। কিন্তু অভিভাবকদের মধ্যেই যদি গণিতকে কঠিন ভাবা বা অনাগ্রহের মনোভাব থাকে তাহলে শিশুর মধ্যে গণিত ভীতি তৈরি হতে পারে।
* কোনো কোনো সংস্কৃতিতে মেয়েদের বুদ্ধি কম— এই ভুল ধারণাবশত গণিত শিখনে নিরুৎসাহিত করা হয়।

(ii) আর্থসামাজিক অবস্থা :

* উচ্চবিত্ত ঘরের শিশুরা যখন বিদ্যালয়ে আসে তখন তারা প্রাথমিকভাবে গণিতে কিছুটা এগিয়ে থাকে যেহেতু তারা বাড়িতে অনেক সুযোগ পায়।
* এই ধরনের পরিবারের শিশুরা বেশিরভাগ ক্ষেত্রেই উন্নত ধরনের শিক্ষাসামগ্রী, অতিরিক্ত শিখন সহায়তা, প্রযুক্তি বিদ্যালয়ে বহির্ভূত বিভিন্ন শিক্ষা কার্যক্রম ইত্যাদির সুযোগ পায় যা গণিত শিখনে সহায়তা করে।
* উচ্চবিত্ত পরিবারের শিশুরা সাধারণত বই, খেলনা ইত্যাদির সহায়তা পায় যা তাদের গণিতের ভিত্তি গড়ে তুলতে সাহায্য করে
* নিম্ন আয়ের পরিবারের অতিরিক্ত ও অভিজ্ঞ শিক্ষক এবং উন্নত পরিকাঠামোর অভাব গণিত শিখনে প্রভাব ফেলে, আর্থিক অসুবিধাই এক্ষেত্রে বাধা হয়ে দাঁড়ায়।

(iii) ভাষা ও সাংস্কৃতিক প্রেক্ষাপট :

* শিশুর প্রাত্যহিক ব্যবহারের ভাষা যদি গণিত শিক্ষার ভাষার সঙ্গে ভিন্ন হয়, তবে শব্দগত সমস্যাগুলো বোঝার ক্ষেত্রে সমস্যা হতে পারে কারণ ভাষা গণিতের ধারণা গঠনে সাহায্য করে।
* কোনো কোনো পারিবারিক সংস্কৃতিতে মুখস্থ করার ওপর জোর দেওয়া হয় যা গণিতের ভিত্তি গঠন করতে সহায়তা করে না আবার কোনো কোনো সংস্কৃতিতে মুখস্থ করার ওপর জোর দেওয়া হয় যা গণিতের ভিত্তি গঠন করতে সহায়তা করে না আবার কোনো কোনো সংস্কৃতিতে সমস্যার সমাধান, চিন্তাশক্তি এবং বাস্তব জীবনের উপর গুরুত্ব দেওয়া হয়।

(iv) সম্প্রদায় ও সহপাঠীর প্রভাব :

* যে সমস্ত সম্প্রদায়ের গণিত শিক্ষা গুরুত্বপূর্ণ হিসেবে বিবেচিত হয় সেখানে শিশুদেরও গণিতের প্রতি মনোযোগী হতে দেখা যায়।
* সহপাঠীদের প্রভাবও খুবই গুরুত্বপূর্ণ। সমাজের সব স্তরের শিশুরা বিদ্যালয়ে একসঙ্গে পড়তে আসে। তারা যখন ছোটো ছোটো দলে বিভক্ত হয়ে গণিত শেখে, তখন পারস্পরিক ভাবের আদানপ্রদান হয়, গণিত ভীতি কাটে।
* গণিতে আগ্রহী ও দক্ষ সহপাঠীর উপস্থিতি অনেক সময়ই শিশুকে গণিত শিখনে উৎসাহিত করতে পারে :

(v) সাংস্কৃতিক অভিজ্ঞতা এবং দৈনন্দিন জীবনে গণিত :

* যে সমস্ত সংস্কৃতিতে প্রাত্যহিক কেনাকাটা, বাজেট তৈরি, রান্না, নির্মাণের কাজ বিভিন্ন সামাজিক-সাংস্কৃতিক অনুষ্ঠান ইত্যাদি কাজে স্বাভাবিকভাবে গণিতের ব্যবহার হয়ে থাকে সেইসব ক্ষেত্রে পরিবারের সঙ্গে এইসব কাজে যুক্ত থাকলে শিশুরা ছোটো থেকেই ব্যাবহারিক গণিত শিখে ফেলে।

*   বিভিন্ন পেশায় যুক্ত মানুষ যেমন, রাজমিস্ত্রি, কৃষক, ছুতোর, তাঁতি, শ্রমিক ইত্যাদি পরিবারের শিশুরা গৃহ পরিবেশ থেকে যে ধরনের গণিত শেখে তার সঙ্গে বিদ্যালয়ের শেখার পদ্ধতি অনেকটাই ব্যবধান থাকে।
*   কোনো কোনো সংস্কৃতিতে গণনা খেলা, ধাঁধা বা কৌশলগত বিভিন্ন খেলা (যেমন, দাবা) সেই সংস্কৃতির সাধারণ অঙ্গ। এক্ষেত্রে শিশুদের স্বাভাবিকভাবেই গাণিতিক চিন্তাশক্তির বিকাশ হয়।

(vi) প্রচলিত বিশ্বাস :

*   কোনো কোনো সমাজ বা সংস্কৃতিতে ছেলেদের মেয়েদের থেকে গণিতে স্বাভাবিকভাবে ভালো বলে মনে করা হয়। মেয়েরা প্রায়ই এই ধরনের ভুল ধারণা বিশ্বাস করে এবং তাদের আত্মবিশ্বাসে তার প্রভাব পড়ে।
*   কোনো কোনো সম্প্রদায় বা পরিবার গণিতকে খুব কঠিন একটি বিষয় বলে মনে করে এবং তারা মনে করে যে এই বিষয়টি শুধুমাত্র "প্রভাধরদের জন্য"। সেইসব ক্ষেত্রে শিশুরা আগে থেকেই হার মেনে নেয়।

(vii) শিক্ষা ব্যবস্থায় এবং পাঠক্রমের প্রভাব :

*   বিভিন্ন সমাজ সংস্কৃতিতে বিভিন্ন ধরনের শিক্ষা পদ্ধতিকে অগ্রাধিকার দেওয়া হয়। কাজের মাধ্যমে শেখা এবং অনুসন্ধানমূলক পাঠক্রম শিশুদের গণিতের প্রতি আগ্রহ বাড়ায়। আবার কোনো কোনো ক্ষেত্রে প্রচলিত গতানুগতিক শিখন পদ্ধতির ওপর জোর দেওয়া হয়।
*   অভিজ্ঞ শিক্ষকের অভাব, বিশেষ করে নিম্ন আয়ের সমাজে, শিশুদের গণিত শিখনে প্রভাব ফেলতে পারে।

(viii) প্রযুক্তি এবং গণমাধ্যমের প্রভাব :

*   প্রযুক্তিগত শিখনসামগ্রী গণিত শিখন সহজ এবং মজার করে তুলতে পারে।
*   গণমাধ্যমে গণিত এবং গণিতবিদদের চিত্রায়ণ শিশুদের মনোভাবকে সদর্থকভাবে প্রভাবিত করতে পারে। গণিতকে কঠিন কিন্তু পুরস্কৃত হিসেবে দেখালে ইতিবাচক মনোভাব তৈরি হয় আর নেতিবাচক চিত্রায়ণ গণিতের প্রতি ভীতি তৈরি করতে পারে।

2.6 সারসংক্ষেপ (Summary)

গণিতের মাধ্যমে নির্ভুলতা, বিচার করার ক্ষমতা, আবিষ্কারধর্মী মনোভাব গড়ে ওঠে। দৈনন্দিন জীবনের প্রতিটি পদক্ষেপে গণিতের ব্যবহার অপরিসীম। গণিত শুধু গুরুগম্ভীর বিমূর্ত বিষয়ই নয় খেলাধুলা থেকে শুরু করে গান-নাচ-ছন্দ প্রতিটি ক্ষেত্রেই গণিতের ধারণাকে কাজে লাগানো সেই প্রাগৈতিহাসিক যুগ থেকে শুরু করে রোবোটিক যুগেও প্রবহমান।

গণিত শিক্ষার ফলে শিক্ষার্থীদের মধ্যে জ্ঞান, বোধ, প্রয়োগ ও দক্ষতামূলক গুণগুলির বিকাশ ঘটে।

শিক্ষকের কাজ হল গণিতের প্রতি শিক্ষার একটা স্বাভাবিক স্বতঃস্ফূর্ত আগ্রহ গড়ে তোলা এবং যত অমূর্তই হোক তাকে শিক্ষার্থীর মানসপটে মূর্ত করে গড়ে তোলা।

পিওর গণিত শিক্ষায় সামাজিক কাঠামো বা সংস্কৃতির একটা প্রভাব আছে অর্থাৎ বাস্তবধর্মী গণিত শিখন পুঁথিগত শিক্ষা না লাভ করেও হয়ে যায়।

2.7 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1. বহু নির্বাচনধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) অরিগ্যামী হল গণিতের .... লক্ষ্য

i) বিনোদনমূলক ii) সৃজনমূলক iii) শৃঙ্খলাজনিত iv) সবকটি

(খ) জ্ঞানমূলক সামর্থ্য হল —

i) ব্যাখ্যা করতে পারা ii) নতুন সমস্যা তৈরি করতে পারা

iii) শৃঙ্খলাজনিত iv) সবকটি

(গ) গণিতের ভাষা —

i) ভৌগলিক সীমানায় সীমাবদ্ধ ii) সার্বজনীন

iii) ঐতিহাসিক iv) সবকটি

(ঘ) LTM কথাটির অর্থ হল —

i) শিক্ষণ শিখন উপকরণ ii) শিখন শিক্ষণ উপকরণ

iii) শিক্ষা উপকরণ iv) শিক্ষা সহায়ক উপকরণ

(ঙ) নতুন সমস্যা তৈরি করতে পারা, হল —

i) জ্ঞানমূলক সামর্থ্য ii) প্রয়োগমূলক সামর্থ্য

iii) ক্ষমতামূলক সামর্থ্য iv) বোধমূলক সামর্থ্য

(চ) গণিতের বিমূর্ত চিন্তা হল —

i) ভগ্নাংশ সংখ্যা ii) জ্যামিতিক আকার

iii) অসীম সংখ্যা iv) বিভিন্ন ত্রিমাত্রিক আকার

2. অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলি :

(ক) গণিতে মূর্ত থেকে বিমূর্ত নীতির একটি উদাহরণ দিন।

(খ) গণিতে বোধমূলক সামর্থ্যের দুটি ক্ষেত্র লিখুন।

(গ) দৈনন্দিন জীবনে গণিতের দুটি ব্যবহার লিখুন।

(ঘ) গণিতে শিক্ষা সহায়ক পরিবেশ কীভাবে তৈরি করা যায়?

(ঙ) জ্যামিতি সংক্রান্ত একটি দক্ষতামূলক প্রশ্ন করুন।

3. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) পূর্ণ উপলব্ধির বিকাশ বলতে কী বোঝানো হয়?

(খ) প্রাথমিক স্তরে গণিতে শিশুর আগ্রহ বৃদ্ধির জন্য শিক্ষকের ভূমিকা উদাহরণসহ আলোচনা করো।

(গ) গণিতের বিনোদনমূলক লক্ষ্য উদাহরণসহ লিখুন।

(ঘ) জ্ঞানমূলক ও প্রয়োগমূলক শিখন সামর্থ্য উদাহরণসহ লিখুন।

4. রচনাধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) গাণিতিক জ্ঞানে শিশুর সমাজ সাংস্কৃতিক প্রভাব বিস্তারিত আলোচনা করুন।

(খ) প্রাথমিক শিক্ষা সম্পূর্ণ করার পর গণিত কীভাবে ব্যাবহারিক জীবনে কাজে লাগাবে উদাহরণসহ বর্ণনা করুন।

অধ্যায় 3

শিক্ষণ সংক্রান্ত বিষয় জ্ঞান - ১
(Pedagogical Content Knowledge - I)

3.1 ভূমিকা (Introduction)
3.2 উদ্দেশ্য (Objectives)
3.3 সংখ্যার ধারণা (Concept of Number)
3.4 অবস্থান সংক্রান্ত ধারণা এবং আকারসমূহ (Spatial Understanding and shapes)
3.5 সারসংক্ষেপ (Summary)
3.6 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

3.1 ভূমিকা (Introduction)

গণিতে গণনার ভূমিকা বরাবরই। সেই ইতিহাস থেকে পশুপালন বা কোনো জীবিকানির্বাহে গণনার কাজ চলে আসছে। গণনার কাজে নম্বর অর্থাৎ সংখ্যার ধারণা আমাদের প্রয়োজন। আমাদের দেশেও বিদ্যালয় স্তরে তাই প্রাথমিক পাঠ্যসূচিতে সংখ্যার ধারণা, বিভিন্ন সংখ্যার প্রকারভেদ, ভগ্নাংশের ধারণা দেওয়া হয়েছে। শিশুরা যাতে করে প্রথম থেকেই হিসাবনিকাশ, গণনা ভালো করে শিখতে পারে।

এ ছাড়াও বিভিন্ন বস্তুর জ্যামিতিক আকার, বাস্তব জগতের বিভিন্ন ঘরবাড়ির আকৃতি অর্থাৎ জ্যামিতিক পাঠের ধারণাও পাঠ্যবিষয়ে অন্তর্ভুক্ত হয়েছে। জ্যামিতিক আকারের বৈশিষ্ট্য এবং পাটিগণিতের চার প্রক্রিয়া ও সংখ্যার ধারণা গণিতের স্তম্ভ রূপে দাঁড়িয়ে আছে। যার ধারণার ফলে শিক্ষার্থীরা ভবিষ্যতে যথাযথভাবে জ্ঞান গ্রহণ করতে পারবে। পাটিগণিত হল সংখ্যাবিজ্ঞান। আর এই সংখ্যা ধারণার মাধ্যমে সহজে শিক্ষার্থীরা অগ্রসর হতে পারবে নতুন তথ্যের সন্ধানে।

3.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

(i) সংখ্যার ধারণা গ্রহণ করে তার ব্যাখ্যা করতে পারবে।

(ii) গণনার মাধ্যমে সংখ্যা চিহ্নিত করতে পারবে।

(iii) স্থানীয় মান ও স্বকীয়/প্রকৃত মানের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।

(iv) মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যা তুলনামূলক আলোচনা করতে পারবে।

(v) যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ সম্পর্কে ধারণা গ্রহণ করা।

(vi) ভগ্নাংশের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।

(vii) দশমিক ভগ্নাংশ গঠন করতে পারবে।

(viii) অবস্থানগতভাবে বস্তুর ধারণা প্রদান করতে পারবে।

(ix) বিভিন্ন জ্যামিতিক আকার ও তাদের ধারণাগুলি উল্লেখ করতে পারবে।

(x) ত্রিভুজ সম্পর্কে ধারণাগুলি ব্যাখ্যা করতে পারবে।

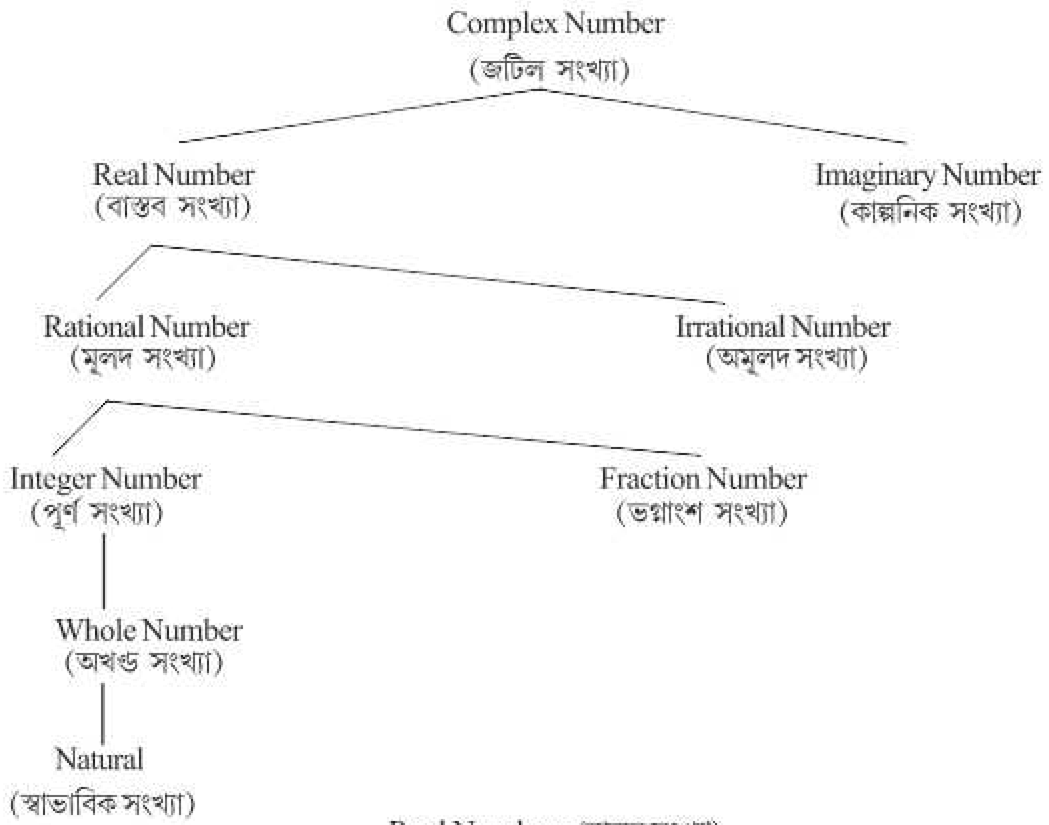
(xi) চতুর্ভুজ, বর্গ, আয়ত সম্পর্কে তুলনা করতে পারবে।

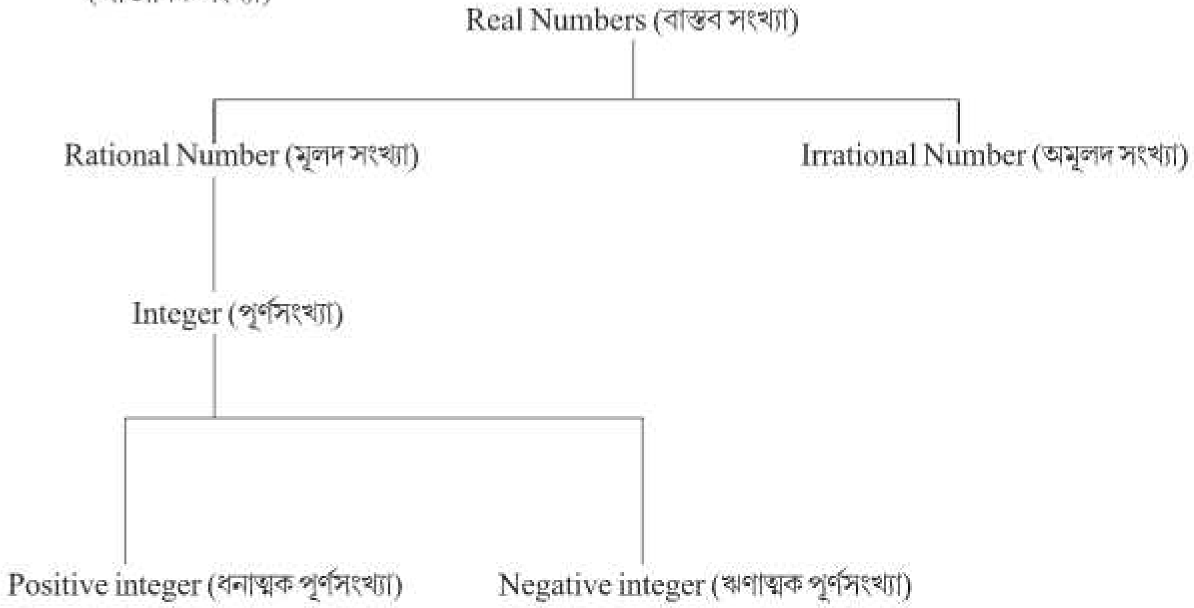
(xii) চোঙ, শঙ্কু, সমকোণী চৌপল ও ঘনক—এই জ্যামিতিক আকারগুলির বৈশিষ্ট্য বর্ণনা ও বাস্তবে তাদের উদাহরণ দিতে পারবে।

3.3 সংখ্যার ধারণা (Concept of Number)

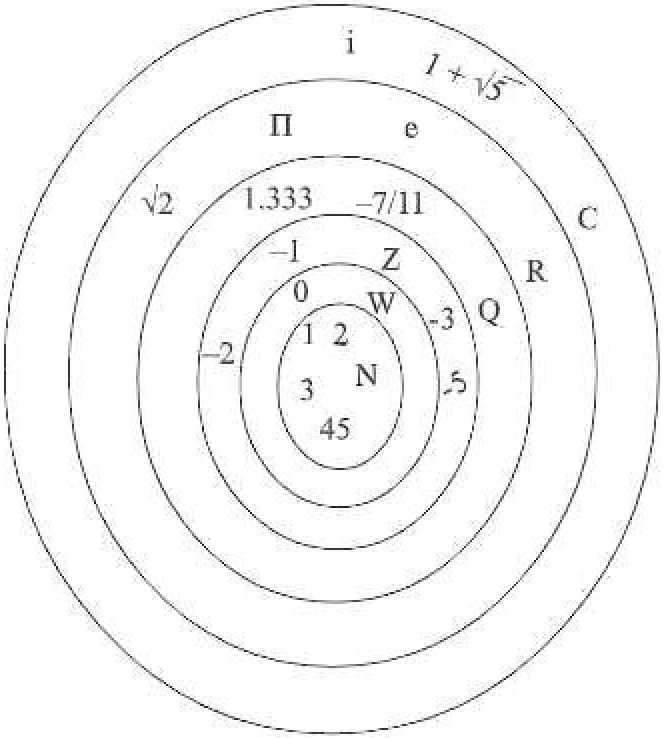
সংখ্যার ধারণা সেই প্রাচীনকাল থেকে চলে আসছে গণনার মাধ্যম হিসাবে। গণনা করা হত সংখ্যা দিয়ে। মানবসভ্যতা অগ্রগতির পেছনে সংখ্যা তত্ত্বের অবদান রয়েছে।

বিভিন্ন সংখ্যার ধারণা বা বিভিন্ন রকম সংখ্যার প্রকারভেদের ছক নিম্নে দেওয়া হল—





সংখ্যাগুলি কীভাবে রয়েছে এবং তার পরিধি অঞ্চল দেখানো হল—



3.3.1 স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Numbers) :

বস্তুসমূহ গণনার প্রয়োজনে 1, 2, 3, 4, ... সংখ্যাসমূহের উৎপত্তি হয় এবং এইসব সংখ্যাকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলে।

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N দ্বারা সূচিত হয় অর্থাৎ

N = { 1, 2, 3, 4, ...}

3.3.2 অখণ্ড সংখ্যা (Whole Numbers) :

স্বাভাবিক সংখ্যা এবং শূন্য (0), সংখ্যাটিকে নিয়ে একত্রে আমরা অখণ্ড সংখ্যা বলি।

W = {0, 1, 2, 3, ...}

3.3.3 পূর্ণসংখ্যা (Integers) :

স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের সঙ্গে –1, –2, –3, ... এবং 0 শূন্য সংখ্যাসমূহ সংযোজন করলে যেসব সংখ্যা পাওয়া যায় তাদের পূর্ণসংখ্যা বলে।

পূর্ণসংখ্যা I দ্বারা সূচিত হয়।

I = {0, ±1, ±2, ±3, ±4 .....} অর্থাৎ {...... –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

3.3.4 মূলদ সংখ্যা (Rational Numbers) :

যে সংখ্যাকে p/q আকারে প্রকাশ করা যায়। যেখানে p এবং q উভয়েই পূর্ণসংখ্যা। কিন্তু $q \neq 0$, সেই সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলে।

পূর্ণসংখ্যা এবং ভগ্নাংশ সংখ্যাকে একযোগে মূলদ সংখ্যা বলা হয়।

যেমন : 5 = 5/1, 3/4, 12/15 = 4/5 ইত্যাদি।

3.3.5 অমূলদ সংখ্যা (Irrational Numbers) :

যে সংখ্যাগুলিকে p/q আকারে প্রকাশ করা যায় না (যেখানে p পূর্ণসংখ্যা এবং q স্বাভাবিক সংখ্যা)। অথবা যে সংখ্যায় দশমিক আকার অসীম ও অপৌনঃপুনিক তাকে অমূলদ সংখ্যা বলে।

যেমন $\sqrt{2} = 1.414213$ ....

$\pi = 3.14159265358979$ ....

3.3.6 বাস্তব সংখ্যা (Real Numbers) :

মূলদ সংখ্যাসমূহের সঙ্গে অমূলদ সংখ্যাসমূহ সংযোজন করে যেসব সংখ্যা পাওয়া যায়, তাদের বাস্তব সংখ্যা বলে।

বাস্তব সংখ্যার সেই সংখ্যাকে R দ্বারা সূচিত করে।

R = {x : x একটি বাস্তব সংখ্যা}

3.3.7 মৌলিক সংখ্যা ও যৌগিক সংখ্যা :

মৌলিক সংখ্যা :

যে স্বাভাবিক সংখ্যার কেবলমাত্র দুটি উৎপাদক এক এবং সেই সংখ্যা থাকে তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে।

যেমন : 2, 3, 5, 7, 11, 13 ইত্যাদি।

যৌগিক সংখ্যা :

যে স্বাভাবিক সংখ্যার দুইয়ের অধিক উৎপাদক থাকে তাকে যৌগিক সংখ্যা বলে।

যেমন : 4, 6, 8, 9, 10 ইত্যাদি।

উল্লেখযোগ্য : 1 মৌলিক সংখ্যাও নয় আবার যৌগিক সংখ্যাও নয় কারণ 1 কেবলমাত্র নিজেই তার উৎপাদক।

3.3.8 বিভাজ্যতার নিয়ম :

বিভাজ্য : কোনো সংখ্যাকে (ভাজ্যকে) অপর একটি সংখ্যা দ্বারা (ভাজক) ভাগ করলে ভাগশেষ যদি শূন্য হয় তবে প্রথম সংখ্যাটি দ্বিতীয় সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য বলা হয়।

(1) 1 দ্বারা যে-কোনো স্বাভাবিক সংখ্যাই বিভাজ্য।

(2) **2 দ্বারা বিভাজ্য :** একক স্থানীয় অঙ্ক 0 বা যুগ্ম হলে সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য।

(3) **3 দ্বারা বিভাজ্য :** সংখ্যাটির অঙ্কগুলির সমষ্টি 3 দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি 3 দ্বারা বিভাজ্য।

(4) **4 দ্বারা বিভাজ্য :** সংখ্যাটির শেষ অঙ্কদ্বয় শূন্য হলে বা শেষ অঙ্কদ্বয় দ্বারা গঠিত সংখ্যা 4 দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি 4 দ্বারা বিভাজ্য।

(5) **5 দ্বারা বিভাজ্য :** যে সংখ্যার একক স্থানে 0 অথবা 5 থাকে সেই সংখ্যাটি 5 দ্বারা বিভাজ্য।

(6) **6 দ্বারা বিভাজ্য :** সংখ্যাটি পৃথকভাবে 2 ও 3 দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি 6 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

(7) **7 দ্বারা বিভাজ্য :** 7 দ্বারা ভাগ করে বিভাজ্য হলে, সংখ্যাটি 7 দ্বারা বিভাজ্য অথবা এককের অঙ্কের দ্বিগুণ করে ও বাকি সংখ্যা থেকে অন্তর নিয়ে অন্তরফল শূন্য অথবা সাত হয় অথবা সাত দ্বারা বিভাজ্য হয় তাহলে সংখ্যাটি 7 দ্বারা বিভাজ্য $(21 = 2 - (1 \times 2) = 2 - 2 = 0)$

বড়ো সংখ্যার ক্ষেত্রে : কোনো সংখ্যার ডানদিক থেকে তিনটি করে অঙ্ক নিয়ে গঠিত সংখ্যাগুলির জোড় স্থান ও বিজোড় স্থানের যোগফলের বিয়োগফল '0' হয় অথবা 7 দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি 7 দ্বারা বিভাজ্য। 264 389 132

বিজোড় স্থানের যোগফল $264 + 132 = 396$, জোড় স্থানের 389

$396 - 389 = 7$

∴ সুতরাং সংখ্যাটি 7 দ্বারা বিভাজ্য।

(8) **8 দ্বারা বিভাজ্য :** সংখ্যাটির শেষ তিনটি অঙ্ক শূন্য '000' অথবা '8' দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে সংখ্যাটি 8 দ্বারা বিভাজ্য।

36000, 34248 — প্রথমটির শেষ তিনটি অঙ্ক 000 আর দ্বিতীয় সংখ্যার শেষ তিনটি সংখ্যা 248, 8 দ্বারা বিভাজ্য সুতরাং সংখ্যা দুটি '8' দ্বারা বিভাজ্য।

(9) **9 দ্বারা বিভাজ্য :** কোনো সংখ্যার অঙ্কগুলির যোগফল '9' দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি অবশ্যই 9 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

34731 সংখ্যাটির অঙ্কগুলির যোগফল $= 3 + 4 + 7 + 3 + 1 = 18$

সুতরাং সংখ্যাটি 9 দ্বারা বিভাজ্য

(10) **10 দ্বারা বিভাজ্য :** কোনো সংখ্যার একক অঙ্ক '0' (শূন্য) হলে সংখ্যাটি অবশ্যই '10' দ্বারা বিভাজ্য হবে।

(11) **11 দ্বারা বিভাজ্য :** কোনো সংখ্যার জোড় ও বিজোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফলের বিয়োগফল শূন্য (0) **কিংবা** 11 দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি 11 দ্বারা বিভাজ্য। 4533782 সংখ্যাটির বিজোড় স্থানের যোগফল $= 2 + 7 + 3 + 4 = 16$ ও জোড় স্থানের যোগফল $= 8 + 3 + 5 = 16$, বিয়োগফল $= 16 - 16 = 0$, সুতরাং সংখ্যাটি 11 দ্বারা বিভাজ্য।

(12) **12 দ্বারা বিভাজ্য :** সংখ্যাটি 3 এবং 4 দ্বারা বিভাজ্য হলে 12 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

(13) **13 দ্বারা বিভাজ্য :** কোনো সংখ্যার ডানদিক থেকে তিনটি করে অঙ্ক নিয়ে গঠিত সংখ্যাগুলির জোড় স্থান ও বিজোড় স্থানের যোগফলের বিয়োগফল '0' হয় কিংবা '13' দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি অবশ্যই 13 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

(14) **14 দ্বারা বিভাজ্য :** সংখ্যাটি 2 বা 7 দ্বারা পৃথকভাবে বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি 14 দ্বারা বিভাজ্য

(15) **15 দ্বারা বিভাজ্য :** কোনো সংখ্যা 3 এবং 5 দ্বারা পৃথকভাবে বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি অবশ্যই 15 দ্বারা বিভাজ্য।

(16) **16 দ্বারা বিভাজ্য :** কোনো সংখ্যার শেষ চারটি অঙ্ক দ্বারা গঠিত সংখ্যা 16 দ্বারা বিভাজ্য হলে, তবে সংখ্যাটি অবশ্যই 16 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

(17) **17 দ্বারা বিভাজ্য :** কোনো সংখ্যার ডানদিকের শেষ অঙ্কের সঙ্গে 5 গুণ করে গুণফলটি যদি অন্য অঙ্কগুলির দ্বারা গঠিত সংখ্যার থেকে বিয়োগ করে, বিয়োগফল যদি 17 দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে সংখ্যাটি অবশ্যই 17 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

যেমন : 782 সংখ্যাটি $(78 - 2\times5) = 68$, 17 দ্বারা বিভাজ্য। সুতরাং, সংখ্যাটি '17' দ্বারা বিভাজ্য।

(18) **18 দ্বারা বিভাজ্য :** কোনো সংখ্যা '2' এবং '9' দ্বারা পৃথকভাবে বিভাজ্য হলে, তবে সংখ্যাটি অবশ্যই 18 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

(19) **19 দ্বারা বিভাজ্য :** সংখ্যাটির ডানদিকে শেষ অঙ্কের সঙ্গে 2 গুণ করে বাকি অঙ্কগুলির দ্বারা গঠিত সংখ্যার সঙ্গে যোগ করলে যোগফল যদি 19 দ্বারা বিভাজ্য হয় সংখ্যাটি 19 দ্বারা বিভাজ্য।

যেমন : 437 সংখ্যাটি $(43 + 7\times2 = 57$, 19 দ্বারা বিভাজ্য) 19 দ্বারা বিভাজ্য।

(20) **20 দ্বারা বিভাজ্য :** কোনো সংখ্যার একক অঙ্ক 'শূন্য' হলে এবং ডানদিকের দুটি অঙ্ক দ্বারা গঠিত সংখ্যা '4' দ্বারা বিভাজ্য হলে তবে সংখ্যাটি অবশ্যই '20' দ্বারা বিভাজ্য হবে।

3.3.9 মৌলিক/যৌগিক সংখ্যা নির্ণয় :

বিভাজ্যতার নিয়মানুসারে ভাগ করে দেখতে হবে সংখ্যাটি মৌলিক না যৌগিক।

উদাহরণ — 103 মৌলিক না যৌগিক

(1) একক ঘরের অঙ্ক 3 বিজোড় তাই 2 দ্বারা বিভাজ্য নয়।

(2) অঙ্ক সমষ্টি 4 সুতরাং 3 দ্বারা বিভাজ্য নয়।

(3) শেষ অঙ্ক 5 বা 0 নয় তাই 5 দ্বারা বিভাজ্য নয়।

(4) 7 দ্বারা বিভাজ্য নয়

(5) জোড় স্থানের অঙ্ক সমষ্টি ও বিজোড় স্থানের অঙ্ক সমষ্টির অন্তর 11 দ্বারা বিভাজ্য নয়।

সুতরাং 103 মৌলিক সংখ্যা

6 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা মাত্রেই 3 দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 6 দ্বারা বিভাজ্য হতেও পারে নাও পারে—

বিভাজ্যতার নিয়মে যে সংখ্যাগুলি 2 ও 3 দ্বারা বিভাজ্য সেগুলি 6 দ্বারা বিভাজ্য। সুতরাং 6 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 3 দ্বারা বিভাজ্য।

যেমন — 6, 12, 18, 24, 30 ইত্যাদি

কিন্তু 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 2 দ্বারা বিভাজ্য নাও হতে পারে

যেমন — 3, 9, 15, 21, 27, শুধু 3 দ্বারাই বিভাজ্য 2 দ্বারা নয়

সুতরাং, 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 6 দ্বারা বিভাজ্য নাও হতে পারে

আবার 6, 12, 18 এরা 3 দ্বারা এবং 2 দ্বারা বিভাজ্য, সুতরাং 6 দ্বারা বিভাজ্য

সুতরাং, 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা 6 দ্বারা বিভাজ্য হতেও পারে আবার নাও পারে

3.3.10 1-100 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা নির্ণয় :

2-10 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা 2, 3, 5, 7, 10-100 পর্যন্ত সংখ্যাগুলির যেগুলির একক স্থানে অঙ্ক 1, 3, 7, 9 সেগুলি লিখে তাদের যেগুলির অঙ্ক সমষ্টি 3 দ্বারা বিভাজ্য সেগুলি বাদ এবং 7×7=49, 7×11 = 77, 7 × 13 = 91 এই তিনটি বাদ দিয়ে বাকিগুলি মৌলিক সংখ্যা। সুতরাং মৌলিক সংখ্যাগুলি হল—

11	~~21~~	31	41	~~51~~	61	71	~~81~~	~~91~~
13	23	~~33~~	43	53	~~63~~	73	83	~~93~~
17	~~27~~	37	47	~~57~~	67	~~77~~	~~87~~	97
19	29	~~39~~	~~49~~	59	~~69~~	79	89	~~99~~

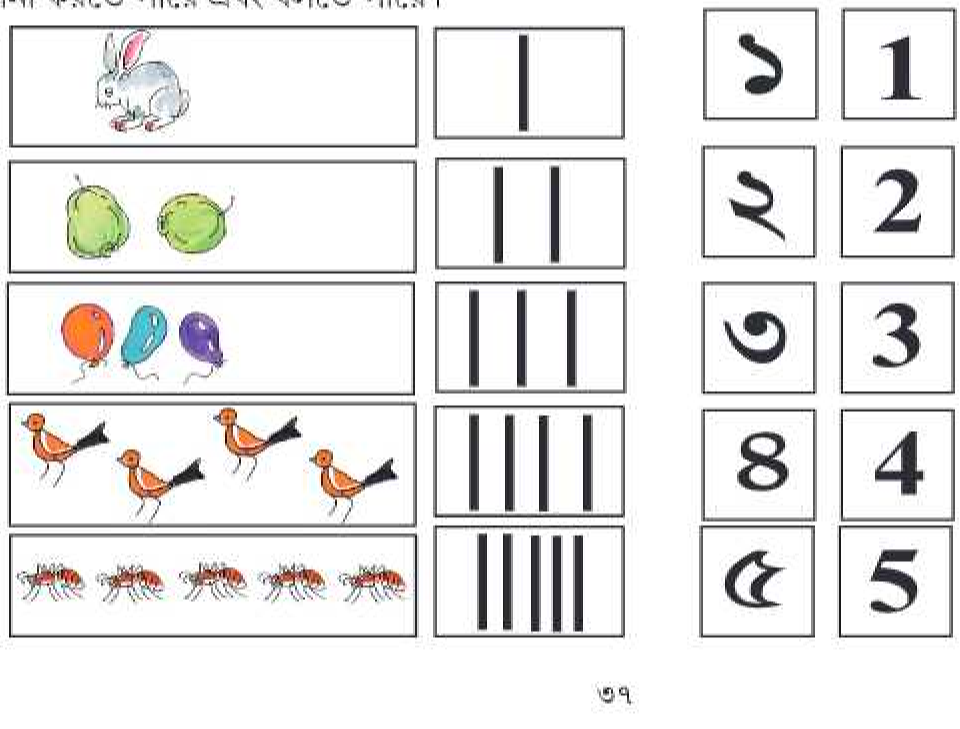
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89,97 — মোট 25টি

101-200 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা

আগের নিয়ম অনুসারে অঙ্কশেষে 1, 3, 7, 9, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199 মোট — 21টি

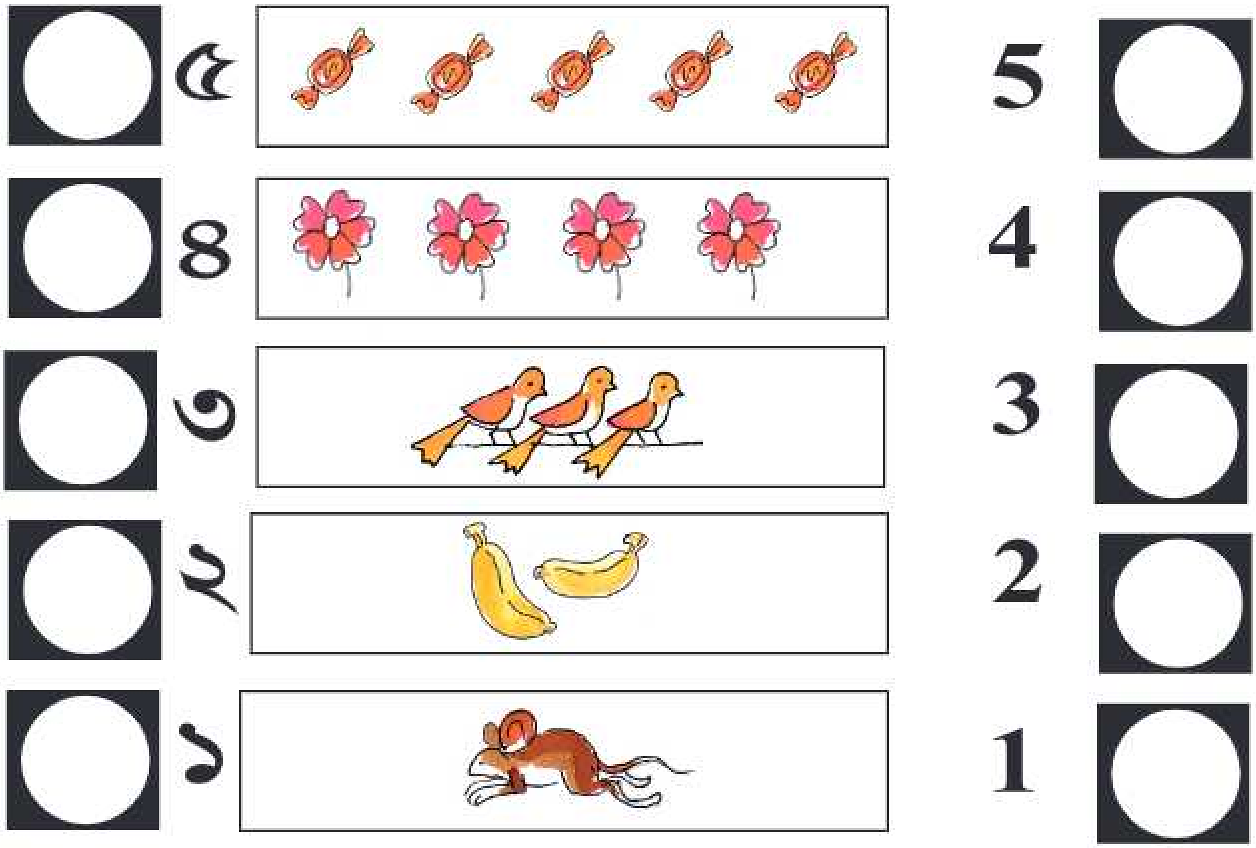
3.3.11 সংখ্যার গণনা (Counting) :

সংখ্যার গণনা বিভিন্ন চিত্রের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের কাছে তুলে ধরতে হবে যাতে করে শিশুরা খুব সহজে গণনা করতে পারে এবং বলতে পারে।

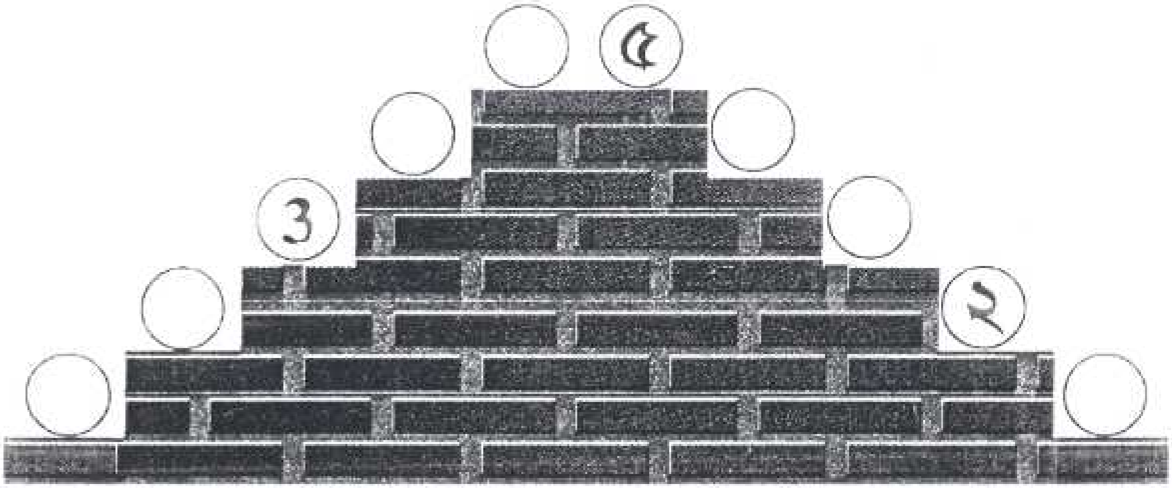


এইভাবে তাদেরকে বিভিন্ন চিত্র এবং বিভিন্ন বাস্তবিক জিনিস যা শিশুরা বাস্তব জগতে দেখতে পায় সেরকম চিত্র দিয়ে ছোটোখাটো গণনা খুব সহজে তারা করতে পারবে—

এছাড়াও তাদেরকে সিঁড়ি দিয়ে ওঠার সময় কত ধাপ ওঠল বা নামল তা তারা সুন্দরভাবে গণনা করতে পারবে—

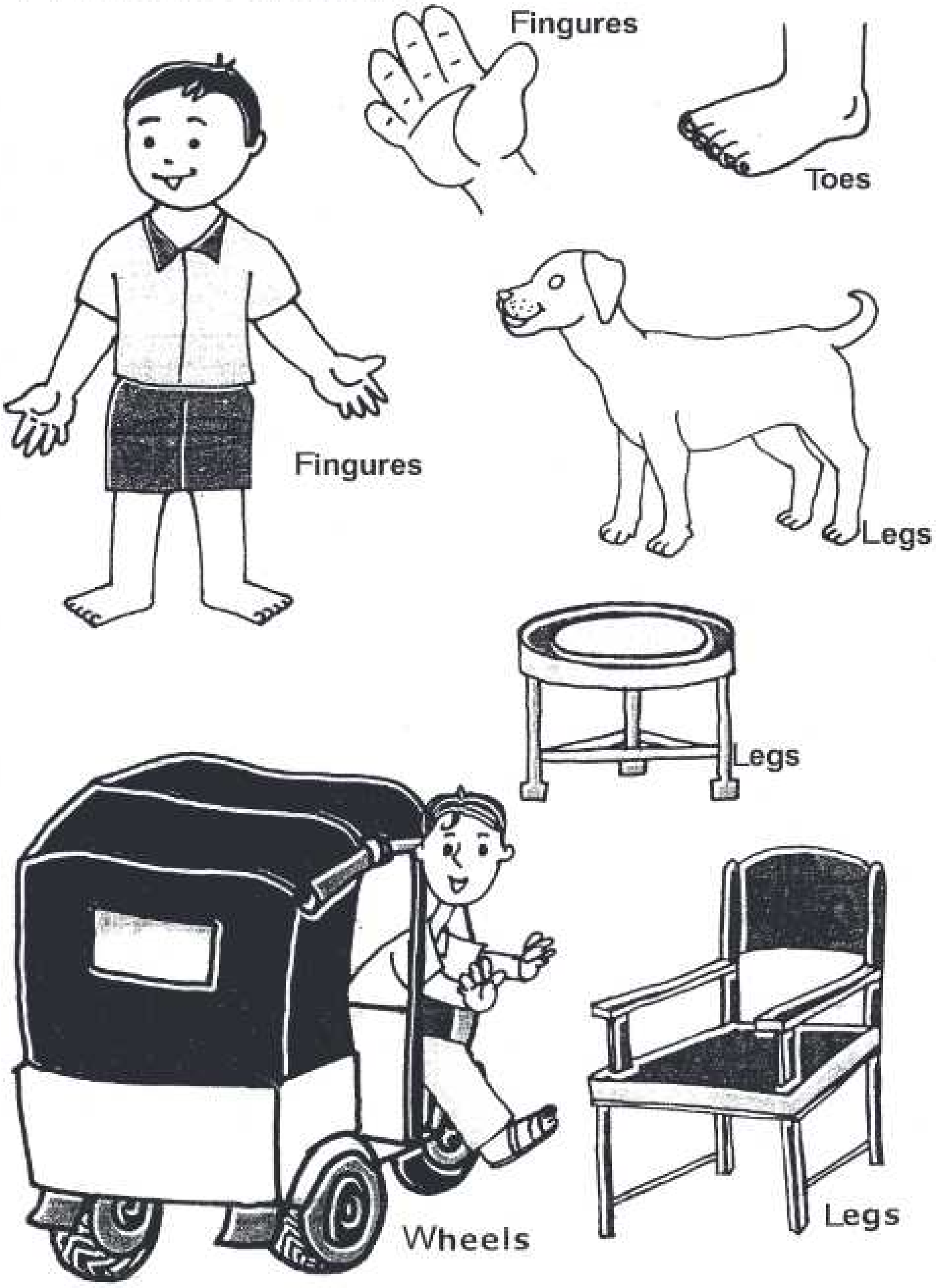


সহজে সিঁড়ি দিয়ে তারা শূন্যস্থান পূরণ করতে পারবে—



আরও কয়েকটি উদাহরণ চিত্রের মাধ্যমে দেখানো হল যেখান থেকে তারা স্বাভাবিক সংখ্যাগুলি গণনা করতে পারবে এবং কিছু ক্ষেত্রে প্রতীকের মাধ্যমে গণনা করা যায়—

কতগুলি তা গণনা করো (Count how many) :



(আঙুল)Fingures =

(চাকা)Wheels = ________________

(পা) Legs =

কুকুরের = ________________

চেয়ারের = ________________

3.3.12 স্থানীয় মান (Place Value) :

স্বাভাবিক সংখ্যায় স্থানীয় মানের ধারণা দান পদ্ধতি

1-9 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি একক অঙ্কের সংখ্যা। 1-9 পর্যন্ত সংখ্যার ধারণা এবং শূন্যের ধারণা দিতে হবে বস্তুর সাপেক্ষে।

এবার 9টি কলম বা কাঠির সঙ্গে একটি দিলে হয় দশ এই দশটি কলম বা কাঠিকে একটি গার্ডার দিয়ে বেঁধে একটি বান্ডিল হয়েছে বলতে হবে এবং একে আলাদা করে দশক ঘরে বসাতে হবে।

এইভাবে দশক থেকে শতক ঘরেও আসা যায়।

এইভাবে একক, দশক, শতক ঘরের ধারণা দেওয়া যায় কাঠি বা বিভিন্ন বস্তু দিয়ে।

স্থানীয় মান :

প্রতিটি অঙ্কের দু-প্রকার মান আছে।

যথা— (i) Face Value (স্বকীয় মান)

(ii) Place Value (স্থানীয় মান)

স্বকীয়/প্রকৃত মান (Face Value) :

অঙ্কটির প্রকৃত মান বা স্বকীয়/ প্রকৃত মান

যেমন— 4527 সংখ্যাটিতে 4 এর face value হল = 4

স্থানীয় মান (Place Value) :

অঙ্কটি যে স্থানে বসে সেই স্থানের যে মান পাওয়া যায় তাকে ওই অঙ্কের স্থানীয় মান বলে।

যেমন— 4527 -এর 4-এর স্থানীয় মান হল = 4000

অর্থাৎ 4 হাজার ঘরে আছে।

কিছু উদাহরণ দেওয়া হল যেখানে তাদের স্বকীয়/ প্রকৃত মান ও স্থানীয় মান স্পষ্টভাবে ধারণা পাওয়া যাবে—

325

- 3-এর স্বকীয়/ প্রকৃত মান [3] 3-এর স্থানীয় মান [ ] =
- 2-এর স্বকীয়/ প্রকৃত মান [2] 2-স্থানীয় মান [ ] =
- 5-এর স্বকীয়/ প্রকৃত মান [5] 5-এর স্থানীয় মান [ ] =

শ	দ	এ
3	0	0
	2	0
		5
3	2	5

498

- 4-এর স্বকীয়/ প্রকৃত মান [4] 4-এর স্থানীয় মান [ ] =
- 9-এর স্বকীয়/ প্রকৃত মান [9] 9-এর স্থানীয় মান [ ] =
- 8-এর স্বকীয়/ প্রকৃত মান [8] 8-এর স্থানীয় মান [ ] =

শ	দ	এ
4	0	0
	9	0
		8
4	9	8

2346781 সংখ্যাটি স্থানীয় মান দিয়ে যেভাবে লেখা যায় তা হল
= 2000000 + 300000 + 40000 + 6000 + 700 + 80 + 1

9823754 সংখ্যাটিতে 7-এর স্থানীয় মান = ____________

3.3.13 সংখ্যা তৈরি করা :

9, 8, 2, 3, 7, 5, 4 অঙ্কগুলি নিয়ে গঠিত সংখ্যাগুলি লেখা যায়

?	?	?
7-এর স্থানীয় মান	7-এর স্থানীয় মান	7-এর স্থানীয় মান
= 700000	= 7000	= 700

সংখ্যা গড়ো

5 6 2

- 6 শতকের ঘরে [ ]
- 6 দশকের ঘরে [ ]
- 6 এককের ঘরে [ ]

3.3.14 মূলদ সংখ্যা (Rational Numbers) :

বিভিন্ন পূর্ণসংখ্যাকে ভগ্নাংশের আকারে প্রকাশ করা যায়। যথা—

$$1 = 1 \div 1 = \tfrac{1}{1}$$

$$2 = 2 \div 1 = \tfrac{2}{1}$$

$$3 = 3 \div 1 = \tfrac{3}{1}$$

$$-4 = -4 \div 1 = -\tfrac{4}{1}$$

$$0 = 0 \div 1 = \tfrac{0}{1}$$

তাহলে সমস্ত পূর্ণসংখ্যাকে ভগ্নাংশের আকারে লেখা যায়।

সংজ্ঞা : যেসব সংখ্যাকে $p/_q$ ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় এবং যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা ($q \neq 0$) তাদের মূলদ সংখ্যা বলে।

যেমন— $\tfrac{1}{2}$, $\tfrac{2}{4}$, $\tfrac{3}{6}$ ইত্যাদি। আবার বর্গমূল $\sqrt{4} = 2 = \tfrac{2}{1}$ অর্থাৎ $\sqrt{4}$ একটি মূলদ সংখ্যা অনুরূপ $\sqrt{25}$ একটি মূলদ সংখ্যা।

কিন্তু ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা 3, 10, 13, 19, 2 এরা তো পূর্ণবর্গ নয়। ভাগ প্রক্রিয়ায় বর্গমূল করলে এদের ভাগ শেষ হয় না চলতে থাকে। (Recurring সংখ্যা ব্যতীত)।

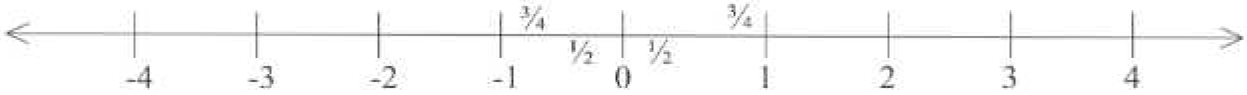
এদের অমূলদ সংখ্যা বলে।

সংজ্ঞা : যেসব সংখ্যাকে $\dfrac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, তাদের অমূলদ সংখ্যা বলে।

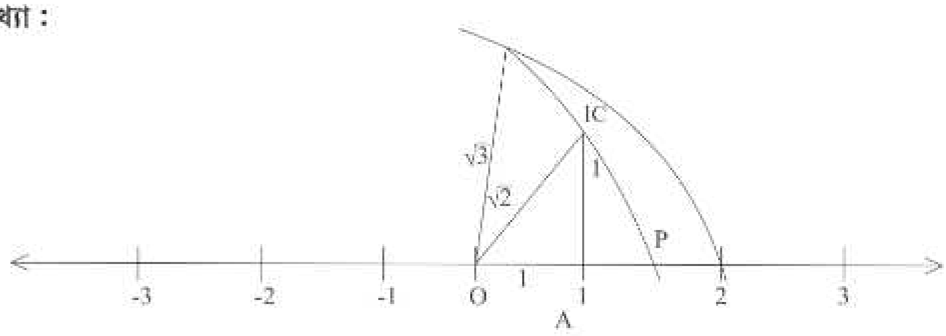
যেমন— $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{10}$, ইত্যাদি।

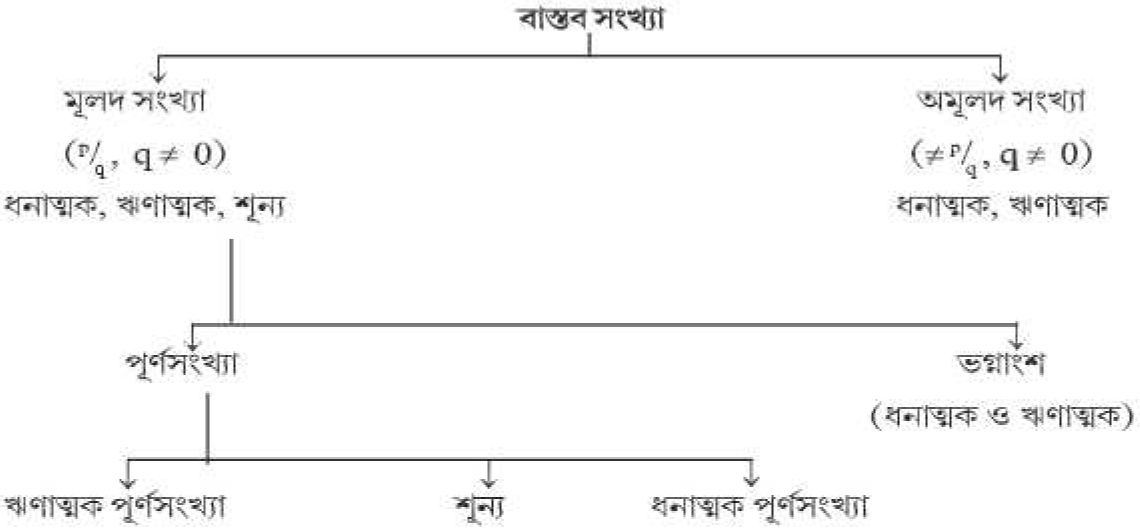
3.3.15 সংখ্যারেখায় মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার স্থাপন :

মূলদ সংখ্যা :



অমূলদ সংখ্যা :





3.3.16 পাটিগণিতের প্রক্রিয়াসমূহ (Arithmetic Operations) :

পাটিগণিতের মৌলিক প্রক্রিয়াগুলি হল :

(1) যোগ (2) বিয়োগ (3) গুণ (4) ভাগ

এই মৌলিক প্রক্রিয়ার মাধ্যমে শিশুর স্বাভাবিক ক্ষমতার উন্নতি করা যায়। শিক্ষক মহাশয় এই প্রক্রিয়াগুলি বোঝানোর জন্য বাস্তব বস্তুর মাধ্যমে পাঠদান করলে শিশুর বোঝার পক্ষে খুব সহজ ও দৃঢ় হবে।

যোগ শেখানোর কয়েকটি পদ্ধতি :

কাঠি, মার্বেলগুলি খাতায় দাগ বা বোর্ডে লাইন টেনে যোগ অনুশীলন করা যাবে।

যথা — $3 + 2 = ?$

||| + || = |||||

Wilson-এর মতে স্তম্ভাকারে যোগ :

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\,2 \\ \hline 5 \end{array}$$

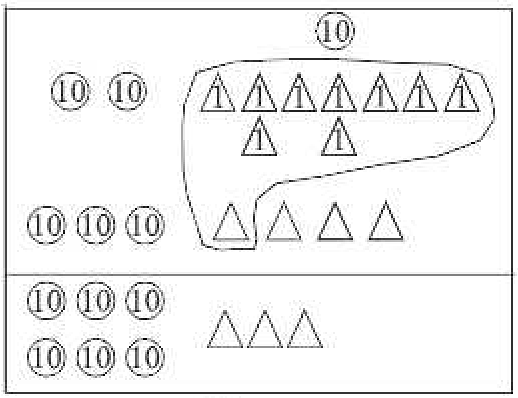
দশক ঘরের অঙ্কের যোগ—

(ক)

দ	এ
3	2
+ 1	7
4	9

(খ)

1	
দ	এ
2	9
+ 3	4
6	3



(খ)-এর জন্য

যোগ শেখার পদ্ধতিতে বস্তু বা কোনো উদ্দীপক দিয়ে যোগ শেখানো শিক্ষার্থীদের কাছে বেশি দৃঢ় হয়। আঙুল গণনা পরিত্যাগ করাই ভালো।

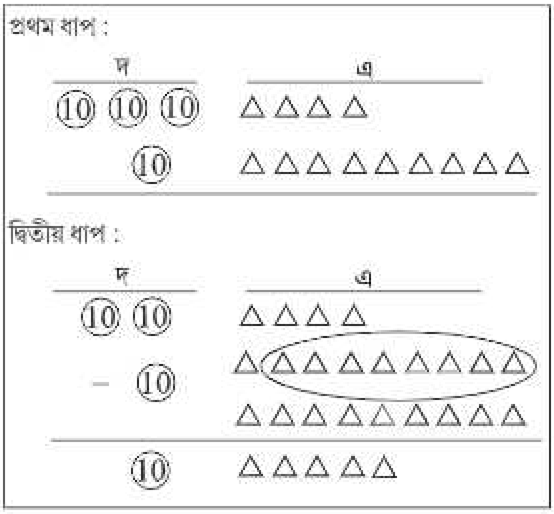
বিয়োগের পদ্ধতি :

(ক) দাগ দিয়ে এক অঙ্কের সংখ্যার বিয়োগ

$$\begin{array}{r} 8 \\ -\,3 \\ \hline 5 \end{array}$$

(খ) ধার করা বা পৃথকীকরণ পদ্ধতি

$$\begin{array}{r} 3\ 4 \\ -\,1\ 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\ 14 \\ \text{দ}\ \text{এ} \\ 3\ 4 \\ -\,1\ 9 \\ \hline 1\ 5 \end{array}$$



(গ)

$$\begin{array}{r} 5\ 4 \\ -\,3\ 8 \\ \hline \end{array}$$

দশক	একক
5	4
−3	8

দশক	একক
5	10 + 4 = 14
3 + 1	8
1	6

ব্যাবসায়িক পদ্ধতি :

দোকানে কেনাবেচার সময় এই পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এইজন্য একে ব্যাবসায়িক পদ্ধতি বলা হত।

সমস্যা :

কোনো এক ব্যক্তি 100 টাকা দিয়ে 32 টাকায় চাল এবং 46 টাকায় ডাল কিনল তাহলে সে কত টাকা ফেরত পাবে।

∴ ব্যাবসায়িক 32 + 46 = 78 টাকার সঙ্গে কত টাকা দিলে 100 টাকা হবে যা ফেরত দেবে।

সুতরাং, 100 টাকা
− 78 টাকা
22 টাকা

(3) গুণ করার নিয়ম :

একই সংখ্যা একাধিকবার যোগ করার সংক্ষিপ্ত উপায়কে বা কতকগুলি সমান সংখ্যার সংক্ষিপ্ত যোগকে গুণ বলা হয়।

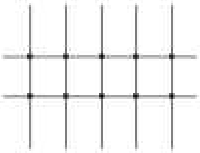
প্রথম প্রক্রিয়া :

$2 + 2 + 2 + 2 = 4 \times 2 = 8$

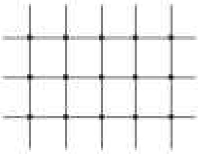
$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 10 \times 7 = 70$

দ্বিতীয় প্রক্রিয়া :

$5 \times 2 = 10$



$5 \times 3 = 15$



প্রথম ক্ষেত্রে :

5টি লাইনকে লম্বালম্বিভাবে এবং 2টি লাইনকে আড়াআড়িভাবে রাখলে যে ছেদবিন্দুগুলি হয় তা গণনা করলে গুণফল পাওয়া যায়।

তেমনি দ্বিতীয় ক্ষেত্রে 5টি লম্বালম্বিভাবে আর 3টি আড়াআড়িভাবে করলেও গুণফল ওই বিন্দুগুলি থেকে গণনা করে খুব সহজে পাওয়া যায়।

তৃতীয় প্রক্রিয়া : **ডানদিক থেকে গুণ :**

```
  4 5 2
×    35
-------
   2260  (একক দিয়ে 5 গুণ)
  13560  (দশক দিয়ে গুণ 30)
-------
  15820
```

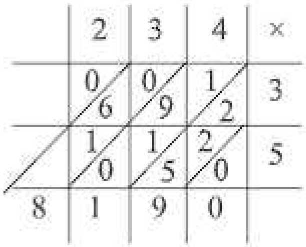
চাইলে বাম দিকে আরম্ভ করেও গুণ করা যায়। যথা —

```
  4 5 2
×    35
-------
  13560  (দশক দিয়ে গুণ × 30)
   2260  (একক দিয়ে গুণ × 5)
-------
  15820
```

এ ছাড়া

234 × 35

= 8190



ভাগ-এর প্রক্রিয়া ও ভাগ করার ধারণা গঠন :

কোনো সংখ্যা থেকে একই সংখ্যা বারবার বিয়োগ করার সংক্ষিপ্ত উপায় হল ভাগ প্রক্রিয়া।

যাকে ভাগ করা হয় তাকে ভাজ্য, যা দিয়ে ভাগ করা হয় তাকে ভাজক, যে উত্তর পাওয়া যায় তাকে ভাগফল এবং অবশিষ্টকে বলে ভাগশেষ।

ভাজক) ভাজ্য (ভাগফল

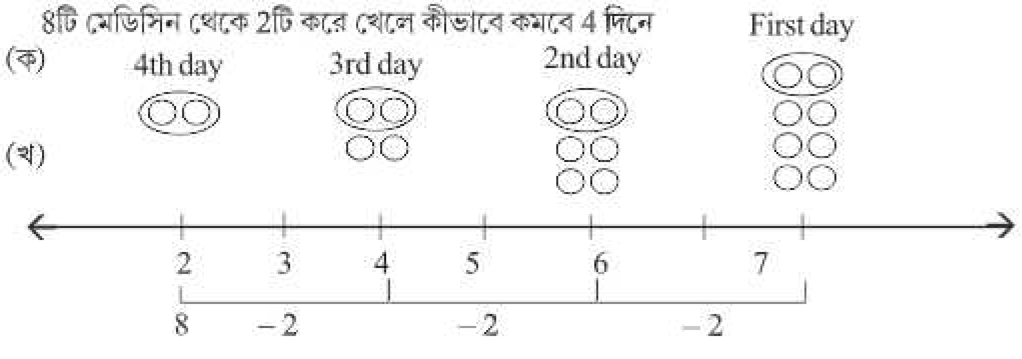
———————

ভাগশেষ

ভাজ্য = ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ

প্রথম পদ্ধতি :

8টি মেডিসিন থেকে 2টি করে খেলে কীভাবে কমবে 4 দিনে



সুতরাং,

4 বার 2টি করে মেডিসিন শেষ হয়।

$8 \div 2 = 4$ days.

সাধারণ নিয়ম :

```
     17
5 | 87
  | 5
  |-----
  |  37
  |  35
  |-----
  |   2
```

আবার—

```
     205
4 | 820
  | 800
  |-----
  |  20
  |  0
  |-----
  |  20
     20
```

এই ভাগ প্রক্রিয়ার দ্বিতীয় ধাপে কেবলমাত্র 5 একক পাওয়া যাচ্ছে। তাই দশকের ঘরে শূন্য (0) লিখতে হবে।

ছটি কার্ডকে তিনটি দলে কটি করে কার্ড দেওয়া যাবে। $6 \div 3 = 2$

অতএব $6 \div 3 = 2$ এভাবেও ভাগের ধারণা দেওয়া যায়।

3.3.17 ভগ্নাংশ (Fraction) :

ভগ্নাংশ : কিছু পরিমাণ জিনিসকে সমগ্র ধরে তার কিছুটা নিলে তাকে সমগ্রটির ভগ্নাংশ বলে।

ভগ্নাংশ দুই প্রকার, যথা— (i) সাধারণ ভগ্নাংশ, (ii) দশমিক ভগ্নাংশ

সাধারণ ভগ্নাংশকে লেখা হয়—

$\text{ভগ্নাংশ} = \dfrac{\text{লব}}{\text{হর}}$ এইভাবে।

সাধারণ ভগ্নাংশের বিভিন্ন প্রকার :

প্রকৃত ভগ্নাংশ : যে ভগ্নাংশের লব হরের থেকে ছোটো তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলে।

যেমন — $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{11}{17}$ ইত্যাদি।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ : যে ভগ্নাংশের লব হরের থেকে বড়ো তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলে।

যেমন — $\frac{19}{17}$, $\frac{15}{11}$, $\frac{8}{5}$ ইত্যাদি।

মিশ্র ভগ্নাংশ : যে ভগ্নাংশে খণ্ড ও অখণ্ড সংখ্যা মিশ্রিত থাকে। সেখানে একটি অংশ স্বাভাবিক সংখ্যা ও অপরটি প্রকৃত ভগ্নাংশ। তাকে মিশ্র ভগ্নাংশ বলে।

যেমন — $3\frac{2}{5}$, $3\frac{1}{4}$, $7\frac{9}{11}$ ইত্যাদি।

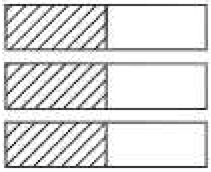
জটিল ভগ্নাংশ : যে ভগ্নাংশের লব বা হরের যে-কোনো একটি বা উভয়েই ভগ্নাংশ তাকে জটিল ভগ্নাংশ বলে।

যেমন — $\frac{\frac{3}{4}}{7}$, $\frac{7}{2/5}$, $\frac{3/4}{4/9}$ ইত্যাদি।

বিভিন্ন রকম ভগ্নাংশের অর্থ চিত্র রূপ :

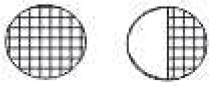
$\frac{2}{3}$ অংশ

প্রকৃত ভগ্নাংশ



$\frac{3}{2}$ অংশ

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ

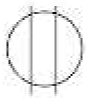


$1\frac{1}{2}$ অংশ

মিশ্র ভগ্নাংশ

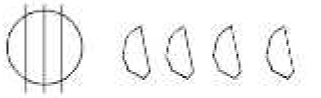
ভগ্নাংশের ধারণা দান :

(i) একটি পেয়ারাকে বন্ধুদের মধ্যে ভাগ করা হল।



পেয়ারাটিকে সমান চার ভাগ করা হল। তার মধ্যে রিয়াকে 2 ভাগ দেওয়া হল—

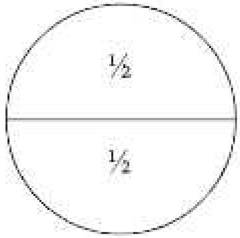
তাহলে রিয়া কত অংশ পেল।

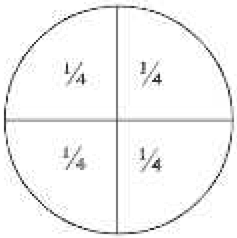


$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ অংশ

সুতরাং, অর্ধেক পেয়ারা রিয়া পেল।

দুটি বৃত্তাকার সমান জমির একটিকে দুই ভাগ করা হল। আরেকটি চার ভাগ করা হল।





তাহলে দুই ভাগের এক-একটিতে জায়গা পাবে $\frac{1}{2}$ অংশ অর্থাৎ অর্ধেক আর যেটিতে চার ভাগ করা হল সেখানে এক-চতুর্থাংশ অর্থাৎ $\frac{1}{4}$ বা 4 ভাগের এক ভাগ পাবে।

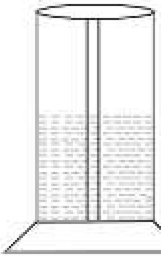
সমভগ্নাংশ : সমপরিমাণ জিনিসের দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশের পরিমাণ সমান হলে সেই ভগ্নাংশকে সমভগ্নাংশ বলা হয়। যথা —

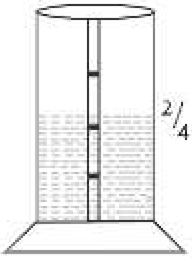
$\frac{2}{5}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{6}{15}$ এগুলি সব সমভগ্নাংশ।

সমভগ্নাংশের ধারণা দান :

(i) দুটি সমান টেস্টটিউব নিয়ে একটিতে সমান দুই ভাগ করে তাতে রঙিন জল ঢাল এক ভাগ।

(ii) আবার আরেকটিতে সমান চার ভাগের দুই ভাগ রঙিন জল ঢাল।





দেখা যাবে দুই ক্ষেত্রেই সমান রঙিন জল রয়েছে। অর্থাৎ দুটিই সমভগ্নাংশ।

সমভগ্নাংশ নির্ণয় :

(i) ভগ্নাংশ = $\frac{\text{লব}}{\text{হর}}$

লব ও হর-কে একটি সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে ভগ্নাংশটি সমমানের ভিন্ন আকারের সমভগ্নাংশ পাওয়া যায়।

$$\frac{4 \times 2}{7 \times 2} = \frac{8}{14} = \frac{16}{28} = \frac{20}{35}$$

সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ :

একটা কেকের $\frac{4}{7}$ অংশ সন্দীপ এবং $\frac{2}{7}$ অংশ রাকেশ পেয়েছে তাহলে তারা মোট কত অংশ পেয়েছে?

উত্তর : $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4+2}{7} = \frac{6}{7}$ অংশ

$$\left[\begin{array}{l}\text{সম হর বিশিষ্ট দুটি ভগ্নাংশের যোগফল} \\ = \dfrac{\text{1ম লব + 2য় লব}}{\text{সম হর}}\end{array}\right]$$

যে-কোনো ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে :

$$\text{যোগফল} = \frac{(\text{ল.সা.গু.} \div \text{1 হর}) \times \text{1ম লব} + (\text{ল.সা.গু.} \div \text{2য় হর}) \times \text{2য় লব}}{\text{হর দুটির ল.সা.গু.}}$$

সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে :

$$\text{বিয়োগফল} = \frac{\text{1ম লব} - \text{2য় লব}}{\text{সম হর}}$$

যে-কোনো ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে

$$\text{বিয়োগফল} = \frac{(\text{ল.সা.গু.} \div \text{1ম হর}) \times \text{1ম লব} - (\text{ল.সা.গু.} \div \text{2য় হর}) \times \text{2য় লব}}{\text{হর দুটির ল.সা.গু.}}$$

3.3.18 দশমিক ভগ্নাংশ (Decimal Fraction) :

দশমিক ভগ্নাংশ ও তাদের প্রয়োগ—

	সহস্র	শতক	দশক	একক	দশাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
স্থানীয় মান	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

দশমিক ভগ্নাংশ পাওয়া যায় যখন আমরা কোনো সংখ্যাকে দশ বা শতক বা সহস্র এইভাবে ভাগ করতে থাকি তখন দশমিক ঘরের অবস্থান পাওয়া যায়।

দশমিক '.' চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়। একে দশমিক বিন্দু বলে।

যেমন— $\frac{30}{100} = 0.3$

দশমিক ভগ্নাংশের প্রকারভেদ :

(1) সসীম দশমিক ভগ্নাংশ :

যে ভগ্নাংশের ভাগফলে দশমিকের পর নির্দিষ্ট সংখ্যক অঙ্ক আসার পর ভাগশেষ শূন্য হয়। তখন তাকে সসীম দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

যথা— $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0.375$

$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75$

(2) অসীম দশমিক ভগ্নাংশ : সামান্য ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে পরিণত করার সময় ভগ্নাংশকে যতই ভাগ করা হোক না কেন কখনোই ভাগশেষ শূন্য হয় না। এরকম ভগ্নাংশকে অসীম দশমিক ভগ্নাংশ বলে।

$$\frac{20}{3} = 6.66 \ldots..$$

$$\frac{3}{7} = 0.42857142$$

(3) আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ :

অসীম দশমিক ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে যখন দশমিক স্থানে এক বা একাধিক অঙ্ক সুনির্দিষ্টক্রমে বারবার ফিরে আসে সেগুলিকে পৌনঃপুনিক বা আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ বলে।

যেমন— $\frac{1}{11} = 0.090909 = 0.\dot{0}\dot{9}$

$$\frac{2}{3} = 0.6666\ldots.. = 0.\dot{6}$$

$$\frac{1}{6} = 0.1666 \ldots.. = 0.1\dot{6}$$

সামান্য ভগ্নাংশ	দশমিক	আবৃত্ত দশমিক
$\frac{1}{3}$	0.333	$0.\dot{3}$
$\frac{5}{9}$	0.555	$0.\dot{5}$

শুধু আবৃত্ত দশমিক
$0.\dot{3}$, $0.\dot{6}\dot{3}$

মিশ্র আবৃত্ত দশমিক
$52.63\dot{7}\dot{5}1$
$2.\dot{2}4\dot{3}$

সসীম ভগ্নাংশ থেকে সামান্য ভগ্নাংশে রূপান্তর

$$0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

অসীম ভগ্নাংশ থেকে সামান্য ভগ্নাংশে

$$0.\dot{1}2\dot{3} = \frac{123}{999}; \qquad 52.63\dot{7}\dot{5}\dot{1} = \frac{5263751 - 5263}{99900}$$

$$0.1\dot{5} = \frac{15 - 1}{90} = \frac{14}{90} = \frac{7}{45}$$

3.3.19 সংখ্যার ধারণা (Number Concepts) :

সংখ্যা পদ্ধতি : এক, দুই, তিন ইত্যাদি সংখ্যাগুলিকে প্রকাশ (represent) করার জন্য কতকগুলি প্রতীক ব্যবহার করা হয়। যে নয়টি প্রতীক ব্যবহার করা হয় তাদের অঙ্ক (Digit) বলে। এগুলি হল— ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। ইংরেজিতে 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0।

উপরোক্ত নয়টি অঙ্কের সঙ্গে আর একটি অঙ্ক যার প্রতীক 0 (শূন্য) নেওয়া হয়। সুতরাং ১০টি প্রতীক 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0-দশটি অঙ্ক গঠন করে এবং এগুলিকে সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহার করা হয়।

রোমান সংখ্যা (Roman Number) :

মূল রোমান সংখ্যা 7টি। এগুলি হল— I, V, X, L, C, D এবং M। এগুলি যথাক্রমে আমাদের 1, 5, 10, 50, 100, 500 এবং 1000-এর সমান।

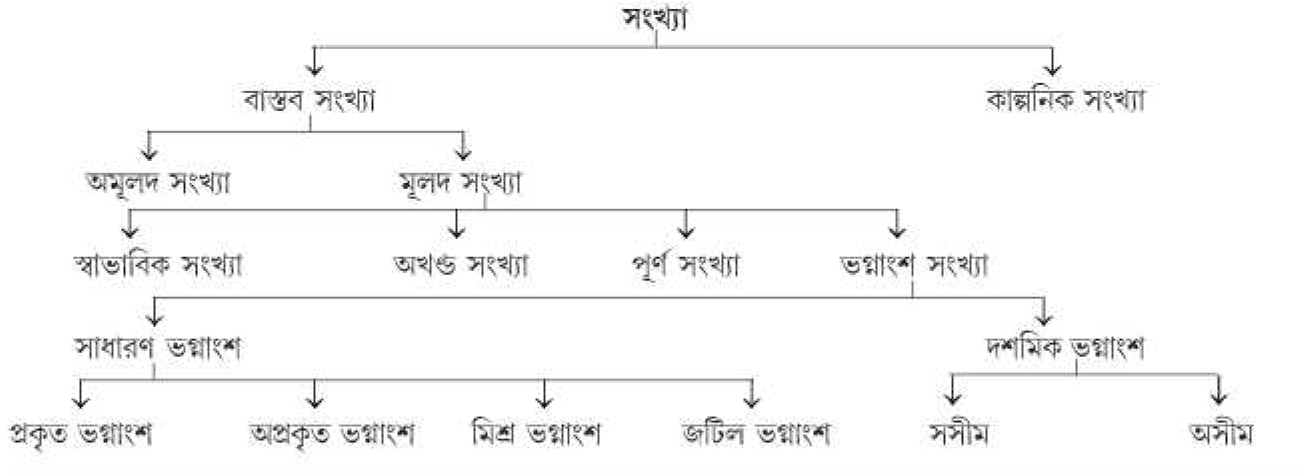
মূল রোমান সংখ্যা ব্যবহার করে অন্যান্য সংখ্যা লেখা যেতে পারে। যেমন—

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XL	L	LX	LXX
14	15	16	17	18	19	20	40	50	60	70

LXXX	XC	C	D	M	V̄	X̄	L̄	C̄	M̄
80	90	100	500	1000	5000	10,000	50,000	1,00,000	1,000,000

সংখ্যার শ্রেণিবিভাগ (Classification of Number)



3.4 অবস্থান সংক্রান্ত ধারণা এবং আকারসমূহ (Spatial Understanding and shapes)

অবস্থানগত ধারণার ক্ষেত্রে বিভিন্ন বস্তু বা জ্যামিতিক আকার বা একজাতীয় দুটি বস্তুর মধ্যে তাদের অবস্থানগত বিচারকরণ।

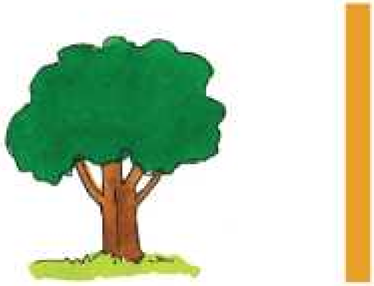
অবস্থানগতভাবে বিভিন্ন চিত্র (**Figures**) :

(1) ছোটো - বড়ো

(2) কাছে - দূরে

(3) উপরে - নীচে

(4) ভিতরে - বাইরে



প্রাচীর থেকে গাছটি কত দূরে

3.4.1 ত্রিমাত্রিক আকার (Three Dimensional Shape) :

বিভিন্নরকম বাস্তব চিত্র আমরা দেখতে পাই যা বিভিন্ন মাত্রাকে নির্দেশ করে। আমরা বিভিন্নরকম বস্তুকে স্পর্শ করে দেখতে পারি যা ত্রিমাত্রিক অবস্থায় রয়েছে। সেইসব ত্রিমাত্রিক বস্তু বিভিন্নরকম হয়। যথা—গোলাকার, শঙ্কুআকার, আয়তঘন, ঘনবস্তু আকার ইত্যাদি। যেসব জিনিসের বাস্তব অস্তিত্ব আছে, ধরাছোঁয়া যায় এবং যা নির্দিষ্ট জায়গা দখল করে থাকে; তাদের ঘনবস্তু বলে।

ঘনবস্তুর ধারণা কয়েকটি বাস্তবিক চিত্রের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের কাছে উপস্থাপন করলে ধারণা গঠন সুস্পষ্ট হবে।

দাঁড়িপাল্লা

কৌটা

কয়লার টুকরো

গাছ

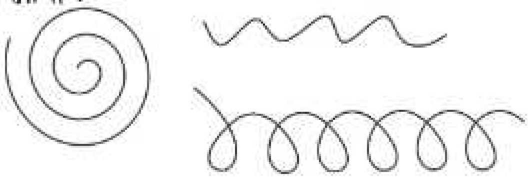
সাঁকো

বস্তুগুলির উপরিতল স্পর্শ করে বুঝতে পারবে বস্তুগুলির তল সমতল না বক্রতল। এরকম কয়েকটি চিত্র দেখানো হল যার মাধ্যমে তারা তলের ধারণা পাবে—

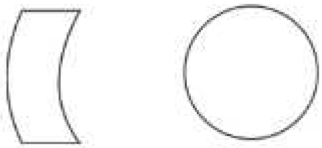
বিভিন্ন প্রকার তলের কয়েকটি চিত্র নীচে দেওয়া হল। তোমরা তলগুলির প্রকৃতি বুঝে নাও।

3.4.2 বিভিন্ন প্রকার রেখা :

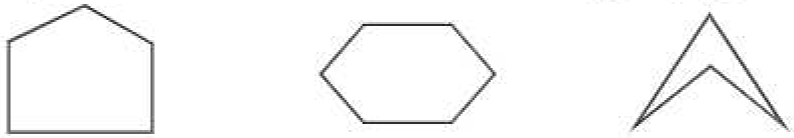
মুক্ত রেখা -



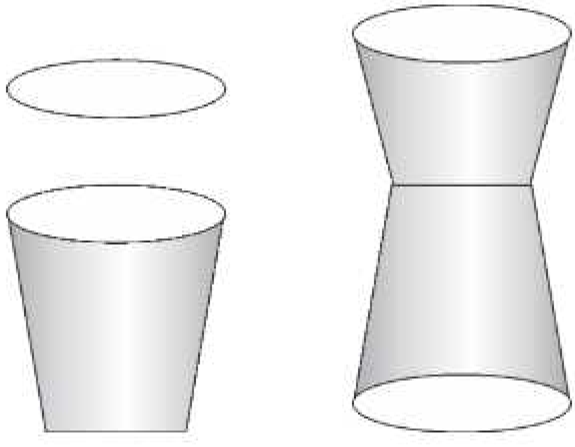
বক্ররেখা -



3.4.3 বহুভুজ : অনেকগুলি রেখাংশ নিয়ে একটি বদ্ধক্ষেত্র তৈরি হলে তাকে বহুভুজ (polygon) বলে।

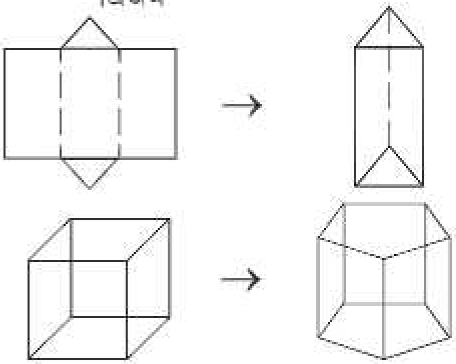


বিভিন্ন প্রকার ত্রিমাত্রিক চিত্র দিয়েও বাস্তবে যে বস্তুগুলি পাওয়া যায় সেগুলি দিয়েও জ্যামিতিক আকারের ধারণা দেওয়া যাবে। যথা -

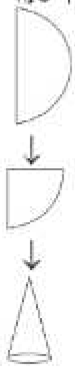


3.4.4 বিভিন্ন মডেল তৈরি

প্রিজম

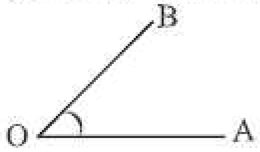


শঙ্কুর মডেল



কোণ

3.4.5 কোণ (Angle) : দুটি ভিন্ন সরলরেখা বা সরলরেখাংশ একবিন্দুতে মিলিত হলে, কোণ উৎপন্ন হয়।



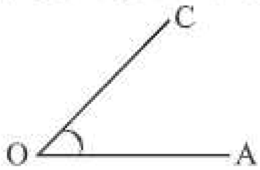
কোণের অংশ : দুটি বাহু (Arm) এবং প্রান্তবিন্দু বা শীর্ষবিন্দু (Vertex)

কোণের শ্রেণিবিভাগ

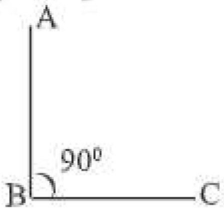
কোণের মান অনুসারে কোণের শ্রেণিবিভাগ করা হয়।

(1) **সূক্ষ্মকোণ** (Acute Angle) :

যে কোণের মান 90° অপেক্ষা কম তাকে সূক্ষ্মকোণ বলে।

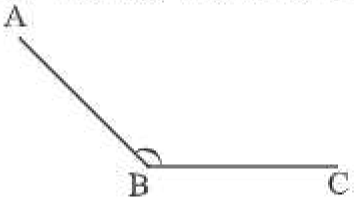


(2) **সমকোণ** (Right Angle) : যে কোণের মান 90° তাকে সমকোণ বলে।



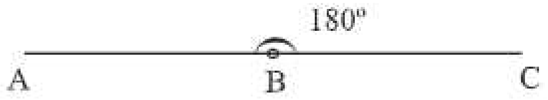
(3) **স্থূলকোণ** (Obtuse Angle) :

যে কোণের মান 90° থেকে বড়ো 180° থেকে ছোটো তাকে স্থূলকোণ বলে।



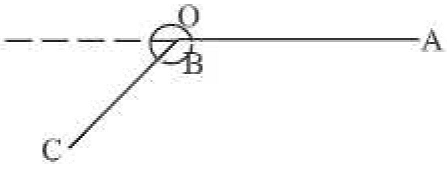
(4) **সরলকোণ** (Straight Angle) :

যে কোণের মান 180° তাকে সরলকোণ বলে।



(5) **প্রবৃদ্ধ কোণ** (Reflex Angle) :

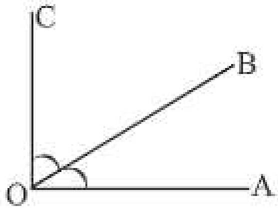
যে কোণের মান 180° থেকে বড়ো কিন্তু 360° থেকে ছোটো তাকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলে।



3.4.6 দুটি কোণের সম্পর্কের ভিত্তিতে বিভিন্ন কোণের প্রকারভেদ

পূরক কোণ (Complementary Angle)

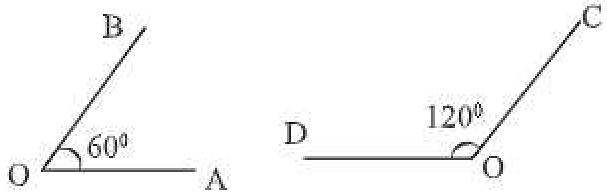
যখন দুটি কোণের সমষ্টি 90^0 হয় তখন একটিকে অপরটির পূরক কোণ বলে।



∠AOB ও ∠BOC পরস্পর পূরক কোণ।

সম্পূরক কোণ (Supplementary Angle)

যখন দুটি কোণের সমষ্টি 180^0 হয় তখন একটিকে অপরটির সম্পূরক কোণ বলে।

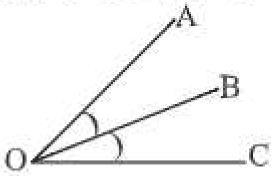


∠AOB ও ∠COD পরস্পর সম্পূরক কোণ।

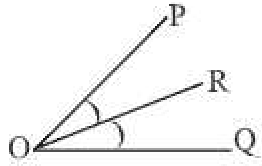
3.4.7 কোণের অবস্থান অনুসারে শ্রেণিবিভাগ :

সন্নিহিত কোণ (Adjacent Angle) :

দুটি কোণের শীর্ষবিন্দু ও একটি বাহু সাধারণ হলে এবং অন্য বাহু দুটি সাধারণ বাহুর বিপরীতে থাকলে তাদের সন্নিহিত কোণ বলে।



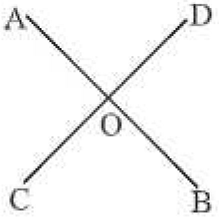
∠AOB এবং ∠BOC সন্নিহিত কোণ



∠POR এবং ∠POQ সন্নিহিত কোণ নয়।

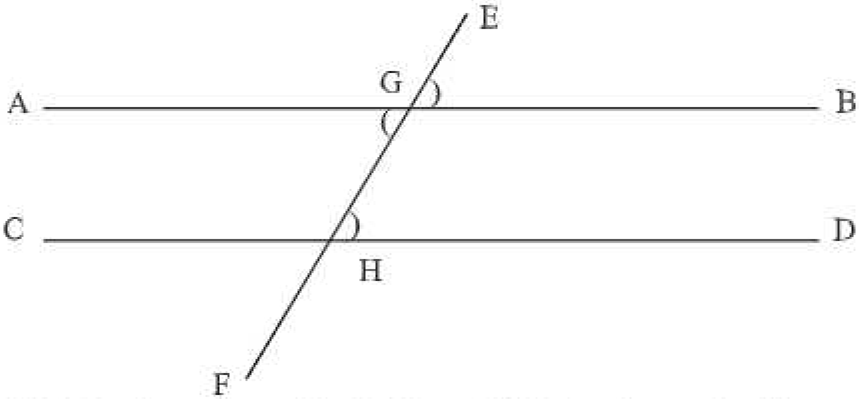
বিপ্রতীপ কোণ (Vertically Opposite Angle) :

দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে ছেদবিন্দুর বিপরীত দিকে অবস্থিত একজোড়া কোণকে পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ বলা হয়।



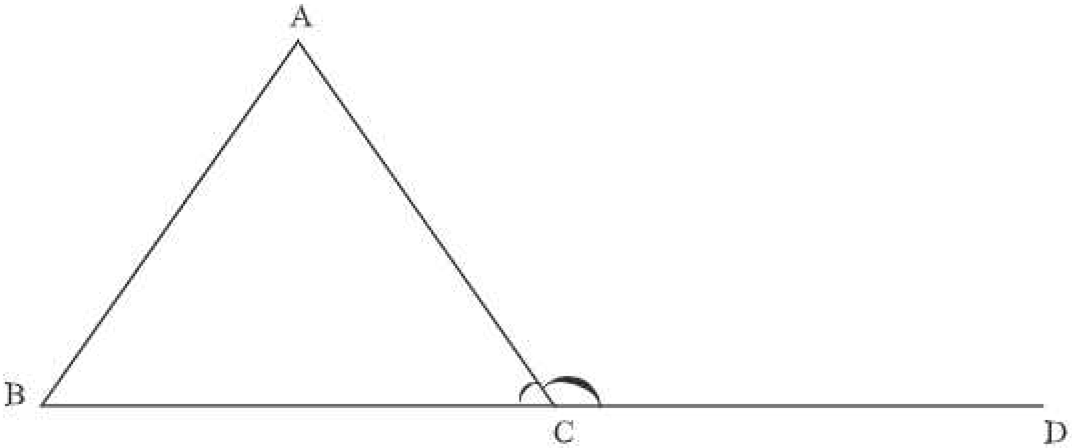
$\angle AOD$ ও $\angle BOC$
অথবা $\angle AOC$ ও $\angle BOD$

এছাড়াও ছেদকের বা ভেদকের ধারণার দিক থেকে দুই ধরনের কোণ পাওয়া যায় যথা—



$\angle AGH$ ও $\angle GHD$ পরস্পর একান্তর কোণ। $\angle BGE$ ও $\angle GHD$ পরস্পর অনুরূপ কোণ।

অন্তঃকোণ ও বহিঃকোণ (Interior angle and Exterior angle) :



ΔABC-এর একটি অন্তঃকোণ $\angle ACB$। BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করে একটি বহিঃকোণ $\angle ACD$ উৎপন্ন হয়েছে।

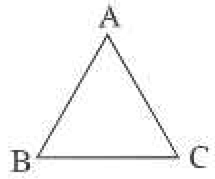
3.4.8 ত্রিভুজ (Triangle) :

❑ তিনটি সরলরেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ সামতলিক চিত্রকে ত্রিভুজ বলে।

সরলরেখাংশ তিনটিকে ত্রিভুজের বাহু বলে।

পাশের চিত্রে AB, BC, CA তিনটি বাহু দ্বারা গঠিত একটি ত্রিভুজ দেখানো হয়েছে।

ত্রিভুজকে 'Δ' চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ এই চিত্রে ত্রিভুজটি হল ΔABC.



- **কৌণিক বিন্দু (Angular point) :** ত্রিভুজের দুটি বাহু যে বিন্দুতে মিলিত হয়, তাদেরকে ওই ত্রিভুজের কৌণিক বিন্দু বলে। ΔABC-এর A, B, C কৌণিক বিন্দু।

- **শীর্ষবিন্দু (Vertex) :** ত্রিভুজের যে-কোনো একটি বাহুকে ভূমি ধরে তার বিপরীত কৌণিক বিন্দুকে ওই ভূমির সাপেক্ষে ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দু বলে।

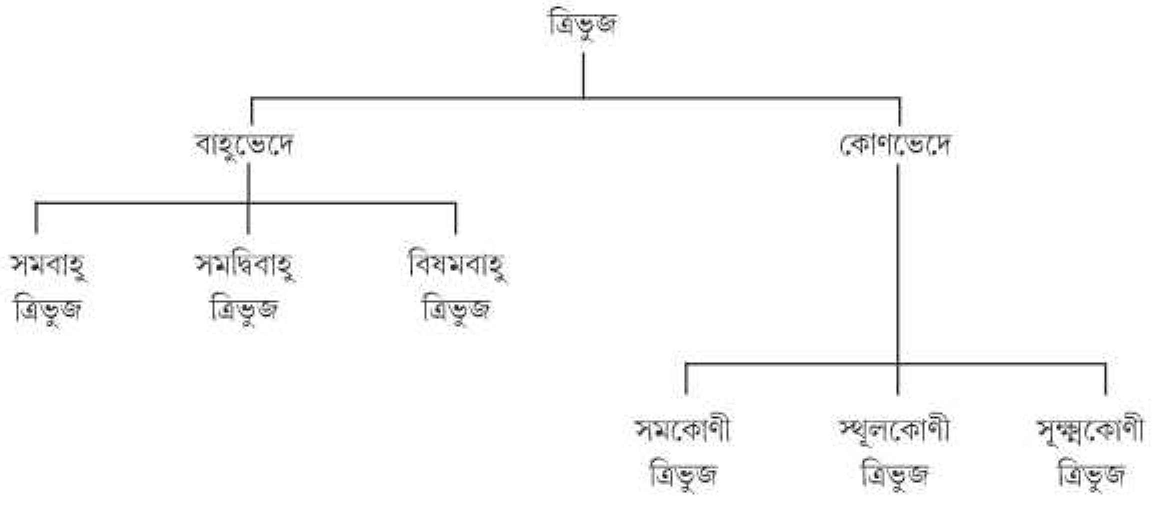
ΔABC-এর AB ভূমির সাপেক্ষে C একটি শীর্ষবিন্দু এবং BC ভূমির সাপেক্ষে A শীর্ষবিন্দু, AC ভূমির সাপেক্ষে B শীর্ষবিন্দু।

- **ত্রিভুজের কোণ (Angle) :** ত্রিভুজের প্রতি দুটি বাহুর অভ্যন্তরে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাদের ত্রিভুজের কোণ বলে।

ΔABC-এর ∠ABC, ∠BCA, ∠CAB হল তিনটি কোণ।

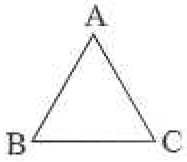
ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য : (i) ত্রিভুজের কোণ তিনটির সমষ্টি সর্বদা 180° বা 2 সমকোণ। (ii) ত্রিভুজের তিনটি কোণ, তিনটি বাহু, তিনটি শীর্ষবিন্দু।

❑ ত্রিভুজের প্রকারভেদ



- **বাহুভেদে ত্রিভুজ :**

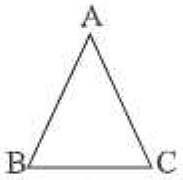
(i) **সমবাহু ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের বাহুগুলি পরস্পর সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে। সমবাহু ত্রিভুজের কোণগুলিও পরস্পর সমান হয়। (প্রতিটি কোণের মান 60°)



উপরের চিত্রে ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার $AB = BC = CA$ অর্থাৎ বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান এবং $\angle ABC = \angle BCA = \angle CAB = 60^\circ$।

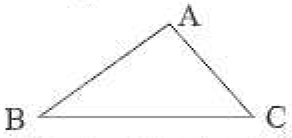
সমবাহু ত্রিভুজকে সুষম ত্রিভুজও বলে। কারণ এর বাহু তিনটির দৈর্ঘ্যও পরস্পর সমান আবার কোণ তিনটির মানও পরস্পর সমান।

(ii) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান তাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে।



এখানে ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যেখানে $AB = AC$। A বিন্দুটি শীর্ষ এবং BC বাহুটি হল ভূমি। এখানে $\angle ABC = \angle ACB$.

(iii) বিষমবাহু ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান তাকে বিষমবাহু ত্রিভুজ বলে।

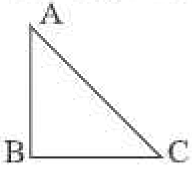


ΔABC-এর $AB \neq BC \neq CA$ অর্থাৎ AB, BC, CA বাহু তিনটি অসমান। বিষমবাহু ত্রিভুজের কোণ তিনটির মানও অসমান।

- **কোণভেদে ত্রিভুজ :**

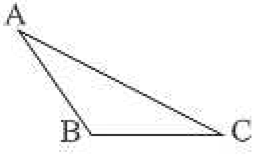
(i) সমকোণী ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ অর্থাৎ 90^0 তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।

সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলে।



চিত্রে AC হল অতিভুজ এবং $\angle ABC = 90^0$। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-এর দৈর্ঘ্যই বৃহত্তম হয়। অপর দুটি বাহু পরস্পর লম্ব হয়। এই অপর বাহু দুটি পরস্পর সমান হলে তাকে **সমকোণী সমদ্বিবাহু** ত্রিভুজ বলে।

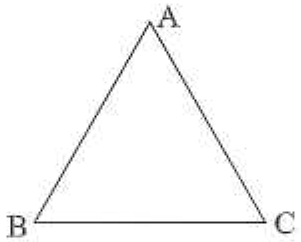
(ii) স্থূলকোণী ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ অর্থাৎ 90° অপেক্ষা বেশি কিন্তু 180^0 অপেক্ষা কম, তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে।



চিত্রে ΔABC একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ, যার $\angle ABC$ একটি স্থূলকোণ।

স্থূলকোণী ত্রিভুজ কখনোই সমবাহু ত্রিভুজ হবে না। এটি সমদ্বিবাহু বা বিষমবাহু ত্রিভুজ হবে। স্থূলকোণ ছাড়া অপর দুটি কোণ অবশ্যই সূক্ষ্মকোণ হবে।

(iii) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ : যে ত্রিভুজের তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ 90° অপেক্ষা কম তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।



চিত্রে ΔABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ যার $\angle BAC = \angle ABC = \angle ACB$, প্রত্যেকটি কোণের মান 60° ।

3.4.9 চতুর্ভুজ (Quadrilateral) :

চতুর্ভুজ : চারটি রেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ একটি সামতলিক চিত্রকে চতুর্ভুজ বলে।

বৈশিষ্ট্য :

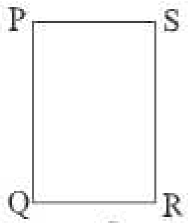
(i) প্রতিটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু।

(ii) প্রতিটি চতুর্ভুজের চারটি কোণ।

(iii) প্রতিটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু বা কৌণিক বিন্দু।

(iv) প্রতিটি চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি চার সমকোণ বা 360°।

(v) চতুর্ভুজের বিপরীত দুটি কৌণিক বিন্দু যোগ করলে যে রেখাংশ পাওয়া যায় তাকে চতুর্ভুজের কর্ণ বলে।



উপরের জ্যামিতিক চিত্র দুটি হল চতুর্ভুজের চিত্র। আমরা এদের নাম দিতে পারি ABCD চতুর্ভুজ তথা □ABCD এবং দ্বিতীয়টি PQRS চতুর্ভুজ তথা □ PQRS।

দেখতে পাচ্ছ, ABCD চতুর্ভুজের AB, BC, CD ও DA এই চারটি রেখাংশ আছে। এরা হল চতুর্ভুজটির বাহু।

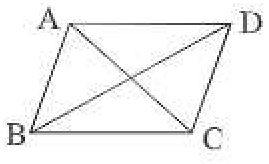
আবার দেখো, ABCD চতুর্ভুজে $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ ও $\angle DAB$ এই চারটি কোণ রয়েছে। আর আছে চারটি শীর্ষবিন্দু A, B, C ও D।

তাই বলা যায়, চতুর্ভুজের চারটি বাহু, চারটি কোণ ও চারটি শীর্ষবিন্দু আছে।

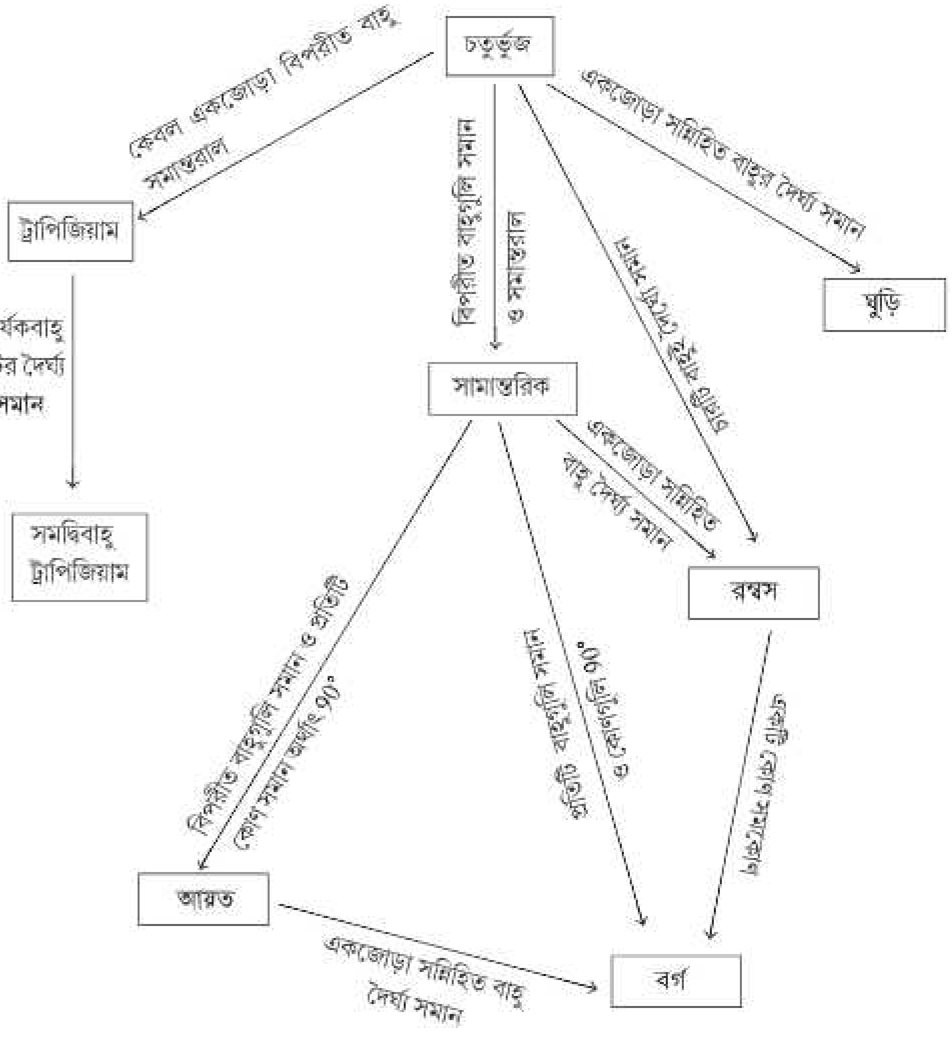
যেমন : ABCD চতুর্ভুজের বাহু চারটি : AB, BC, CD ও DA ; কোণ চারটি : ∠ABC, ∠BCD, ∠CDA ও ∠DAB।
শীর্ষবিন্দু চারটি : A, B, C ও D।

চতুর্ভুজের কর্ণ : কোনো চতুর্ভুজের দুটি বিপরীত কৌণিক বিন্দুর বা শীর্ষবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে তার কর্ণ বলে।

ABCD একটি চতুর্ভুজ, AC ও BD দুটি কর্ণ।



চতুর্ভুজের প্রকারভেদ :



- **আয়ত (Rectangle) :**

আয়ত : যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান ও সমান্তরাল এবং প্রতিটি কোণ সমকোণ তাকে আয়তক্ষেত্র বলে।

আয়তক্ষেত্র

চিত্রে ABCD আয়তক্ষেত্রে, $AB = DC$, $AD = BC$, $AB \parallel CD$ $AD \parallel BC$

$$\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90^o$$

বৈশিষ্ট্য :

(i) বিপরীত বাহুগুলি সমান ও সমান্তরাল

(ii) বিপরীত কোণগুলি সমান

(iii) প্রতিটি কোণই সমকোণ

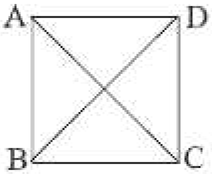
(iv) কর্ণ দুটি পরস্পর সমান

(v) কর্ণ দুটি পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে

বি: দ্র: — আয়তক্ষেত্র মানেই সামান্তরিক কিন্তু সামান্তরিক মানেই আয়তক্ষেত্র নয়।

- **বর্গ (Square) :**

সংজ্ঞা : যে চতুর্ভুজের চারটি বাহু পরস্পর সমান ও বিপরীত বাহুগুলি সমান্তরাল এবং প্রতিটি কোণ সমকোণ তাকে বর্গক্ষেত্র (Square) বলে।



চিত্রে ABCD একটি বর্গক্ষেত্রে, $AB = BC = CD = DA$ $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB =$ এক সমকোণ বা 90^o, কর্ণ $AC =$ কর্ণ BD এবং $AB \parallel CD$ এবং $AD \parallel BC$।

বৈশিষ্ট্য :

(i) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান।

(ii) প্রতিটি কোণ এক সমকোণ বা 90^o।

(iii) বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

(iv) প্রত্যেকটি কোণ সমান।

(v) কর্ণ দুটি সমান।

(vi) প্রতিটি কর্ণ বর্গক্ষেত্রকে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

(vii) কর্ণ দুটি পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

(viii) শীর্ষবিন্দুগুলি একই বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত হবে।

(ix) বর্গাকার ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় ক্ষেত্রকে চারটি সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

রম্বস ও বর্গ-এর পার্থক্য :

রম্বস	বর্গ
(i) রম্বসের একটি কোণও সমকোণ নয়।	(i) বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি কোণ সমকোণ।
(ii) রম্বসের কর্ণগুলি অসমান।	(ii) বর্গক্ষেত্রের কর্ণগুলি সমান।
(iii) শীর্ষবিন্দুগুলি একই বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত হবে না।	(iii) শীর্ষবিন্দুগুলি একই বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত হবে।
(iv) রম্বসের ২টি প্রতিসম অক্ষ রয়েছে।	(iv) বর্গক্ষেত্রের ৪টি প্রতিসম অক্ষ রয়েছে।

আয়ত ও বর্গ-এর পার্থক্য :

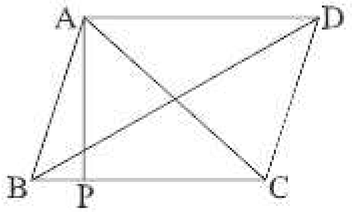
আয়ত	বর্গ
(i) আয়তক্ষেত্রে দুজোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান।	(i) বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহুই পরস্পর সমান।
(ii) আয়তক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুদ্বয় অসমান।	(ii) বর্গক্ষেত্রের সন্নিহিত বাহুদ্বয় সমান।
(iii) শীর্ষবিন্দুগুলি একই বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত হবে না।	(iii) শীর্ষবিন্দুগুলি একই বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত হবে।

বিশেষ দ্রষ্টব্য :

বর্গ মাত্রই সামান্তরিক কিন্তু সব সামান্তরিক বর্গ নয় :

বর্গ হল চারটি বাহু সমান এবং কোণগুলি 90° (সমকোণ)। সুতরাং বিপরীত বাহুগুলি সমান্তরাল। অতএব বর্গ সামান্তরিক। কিন্তু সব সামান্তরিক-এর সব বাহুগুলি সমান নয়। এবং প্রতিটি কোণ সমকোণও নয়। সুতরাং যে সামান্তরিকের প্রতিটি বাহু সমান এবং প্রতিটি কোণ 90° সেগুলি বর্গ।

- **সামান্তরিক (Parallelogram) :** যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল, তাকে সামান্তরিক বলে।



চিত্র - 1

ABCD একটি সামান্তরিক।

$AB = CD$ এবং $AD = BC$

$AB \parallel CD$ এবং $AD \parallel BC$

$\angle ABC = \angle CDA$ এবং $\angle BCD = \angle DAB$

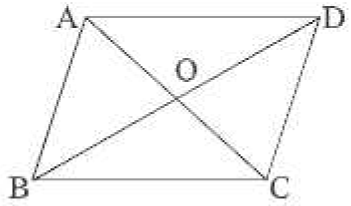
সামান্তরিকের কর্ণ : সামান্তরিকের যে-কোনো দুটি কৌণিক বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে তার কর্ণ বলে।

চিত্রে ABCD সামান্তরিকের কর্ণদুটি AC ও BD.

সামান্তরিকের উচ্চতা (Height) : সামান্তরিকের কোনো শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর লম্বদূরত্বকে সামান্তরিকের উচ্চতা বলে।

ABCD সামান্তরিকের একটি উচ্চতা AP.

সামান্তরিকের ধর্ম :



চিত্র - 2

(i) সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলি সমান ও সমান্তরাল।

অর্থাৎ $AB = CD$ এবং $BC = AD$ $\quad$ $AB \parallel CD$ এবং $AD \parallel BC$

(ii) সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলি সমান।

অর্থাৎ $\angle ABC = \angle CDA$ এবং $\angle BCD = \angle DAB$

(iii) সামান্তরিকের কর্ণ দুটি পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

অর্থাৎ $AO = OC$ এবং $BO = OD$

(iv) সামান্তরিকের একটি কর্ণ সামান্তরিককে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

$\Delta ABC = \Delta ADC = \frac{1}{2} \times$ সামান্তরিক ABCD আবার

$\Delta ABC \cong \Delta ADC$

অর্থাৎ $\Delta ABC \cong \Delta ADC$.

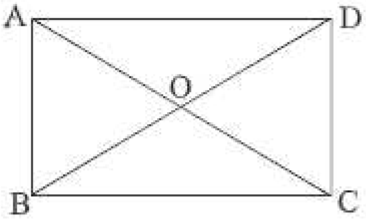
(v) সামান্তরিকের কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক (Supplementary) অর্থাৎ কোণ দুটির যোগফল 180°।

একই পার্শ্বস্থ কোণদ্বয়

$\therefore$ $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$, $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$, $\angle BCD + \angle CDA = 180^\circ$ এবং $\angle CDA + \angle DAB = 180^\circ$

বিশেষ দ্রষ্টব্য : সামান্তরিকের কোনো কর্ণের উপর অপর দুই কৌণিক বিন্দু থেকে লম্বপাত করলে লম্বদ্বয় সমান হয়।

- **আয়ত (Rectangle) :** যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি সমান ও সমান্তরাল কিন্তু সন্নিহিত বাহুগুলি অসমান এবং প্রতিটি কোণ সমকোণ তাকে আয়ত বলে।



(i) বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

অর্থাৎ $AB = CD$ এবং $AD = BC$, $AB \parallel CD$ এবং $AD \parallel BC$

(ii) বিপরীত কোণগুলি সমান এবং প্রতিটি কোণ এক সমকোণ বা 90°

$\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90^\circ$

(iii) কর্ণগুলি পরস্পর সমান।

$AC = BD$

(iv) কর্ণগুলি পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

অর্থাৎ $AO = OC$ এবং $BO = OD$

(v) প্রতিটি কর্ণ আয়ত দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

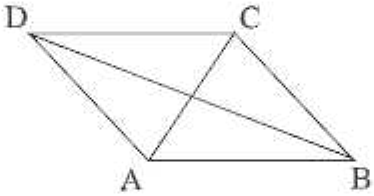
$\Delta ABC \cong \Delta ACD$ এবং $\Delta ABD \cong \Delta BCD$

(vi) শীর্ষবিন্দুগুলি একই বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত হবে না।

আয়ত একটি সামান্তরিক।

- **রম্বস (Rhombus) :**

রম্বস : যে চতুর্ভুজের চারটি বাহু পরস্পর সমান এবং বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল কিন্তু কোনো কোণই সমকোণ নয় তাকে রম্বস বলে।



ABCD একটি রম্বস।

এর $AB = BC = CD = DA$ আবার $AB \parallel DC$ এবং $AD \parallel BC$

$\angle ABC = \angle ADC$ এবং $\angle BCD = \angle BAD$

বৈশিষ্ট্য :

(i) বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান ও সমান্তরাল

অর্থাৎ AB = BC = CD = DA এবং AB || DC ও AD || BC

(ii) বিপরীত কোণ পরস্পর সমান

অর্থাৎ $\angle DAB = \angle DCB$ এবং $\angle ABC = \angle ADC$

(iii) কর্ণগুলি অসমান এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

(iv) প্রতিটি কর্ণ রম্বসকে দুটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

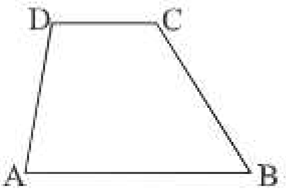
(v) শীর্ষবিন্দুগুলি একই বৃত্তের উপর অবস্থিত হবে না।

(vi) একটি কোণও সমকোণ নয়।

- **ট্রাপিজিয়াম (Trapezium) :**

ট্রাপিজিয়াম : যে চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল, সেই চতুর্ভুজকে বলা হয় ট্রাপিজিয়াম।

ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম যার AB || DC কিন্তু AD ও BC পরস্পর সমান্তরাল নয়।



10.1 বৈশিষ্ট্য :

(i) দুটি বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল। AB || DC

(ii) দুটি বিপরীত বাহু পরস্পর অসমান্তরাল। এই বাহুটিকে তির্যক বাহু বলে। AD এবং BC

(iii) তির্যক বাহু সংলগ্ন কোণ দুটির সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°।

উচ্চতা : ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের লম্বদূরত্বকে ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা বলে।

তির্যক : ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু ছাড়া অপর দুটি বাহুকে তির্যক বলে।

সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম (Isosceles Trapezium) : যে ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদুটি সমান কিন্তু সমান্তরাল বাহুদুটি অসমান তাকে সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম বলে।

ABCD একটি সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম, যার AB || DC, AB = DC এবং AD = BC।

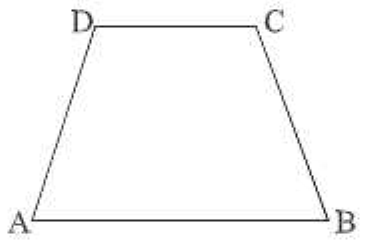
বৈশিষ্ট্য :

(i) তির্যক বাহুদুটি সমান

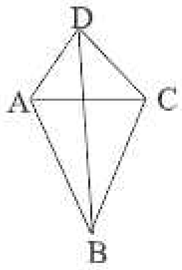
(ii) সমান্তরাল বাহু দুটি অসমান

(iii) কর্ণ দুটির দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান

(iv) যে-কোনো সমান্তরাল বাহু সংলগ্ন কোণ দুটি পরস্পর সমান।



- **কাইট (Kite) :**



কাইট : যে চতুর্ভুজের দু-জোড়া সন্নিহিত বাহু পরস্পর সমান তাকে কাইট বলে।

ABCD একটি কাইট, যার AB = BC এবং DA = CD

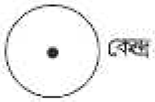
বৈশিষ্ট্য :

(i) প্রতিটি জোড়া সন্নিহিত বাহু সমান।

(ii) কোণগুলি অসমান।

3.4.10 বৃত্ত (Circle) :

বৃত্ত : কোনো বিন্দু যদি এরূপভাবে চলমান হয় যে ওই সমতলস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে তার দূরত্ব সর্বদা সমান হয়, তবে ওই চলমান বিন্দুর সঞ্চারপথকে বৃত্ত বলে।



বৈশিষ্ট্য :

(i) কেন্দ্র (Centre) : বৃত্তের মধ্যে অবস্থিত যে নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধির ওপরের সমস্ত বিন্দু সমান দূরত্বে অবস্থান করে, সেই নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে বৃত্তটির কেন্দ্র বলে।

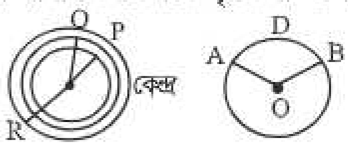
(ii) ব্যাসার্ধ (Radius) : বৃত্তের কেন্দ্র থেকে বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত যে-কোনো বিন্দু পর্যন্ত দূরত্বকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে।

(iii) জ্যা (Chord) : বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত যে-কোনো দুটি বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে বৃত্তের জ্যা বলে। বৃত্তের ব্যাস হল বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।

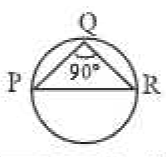
(iv) ব্যাস (Diameter) : বৃত্তের যে জ্যা কেন্দ্রগামী, তাকে বৃত্তের ব্যাস বলে।

(v) সমকেন্দ্রীয় বৃত্ত (Concentric Circle) : যেসব বৃত্তের কেন্দ্রবিন্দু একই কিন্তু ব্যাসার্ধ ভিন্ন তাদের সমকেন্দ্রীয় বৃত্ত বলে। চিত্রে বৃত্ত তিনটি সমকেন্দ্রিক অর্থাৎ কেন্দ্রবিন্দু সবার 'O' এবং তাদের বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ হল OP, OQ, OR।

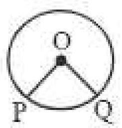
(vi) বৃত্তকলা (Sector) : কোনো বৃত্তের দুটি ব্যাসার্ধ এবং তাদের মধ্যবর্তী বৃত্তচাপ দ্বারা সীমাবন্ধ ক্ষেত্রকে বৃত্তকলা বলে। চিত্রে AOBDA একটি বৃত্তকলা।



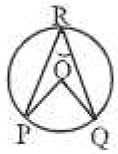
বৃত্তের মধ্যে বিভিন্ন প্রকার কোণের চিত্রের মাধ্যমে নিম্নে ধারণা প্রদান করা হল।



অর্ধবৃত্তস্থ কোণ ∠PQR, ∠PQR= এক সমকোণ বা 90°



∠POQ একটি কেন্দ্রস্থ কোণ



∠PRQ একটি পরিধিস্থ কোণ

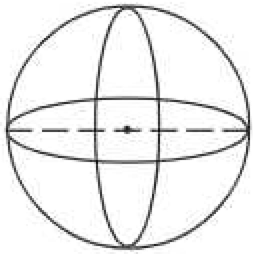
বিঃ দ্রঃ (i) একই বৃত্তচাপের মধ্যে অবস্থিত কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ

(ii) অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সবসময় এক সমকোণের সমান হয়।

বৃত্তের ধারণা গঠন :

আমরা পরিবেশে বিভিন্ন জায়গায় বৃত্তাকার বস্তু দেখতে পাই। সেইসব বাস্তব উদাহরণগুলিকে শিক্ষার্থীদের কাছে উদাহরণ হিসাবে তুলে ধরলে বৃত্ত সম্পর্কে একটা সম্পূর্ণ ধারণা পাওয়া যাবে। যথা—সাইকেলের রিং, গোরুর গাড়ির চাকা।

3.4.11 গোলক (Sphere) :



গোলক (Sphere) : কোনো অর্ধবৃত্তের ব্যাসকে অক্ষ ধরে অর্ধবৃত্তটিকে ব্যাসের চারিদিকে একবার ঘুরিয়ে আনলে যে ঘন উৎপন্ন হয় তাকে গোলক (Sphere) বলে।

গোলক এমন একটি ঘনবস্তু যা একটিমাত্র তল দিয়ে সীমাবন্ধ এবং ওই ঘনবস্তুর অন্তর্গত কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে ওই তলের কোনো বিন্দু সমদূরবর্তী। ঘনবস্তুর অভ্যন্তরস্থ এই নির্দিষ্ট বিন্দুই হল গোলকের কেন্দ্র (Centre)।

যে-কোনো সমতল দিয়ে গোলকের যে-কোনো অংশ ছেদ করলে যে তল পাওয়া যাবে, তাও সর্বদা বৃত্তাকার হবে।

বৈশিষ্ট্য :

(i) গোলকের একটিমাত্র বক্রতল। কোনো সমতল নেই।

(ii) কোনো কৌণিক বিন্দু বা শীর্ষবিন্দু নেই।

(iii) কোনো ধার বা মাত্রা নেই।

(iv) গোলকের মাত্রা হল তিন।

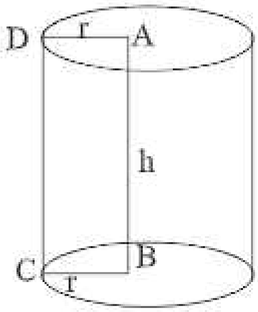
(v) দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা-র কোনোটিই স্পষ্ট নয়।

বাস্তব উদাহরণ : গুলি বা মার্বেল, লোহার বল, ফুটবল ইত্যাদি।

3.4.12 বৃত্তাকার চোঙ বা বেলন (Cylinder) :

চোঙ : কোনো আয়তক্ষেত্রের একটি বাহুকে অক্ষ (Axis) ধরে আয়তক্ষেত্রের চারিদিকে একবার ঘুরিয়ে আনলে যে ঘন উৎপন্ন হয়, তাকে চোঙ বা বেলন বলে।

অন্যভাবে : একটি বৃত্তাকার সমতলকে তলের সঙ্গে লম্বভাবে কিছুটা সঞ্চারিত করলে যে আকৃতির সৃষ্টি হয়, সেই আকৃতির ঘনবস্তুকে বেলন বলে।



চোঙ সম্পর্কে কয়েকটি জ্ঞাতব্য বিষয় :

(i) চোঙের সাধারণত তিনটি তল থাকে।

(ii) দুই প্রান্তে দুটি সমান এবং সমান্তরাল বৃত্তাকার সমতলকে চোঙের প্রান্ততল বা ভূমি (Base) বলে। অপর তলটি বক্রপৃষ্ঠ বা পার্শ্বতল নামে পরিচিত।

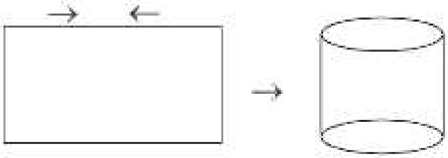
(iii) চোঙের প্রান্ততল দুটির মধ্যবর্তী দূরত্বকে চোঙের উচ্চতা (height) বলে।

(iv) কোনো কৌণিক বিন্দু বা শীর্ষবিন্দু নেই।

চোঙের ধারণা গঠন :

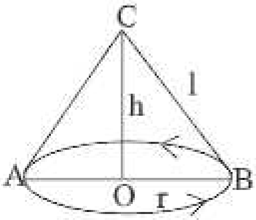
বিভিন্ন প্রকার বাস্তব জিনিস দিয়ে, যা আমরা দৈনন্দিন জীবনে ব্যবহার করি, সেগুলির মাধ্যমে চোঙের সুস্পষ্ট ধারণা দেওয়া যেতে পারে। যথা—জলের পাইপ, কারখানার চিমনি, রুলার।

এ ছাড়া শ্রেণিকক্ষের মধ্যে একটি আয়তাকার কাগজের দুটি বিপরীত প্রান্তকে আঠা দিয়ে আটকে দিলে একটি চোঙের উৎপন্ন হয়।



3.4.13 লম্ববৃত্তাকার শঙ্কু (Right Circular Cone) :

সংজ্ঞা : সমকোণী ত্রিভুজাকৃতি প্লেটের সমকোণ ধারক একটি বাহুকে খাড়াভাবে রেখে তাকে অক্ষ করে প্লেটটিকে একবার সম্পূর্ণ ঘোরালে যে আকৃতির সৃষ্টি হয়, সেই আকৃতির ঘনবস্তুকে লম্ববৃত্তাকার শঙ্কু বলে।



শঙ্কুর বৈশিষ্ট্য :

(i) একটি শীর্ষবিন্দু থাকে।

(ii) দুই তলবিশিষ্ট ঘনবস্তু। একটি তল বৃত্তাকার এবং অপরটি বক্রতল।

(iii) বৃত্তাকার তলটিকে শঙ্কুটির ভূমি (Base) এবং বক্রতলটিকে শঙ্কুর পার্শ্বতল বলে।

(iv) শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির পরিধির উপরিস্থ যে-কোনো বিন্দুর দূরত্বকে শঙ্কুর তির্যক উচ্চতা (l)

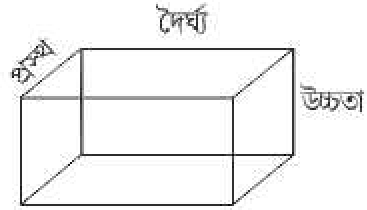
(v) ভূমির কেন্দ্র থেকে শীর্ষবিন্দু পর্যন্ত লম্বদূরত্বই হল শঙ্কুর উচ্চতা (h)

বাস্তব উদাহরণ : কাটা সুচালো পেনসিলের সামনের অংশ, রাজমিস্ত্রির ওলন পিণ্ড, বরের টোপর, মন্দিরের চূড়া ইত্যাদি।

3.4.14 সমকোণী চৌপল (Rectangular Parallelopiped) :

সংজ্ঞা: যে ঘনবস্তুর প্রতিটি তল আয়তাকার এবং তলগুলি তার পাশের তলগুলির সঙ্গে সমকোণে নত থাকে এবং বিপরীত তলের সঙ্গে সমান্তরাল থাকে, সেই ঘনবস্তুটিকে সমকোণী চৌপল বা আয়তঘন বলে।

বাস্তব উদাহরণ: ইট, বই, বাক্স ইত্যাদি।



বৈশিষ্ট্য :

(i) সমকোণী চৌপলের ছয়টি তল থাকে এবং প্রতিটি তল আয়তাকার।

(ii) চৌপলের প্রতিটি তল বিপরীত তলের সঙ্গে সমান্তরাল।

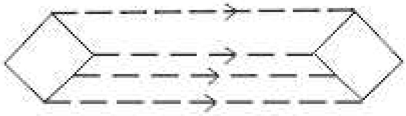
(iii) মোট কৌণিক বিন্দুর সংখ্যা আট।

(iv) প্রান্তকী বা ধারের সংখ্যা বারো।

(v) তলগুলি একে অপরের সঙ্গে সমকোণে অবস্থান করে।

সমকোণী চৌপলের ধারণা গঠন : বিভিন্ন প্রকার বাস্তব উদাহরণ দিয়ে সমকোণী চৌপল সম্পর্কে একটি সুস্পষ্ট ধারণা পাওয়া যাবে। যেমন—ইট, বই, বাক্স ইত্যাদি।

এ ছাড়া একটি আয়তাকার পাত নিয়ে, সেটিকে সমতল বরাবর খাড়াভাবে সরালে যে আকৃতির সৃষ্টি হয়, সেই আকৃতির ঘনবস্তুটিকে আমরা সমকোণী চৌপল বা আয়তঘন বলতে পারি।



3.4.15 ঘনক (Cube) :

সংজ্ঞা: ছয় তলবিশিষ্ট যে ঘনবস্তুর প্রতিটি তল বর্গাকার এবং তলগুলি তার পাশের তলগুলির সঙ্গে সমকোণে নত থাকে এবং বিপরীত তলের সঙ্গে সমান্তরাল হয়; সেই ঘনবস্তুটিকে ঘনক বা Cube বলে।

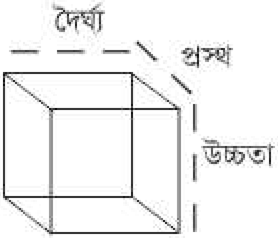
বৈশিষ্ট্য :

(i) ঘনকের ছয়টি তল থাকে এবং এই তলগুলির প্রত্যেকটি এক-একটি বর্গক্ষেত্র এবং সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট।

(ii) বিপরীত তলগুলি পরস্পর সমান্তরাল।

(iii) ঘনকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান।

(iv) ঘনকের আটটি শীর্ষবিন্দু এবং বারোটি ধার আছে।

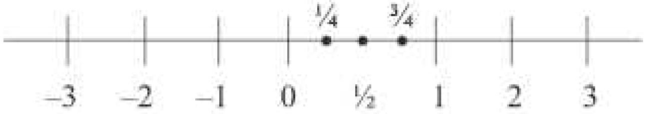


বাস্তব উদাহরণ : লুডো খেলার ছক্কা

বিঃ দ্রঃ—সমকোণী চৌপল বা আয়তঘনের প্রতিটি তল আয়তাকার এবং দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা অসমান। অন্যদিকে ঘনকের প্রতিটি তল বর্গাকার এবং দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান।

3.5 সারসংক্ষেপ (Summary)

বাস্তব সংখ্যা থেকে আমরা পাই মূলদ সংখ্যা, অমূলদ সংখ্যা। আবার মূলদ সংখ্যা থেকে পূর্ণসংখ্যা, আবার পূর্ণসংখ্যা থেকে ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা।



সংখ্যা গণনার জন্য স্বাভাবিক সংখ্যা ব্যবহার করি সংখ্যার স্থানীয় মান বের করার জন্য সংখ্যাটি কত ঘরের অর্থাৎ শতক, দশক, না সহস্র তার ধারণা গঠন করি।

সংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ প্রভৃতির মাধ্যমে সংখ্যার বিভিন্ন প্রক্রিয়া তথা হিসাবনিকাশের ধারণা করতে শিখি।

কোন্ সংখ্যাটি কত দ্বারা বিভাজ্য তা নির্ধারণ করা যায়।

বিভিন্ন প্রকার ভগ্নাংশ, যথা— প্রকৃত, অপ্রকৃত, মিশ্র ভগ্নাংশ-এর ধারণা পাওয়া যায়।

জ্যামিতির বিভিন্ন আকার, যথা—কোণ, আয়তক্ষেত্র, বিভিন্ন বক্ররেখা, মুক্তরেখা, ত্রিমাত্রিক আকার (ঘনবস্তু, সমকোণী চৌপল, ঘনক)-এর বৈশিষ্ট্য এবং বাস্তব রূপ যা সমাজে দেখা যায় তা চিহ্নিত করতে পারি।

3.6 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1. বহু নির্বাচনধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) দুটি ধনাত্মক সংখ্যার গুণফল —

(i) ধনাত্মক (ii) ঋণাত্মক (iii) দুটিই (iv) কোনোটি নয়

(খ) কোনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ?

(i) 0.3 (ii) 0.333 (iii) 0.65 (iv) 0.3

(গ) একটি ত্রিভুজে থাকতে পারে —

(i) দুটি সমকোণ (ii) দুটি স্থূলকোণ (iii) তিনটি সূক্ষ্মকোণ (iv) সবকটি

(ঘ) কোনটি ঘনবস্তু ?

(i) ছোটো (ii) ভারী (iii) বই (iv) সাদা

(ঙ) কোনটি বন্ধ চিত্র —

(i) W (ii) $\propto$ (iii) C (iv) O

(চ) দ্বিমাত্রিক আকার হল —

(i) আয়তক্ষেত্র (ii) বই (iii) সরলরেখা (iv) চোঙ

(ছ) একটি মূলদ সংখ্যা —

(i) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ (ii) $\sqrt{8}$ (iii) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (iv) $\sqrt{\frac{2}{5}}$

2. অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলি :

(ক) সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ হলে বাকি দুটি কী কোণ? চিত্র দ্বারা দেখান

(খ) দুটি বৃত্তের একই কেন্দ্র হলে তাদের কী বলে?

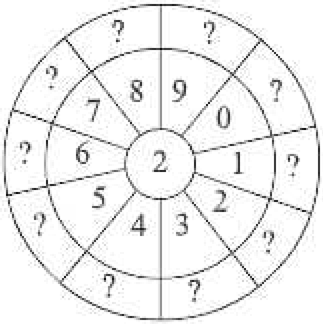
(গ) ঘনবস্তু কাকে বলে?

(ঘ) 0, 1, 2 দ্বারা গঠিত সংখ্যাগুলির মধ্যে ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম সংখ্যা দুটি কী?

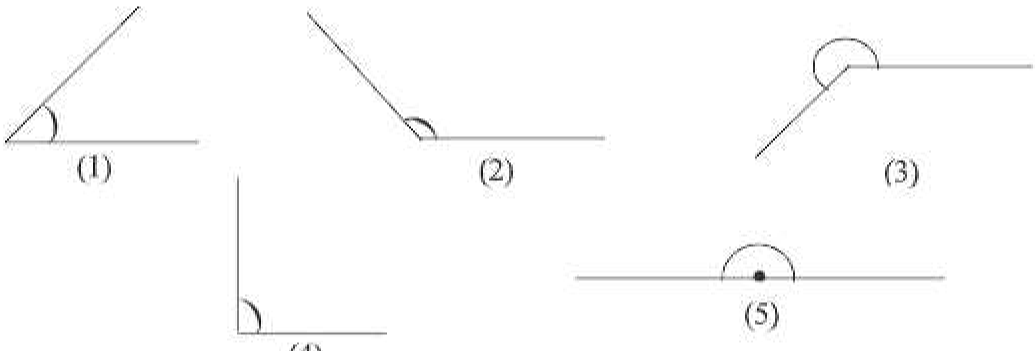
(ঙ) 0.3-এর চিত্ররূপ দিন।

(চ) পরস্পর মৌলিক সংখ্যা কাকে বলে?

(ছ) গুণের নামতার টেবিলটি পূরণ করো।



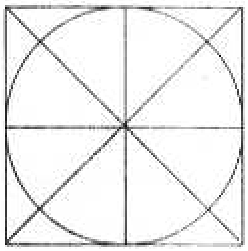
(জ) নীচের কোণগুলি কী কোণ তা বলো—



3. **সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :**

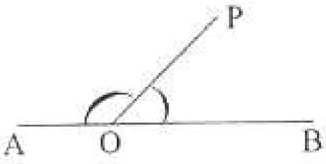
(ক) নীচের দুটি চিত্রে ক-টি ত্রিভুজ ও ক-টি বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র ও ক-টি বৃত্ত আছে তা গণনা করে লেখো।

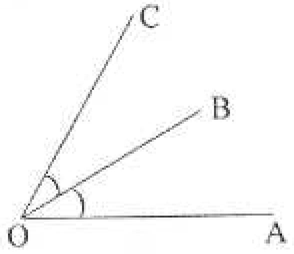
১ম-চিত্র



২য়-চিত্র

(খ





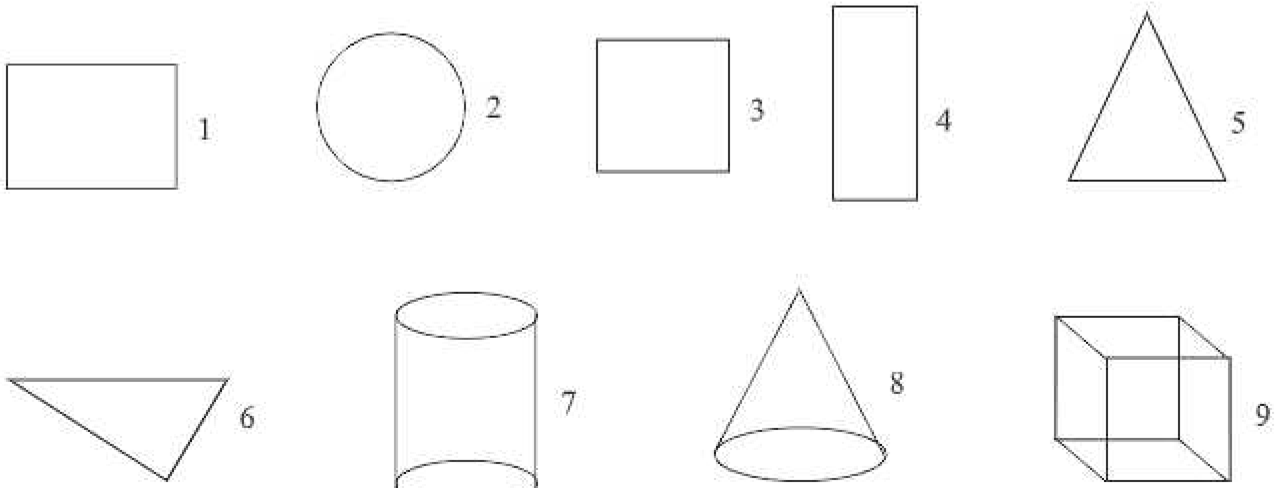
এরা পরস্পর কী কোণ তা বলো?

(গ) সুষম আকৃতির ঘনবস্তুগুলির বৈশিষ্ট্য কী কী? ছবিসহ উদাহরণ দিন।

(ঘ) 1 – 9 এবং 10, 20, 30, 40, 50, 100 রোমান সংখ্যায় লিখুন।

(ঙ) ত্রিভুজের ধারণা দেবার জন্য কী কী ব্যাবহারিক কাজ করা যায়?

(চ) নীচের দেওয়া চিত্রগুলি কোন্‌টি কীরকম সামতলিক চিত্র তা লেখো—



4. রচনাধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) প্রাথমিক বিভাগে 1 - 9 পর্যন্ত সংখ্যার ধারণা কীভাবে দেবেন?

(খ) বিভিন্ন ধরনের চতুর্ভুজ চিত্রসহ ব্যাখ্যা করুন।

(গ) দ্বিমাত্রিক ও ত্রিমাত্রিক আকার চিত্রসহ ব্যাখ্যা করুন এবং এদের মধ্যে পার্থক্য লিখুন।

(ঘ) টীকা লিখুন :- (i) অখণ্ড সংখ্যা (ii) পূর্ণ সংখ্যা (iii) বাস্তব সংখ্যা (iv) মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা (v) প্রকৃত মান ও স্থানীয় মান (Face value and Place value) (vi) ভগ্নাংশ (vii) অবস্থান সংক্রান্ত ধারণা (viii) বৃত্ত এবং গোলক

অধ্যায় 4

শিক্ষণ সংক্রান্ত বিষয়জ্ঞান - ২
(Pedagogical Content Knowledge - 2)

4.1 ভূমিকা (Introduction)
4.2 উদ্দেশ্য (Objectives)
4.3 পরিমাপ (Measurement)
4.4 তথ্য পরিচালনা (Data Handling)
4.5 সারসংক্ষেপ (Summary)
4.6 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

4.1 ভূমিকা (Introduction)

প্রতিদিনের ব্যাবহারিক জীবনে বিভিন্ন রকমের পরিমাপের (দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ক্ষেত্রফল, আয়তন, ওজন, সময়, দূরত্ব) ব্যবহার অবশ্যম্ভাবী। এই পরিমাপ করার জন্য একটি নির্দিষ্ট পরিমাণকে প্রমাণ হিসাবে ধরে তার সঙ্গে তুলনা করে মান নির্ণয় করা হয়।

দৈর্ঘ্যের মূল একক মিটার, যেখান থেকে 10–10 গুণ করে ডেসিমিটার, সেন্টিমিটার এবং 10–10 ভাগ করে কিলোমিটার, হেক্টোমিটার প্রভৃতি নির্ণয় করা যায়। ওজনের ক্ষেত্রে গ্রামকে মূল একক ধরে কিলোগ্রাম বা সেন্টিগ্রাম প্রভৃতি বার করা যায়।

আয়তন পরিমাপের ক্ষেত্রে মাপনি চোঙ ব্যবহার করা হয় অর্থাৎ ছোটো আয়তন মাপার জন্য মিলিলিটার, জল মাপার জন্য লিটার খুব বেশি ক্ষেত্রে গ্যালন ব্যবহার করা হয়।

সময়ের ক্ষেত্রেও সেকেন্ড যেখান থেকে মিনিট, ঘণ্টা নির্ণয় করা হয়।

বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের জন্য পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা হয়।

4.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

(i) দৈর্ঘ্য, পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের পদ্ধতি লিখতে পারবে।

(ii) পদ্ধতিগুলি প্রয়োগ করে পরিসীমা, ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবে।

(iii) বিভিন্ন রাশির একক সম্বন্ধে আলোচনা করতে পারবে।

(iv) তথ্যকে কীভাবে পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকায় অন্তর্ভুক্ত করতে হয় তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।

(v) চিত্রলেখ ও স্তম্ভলেখের মাধ্যমে তথ্য উপস্থাপন করে তাৎপর্য নির্ণয় করতে পারবে।

4.3 পরিমাপ (Measurement)

4.3.1 দৈর্ঘ্য পরিমাপ : কোনোকিছুর দৈর্ঘ্য পরিমাপ করতে গেলে একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের মাপকে প্রমাণ হিসাবে ধরতে হবে। এই নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে প্রমাণ মাপকাঠি বা স্কেল বলা হয়।

আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে সারা পৃথিবীতে একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে পরিমাপের একক হিসাবে ধরা হয়। এই নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে 1 মিটার বলা হয়।

মেট্রিক পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য পরিমাপের প্রমাণ বা মূল একক হল 1 মিটার

মিটার, সেন্টিমিটার, কিলোমিটার

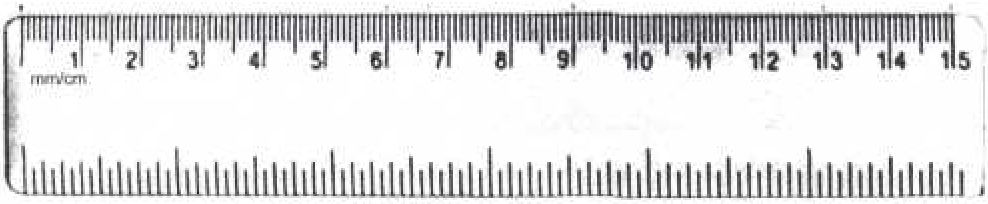
1 মিটার দৈর্ঘ্যকে সমান 100 ভাগে ভাগ করে এক এক ভাগকে 1 সেন্টিমিটার বলা হয়।

অর্থাৎ, 1 মিটার = 100 সেন্টিমিটার

আবার, 1 মিটারের 1000 গুণকে 1 কিলোমিটার বলে।

অর্থাৎ, 1 কিলোমিটার = 1000 মিটার

নীচে মিটার স্কেলের ছবি দেওয়া হল—



- **দৈর্ঘ্য পরিমাপের ছোটো থেকে বড়ো একক**

মাইক্রোম — মিলিমি — সেন্টিমি — ডেসিমি — মিটার — ডেকামি — হেক্টোমি — কিলোমি — মেগামি

ইংল্যান্ডীয় বিশেষ দৈর্ঘ্য একক ও সম্পর্ক

12 ইঞ্চি = 1 ফুট

3 ফুট = 1 গজ

1760 গজ = 1 মাইল

মেট্রিক এককের সঙ্গে ইংল্যান্ডীয় এককের সম্পর্ক

1 ফুট = 30.48 সেমি

1 ইঞ্চি = 2.54 সেমি

1 মাইল = 1.61 কিলোমি

4.3.2 ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা : বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র, বৃত্ত

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

- বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 4 × বাহুর দৈর্ঘ্য
- আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
- বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$. ($\pi = \frac{22}{7}$, r = ব্যাসার্ধ)

* বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বাহু × বাহু
* আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
* বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2

4.3.3 সমস্যা :

১। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ — সূত্রটি প্রমাণ করো।

4 সেমি, 2 সেমি

1	2	3	4
5	6	7	8

(a)

4 সেমি, 3 সেমি

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

(b)

5 সেমি, 2 সেমি

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

(c)

(a) = 8 বর্গ একক
= (4×2) বর্গ একক
= (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক

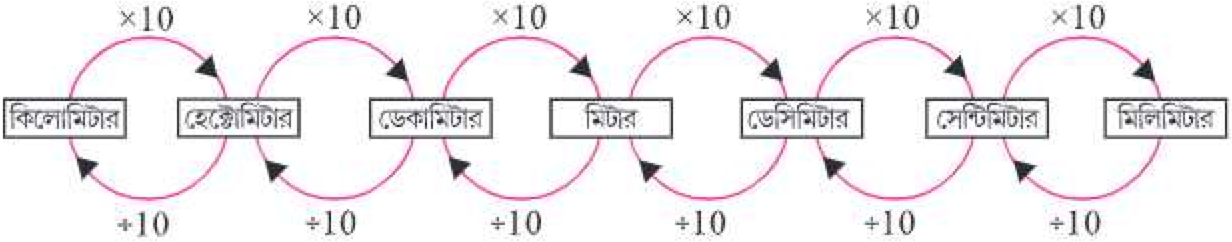
(b) = 12 বর্গ একক
= (4×3) বর্গ একক
= (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক

(c) = 10 বর্গ একক
= (5×2) বর্গ একক
= (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক

4.3.4 দৈর্ঘ্য (Length) :

মেট্রিক পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্যের মূল একক মিটার।



উদাহরণ-1 : নিম্নলিখিত ভাষায় লেখা অঙ্কগুলি সংখ্যায় প্রকাশ করুন

(ক) এক কিলোমিটার এক মিটার এক সেমি

(খ) দশ কিলোমিটার দুই ডেকামিটার পাঁচ মিলিমিটার

(গ) পাঁচ মিটার তিন সেন্টিমিটার

সমাধান :

	কিমি	হেমি	ডেকামি	মি	ডেসিমি	সেমি	মিলিমি
(ক)	1	0	0	1	0	1	
(খ)	10	0	2	0	0	0	5
(গ)				5	0	3	

উদাহরণ-2 : নিম্নলিখিত সংখ্যায় লেখা পরিমাপগুলি ভাষায় প্রকাশ করুন :

	কিমি	হেমি	ডেকামি	মি	ডেসিমি	সেমি	মিলিমি
(ক)	4	0	5	0	2	1	3
(খ)		6	0	8	0	5	
(গ)	1	0	0	0	0	2	1

সমাধান —(ক) চার কিলোমিটার পাঁচ ডেকামিটার দুই ডেসিমিটার এক সেন্টিমিটার তিন মিলিমিটার

(খ) ছয় হেক্টোমিটার আট মিটার পাঁচ সেন্টিমিটার

(গ) এক কিলোমিটার দুই সেন্টিমিটার এক মিলিমিটার

উদাহরণ-3 :

(ক) 5 মিটার = কত ডেকামিটার

(খ) 9 ডেসিমিটার = কত মিলিমিটার

সমাধান : (ক) 5 মিটার = $(5 \div 10)$ ডেকামিটার = 0.5 ডেকামিটার

(খ) 9 ডেসিমিটার = (9×100) মিলিমিটার = 900 মিলিমিটার

উদাহরণ-4 :

(ক) দুই কিমি বলতে কত মিটার বুঝি?

(খ) পাঁচ কিলোমিটার পাঁচ ডেকামিটার ও সাত মিটার কত মিটার ও কত কিলোমিটার হবে?

সমাধান : (ক) দুই কিমি = (2×1000)মি. = 2000 মিটার

(খ)

কিমি	হেমি	ডেকামি	মিটার
5	0	5	7

= 5057 মিটার

5057 মিটার = (5057 ÷ 1000) কিমি = 5.057 কিমি।

উদাহরণ-5 :

7654321 মিলিমিটারকে সম্পূর্ণ রূপে ভাষায় প্রকাশ করুন

সমাধান: 7654321 মিলিমিটার এ সাতটি সংখ্যা আছে সুতরাং বামদিক থেকে ডানদিকে এককগুলি লিখে ডানদিক থেকে সংখ্যাগুলিকে বসিয়ে পাই,

কিমি	হেমি	ডেকামি	মি	ডেসিমি	সেন্টিমি	মিলিমি
7	6	5	4	3	2	1

সুতরাং, সাত কিলোমিটার ছয় হেক্টোমিটার পাঁচ ডেকামিটার চার মিটার তিন ডেসিমি দুই সেন্টিমিটার এক মিলিমিটার

উদাহরণ-6 : যোগফল নির্ণয় করুন

(ক) 5 কিমি 2 ডেকামি 3 মিটার, 2 কিমি 4 ডেকামি 7 মিটার

(খ) 3 ডেকামি 4 মিটার 2 ডেসিমি 7 সেমি, 2 মি 5 ডেসিমি 1 সেমি

সমাধান:

(ক)

কিমি	হেমি	ডেকামি	মিটার
5	0	2	3
2	0	4	7
7	0	7	0

∴ নির্ণেয় যোগফল = 7 কিমি 7 ডেকামিটার।

(খ)

ডেকামি	মি	ডেসিমি	সেন্টিমি
3	4	2	7
0	2	5	1
3	6	7	8

∴ নির্ণেয় যোগফল 3 ডেকামি 6 মিটার 7 ডেসিমি 8 সেন্টিমিটার।

উদাহরণ-7 : বিয়োগফল নির্ণয় করুন

(ক) 5 কিমি 8 হেমি 7 ডেকামি ও 2 কিমি 4 হেমি 6 ডেকামি

(খ) 9 মিটার 3 ডেসিমি 4 সেমি ও 5 মিটার 2 ডেসিমি 3 সেমি

সমাধান:

(ক)

	কিমি	হেমি	ডেকামি
	5	8	7
−	2	4	6
	3	4	1

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল 3 কিমি 4 হেমি 1 ডেকামি।

(খ)

	মিটার	ডেসিমি	সেমি
	9	3	4
−	5	2	3
	4	1	1

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল 4 মিটার 1 ডেসিমি 1 সেমি।

উদাহরণ-8 : গুণফল নির্ণয় করুন

(ক) 2 মিটার 4 সেমি-কে 5 দিয়ে

(খ) 3 কিমি 2 ডেকামি 5 মিটার-কে 3 দিয়ে

সমাধান:

(ক)

মিটার	ডেসি	সেন্টিমি
2	0	4
	×	5
10	2	0

∴ 10 মিটার 2 ডেসিমি অথবা 1 ডেকামিটার 2 ডেসিমি।

(খ)

কিমি	হেমি	ডেকামি	মি
3	0	2	5
		×	3
9	0	7	5

∴ নির্ণেয় গুণফল = 9 কিমি 7 ডেকামিটার 5 মিটার।

উদাহরণ-9 : ভাগফল নির্ণয় করুন

(ক) 15 কিমি 5 হেমি 1 ডেকামি ÷ 3 = কত?

(খ) 7 ডেসিমি 5 সেমি 6 মিমি ÷ 2 = কত?

সমাধান :

(ক)

```
     | কিমি    হেমি    ডেকামি |
   3 |  15      5       1     | 5 কিমি 1 হেমি 7 ডেকামি
     |  15                    |
     ---------------------
                5
                3
                2 1
                2 1
           ---------------
                 ×
           ---------------
```

∴ নির্ণেয় ভাগফল 5 কিমি 1 হেমি 7 ডেকামি।

(খ)

```
     | ডেসিমি   সেমি   মিলিমি |
   2 |   7       5       6    | 3 ডেসিমি 7 সেমি 8 মিলিমি
     ---------------------
         6
         1 5
     ----------
         1 4
     ----------
           1 6
           1 6
            ×
```

∴ নির্ণেয় ভাগফল 3 ডেসিমি 7 সেমি 8 মিলিমি।

উদাহরণ-10 : 15.77 মিটার লম্বা বাঁশের 2.25 মিটার বাদ দিয়ে বাকি অংশকে সমান 4 ভাগে ভাগ করলে প্রতিভাগের দৈর্ঘ্য কত হবে?

সমাধান :

বাঁশের দৈর্ঘ্য 15.77 মিটার

বাকি অংশের দৈর্ঘ্য = (15.77 – 2.25) মিটার

= 13.52 মিটার

বাকি অংশটিকে সমান চার ভাগে ভাগ করলে প্রতিটি ভাগের দৈর্ঘ্য হবে = $\left(\frac{13.52}{4}\right)$ মিটার

= 3.38 মিটার

উদাহরণ-11 : বিদ্যালয়ে মেয়েদের পোশাক দেওয়ার জন্য প্রতিটি ফ্রকের দরুন 1.65 মিটার কাপড় লাগে। যদি বিদ্যালয়ে 50 টি মেয়ে থাকে তাহলে কত মিটার কাপড় প্রয়োজন হবে।

সমাধান :

একটি ফ্রকের জন্য কাপড় লাগে 1.65 মিটার

∴ 50টি ফ্রকের জন্য কাপড় লাগে (1.65 × 50) মিটার

= 82.5 মিটার

∴ পোশাক দেওয়ার জন্য মোট 82.5 মিটার কাপড় প্রয়োজন হবে।

উদাহরণ-12 : এক ভদ্রলোক পাঁয়ে হেঁটে 5 কিমি 12 মিটার, বাসে 7 কিমি 28 মি এবং সাইকেলে 10 কিমি 32 মিটার বাড়ি থেকে অফিস যাতায়াত করেন। তিনি প্রতিদিন মোট কত রাস্তা যাতায়াত করেন?

সমাধান : ভদ্রলোক বাড়ি থেকে অফিস যেতে মোট রাস্তা

= 5 কিমি 12 মিটার + 7 কিমি 28 মিটার + 10 কিমি 32 মিটার

=	কিমি	মিটার
	5	12
	7	28
	10	32
	22 কিমি	72 মিটার

= 22 কিমি 72 মিটার

যেহেতু ভদ্রলোক অফিস থেকে বাড়ি আসতেও ওই একই পথ অতিক্রম করে।

সুতরাং, তিনি মোট যাতায়াত করেন

= 22 কিমি 72 মিটার × 2

= 44 কিমি 144 মিটার

= 44.144 কিমি

4.3.5 আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল (Perimeter and Area of rectangle) :

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x একক

প্রস্থ = y একক

∴ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = $2(x+y)$ একক

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গ একক

আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ একক

উদাহরণ-1 : একটি আয়তকার বাগানের দৈর্ঘ্য 10 সেমি এবং প্রস্থ 8 সেমি হলে, বাগানটির পরিসীমা কত?

দৈর্ঘ্য = 10 সেমি

প্রস্থ = 8 সেমি

∴ আয়তকার বাগানটির পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

= 2 (10 + 8) সেমি

= 2×18 সেমি

= 36 সেমি

উদাহরণ-2 : একটি আয়তকার বাগানের দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 10 মিটার হলে, বাগানটির ক্ষেত্রফল কত?

বাগানটির ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক

= (20×10) বর্গমিটার

= 200 বর্গমিটার

উদাহরণ-3 : 726 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 3:2 হলে, বাগানটির দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ কত?

সমাধান: দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত = 3:2

সাধারণ অনুপাত = x

∴ দৈর্ঘ্য = 3x, প্রস্থ = 2x

সুতরাং, $3x \times 2x = 726$

$6x^2 = 726$

$x^2 = \frac{726}{6}$

$x^2 = 121$

$x = 11$

∴ দৈর্ঘ্য = $3x = 3 \times 11 = 33$ মিটার

প্রস্থ = $2x = 2 \times 11 = 22$ মিটার

উদাহরণ-4 : একটি আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য 12 মিটার ও প্রস্থ 5 মিটার তাহলে মাঠটির কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান:

আয়তাকার মাঠটির কর্ণ= $\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$ মিটার

= $\sqrt{(12)^2 + (5)^2}$ মিটার

= $\sqrt{144 + 25}$ মিটার

= $\sqrt{169}$ মিটার

= $\sqrt{13 \times 13}$ মিটার

= 13 মিটার

উদাহরণ-5 : একটি আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ যথাক্রমে 36 মি এবং 21 মি। যদি মাঠটির পরিসীমা বরাবর 3 মিটার অন্তর একটি করে ফ্ল্যাগ বসানো হয়, তবে কতগুলি ফ্ল্যাগের প্রয়োজন?

সমাধান: আয়তাকার মাঠটির দৈর্ঘ্য = 36 মিটার

প্রস্থ = 21 মিটার

∴ পরিসীমা = 2 (36+21) মিটার

= 2 × 57 মিটার

= 114 মিটার

∴ 3 মিটার অন্তর একটি ফ্ল্যাগ বসানো হয় সুতরাং, ফ্ল্যাগের প্রয়োজন = $\frac{114}{3}$ = 38টি।

উদাহরণ-6 : একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 138 মিটার এবং 1178 বর্গমিটার হলে বাগানটির দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের পার্থক্য কত?

সমাধান: [Hint : পরিসীমা P একক এবং ক্ষেত্রফল A একক হলে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের পার্থক্য = $\sqrt{\frac{P^2}{4} - 4A}$ একক]

∴ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের পার্থক্য

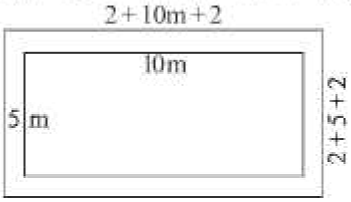
$= \sqrt{\frac{(138)^2}{4} - 4 \times 1178}$

$= \sqrt{4761 - 4712}$

$= \sqrt{49}$

= 7 মিটার

উদাহরণ-7 : 10 মিটার দৈর্ঘ্য ও 5 মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার মাঠের পরিসীমা বরাবর বাইরের চারিদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা থাকলে, শুধুমাত্র রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?



সমাধান: মাঠটির দৈর্ঘ্য = 10 মিটার

প্রস্থ = 5 মিটার

মাঠটির ক্ষেত্রফল = (10×5) = 50 বর্গমিটার

বাইরের চারিদিকে 2 মিটার চওড়া রাস্তা

সুতরাং, রাস্তাসহ আয়তাকার মাঠটির দৈর্ঘ্য = (10+2×2) মিটার = (10+4) মিটার = 14 মিটার

প্রস্থ = (5+2×2) মিটার = (5+4) মিটার = 9 মিটার

রাস্তাসহ আয়তাকার মাঠটির ক্ষেত্রফল = (14×9) বর্গমিটার = 126 বর্গমিটার

∴ শুধুমাত্র রাস্তার ক্ষেত্রফল = (126 – 50) বর্গমিটার

= 76 বর্গমিটার

বিকল্প পদ্ধতি :

Hint : পরিসীমা বরাবর a একক চওড়া রাস্তার ক্ষেত্রফল বাইরের দিকে হলে = {2 (দৈঃ + প্রঃ) × a + 4a²} বর্গএকক

ভিতরের দিকে হলে = {2 (দৈঃ + প্রঃ) × a – 4a²} বর্গএকক

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = {2 (10+5) × 2 + 4 × 2²} বর্গএকক

= (60 + 16) = 76 বর্গমিটার

উদাহরণ-8 : একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 100 মিটার ও প্রস্থ 80 মি. বাগানের ভিতরে চারিদিকে সমান চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল 1700 বর্গসেমি হলে, রাস্তাটি কত চওড়া?

সমাধান:

ধরি, রাস্তাটি x মিটার চওড়া, বাগানটির দৈর্ঘ্য বরাবর দুটি সমান আয়তাকার রাস্তা আছে যার দৈর্ঘ্য 100 মিটার প্রস্থ x মি এবং প্রস্থ বরাবর দুটি সমান আয়তাকার রাস্তা আছে যার দৈর্ঘ্য (80–2x) মিটার, প্রস্থ = x।

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= 2\{100\times x + (80-2x)x\}$ বর্গমিটার

$= 2x\,(100+80-2x)$ বর্গমিটার $= 2x\,(180-2x)$ বর্গমিটার

শর্তানুযায়ী, $2x\,(180-2x) = 1700$

$x\,(180-2x) = \frac{1700}{2}$

$180x - 2x^2 = 850$

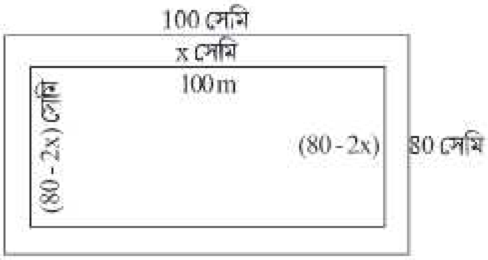
$2x^2 - 180x + 850 = 0$

$x^2 - 90x + 425 = 0$

$x^2 - 85x - 5x + 425 = 0$

$x(x-85) - 5\,(x-85) = 0$

$(x-85)\,(x-5) = 0$



কিন্তু $x \neq 85$ কারণ তাহলে রাস্তা বাদে বাগানটির দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ ঋণাত্মক হয়, যা সম্ভব নয়।

$\therefore x = 5$

$\therefore$ রাস্তাটি 5 মিটার চওড়া।

উদাহরণ-9 : আয়তক্ষেত্রের একদিকের বাহু 20% বৃদ্ধি ও অপর দিকের বাহু 10% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল কত শতাংশ বৃদ্ধি পাবে।

সমাধান: [Hint : আয়তক্ষেত্রের একদিকের বাহু a% বৃদ্ধি ও অপরদিকে b% বৃদ্ধি তাহলে

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= \left\{a + b + \frac{ab}{100}\right\}\%$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= \left\{(20+10) + \frac{20\times 10}{100}\right\}\%$

$= \{30+2\}\%$

$= 32\%$]

উদাহরণ-10 : আয়তক্ষেত্রের একদিকে বাহু 30% হ্রাস ও অপরদিকে 20% হ্রাস পেলে ক্ষেত্রফল কত শতাংশ হ্রাস পাবে।

সমাধান: [Hint : একদিকের বাহু a% হ্রাস ও অপরদিকে b% হ্রাস তাহলে ক্ষেত্রফল হ্রাস $= \left\{(a+b) - \frac{ab}{100}\right\}\%$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= \left\{(30+20) - \frac{30\times 20}{100}\right\}\%$

$= (50-6)\%$

$= 44\%$

উদাহরণ-11 : আয়তক্ষেত্রের একদিকের বাহু 20% বৃদ্ধি ও অপরদিকে 10% হ্রাস পেলে ক্ষেত্রফল কত শতাংশ বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?

সমাধান: [Hint : আয়তক্ষেত্রের একদিকের বাহু a% বৃদ্ধি, অপরদিকে b% হ্রাস পেলে,

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= \left\{(a-b) - \frac{ab}{100}\right\}\%$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে $= \left\{(20-10) - \frac{20\times10}{100}\right\}\%$

$= (10-2)\%$

$= 8\%$ (ফল (+))

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে 8%।

4.3.6 বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল (Perimeter and Area of Square) :

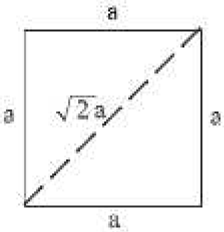
কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর সাংখ্যমান a হলে

বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 4a$ একক

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ (বাহু)$^2 = a^2$ বর্গ একক

বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}\,a$ একক

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ (কর্ণ)^2 বর্গ একক



উদাহরণ-1 : একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 8 মি হলে বর্গক্ষেত্রটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান: বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 4 \times$ বাহু $= (4\times8)$ মি

$= 32$ মিটার

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ (বাহু)^2 $= (8)^2$ বর্গমিটার

$= 64$ বর্গমিটার

উদাহরণ-2 : একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 32 বর্গসেন্টিমিটার হলে কর্ণ কত?

সমাধান: [Hint : কর্ণ $= \sqrt{2 \times \text{ক্ষেত্রফল}}$

বর্গক্ষেত্রের কর্ণ $= \sqrt{2 \times 32}$ সেমি

$= \sqrt{64}$ সেমি

$= 8$ সেমি

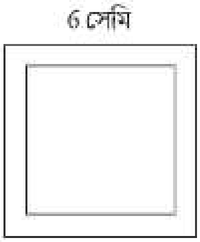
উদাহরণ-3 : একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি, বর্গক্ষেত্রের ভেতরের চারিদিকে 1 সেমি চওড়া রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান: বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 সেমি

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(6)^2$ বর্গসেমি

= 36 বর্গসেমি

ভেতরের চারিদিকে 1 সেমি চওড়া রাস্তা



সুতরাং, রাস্তা বাদে বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $(6 - 2\times1)$ সেমি

$= (6 - 2)$

= 4 সেমি

রাস্তা বাদে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(4)^2$ বর্গসেমি

= 16 বর্গসেমি

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(36 - 16)$ বর্গসেমি

= 20 বর্গসেমি

বিকল্প পদ্ধতি :

[Hint : বর্গক্ষেত্রের ভিতরের চারিদিকে a একক চওড়া রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(4 \times$ বাহু $\times a - 4a^2)$ বর্গএকক

অথবা রাস্তার ক্ষেত্রফল = 4 × রাস্তা চওড়া × (বাহু – রাস্তা চওড়া) বর্গএকক]

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(4 \times 6 \times 1 - 4.1^2)$ বর্গসেমি

$= (24 - 4)$ বর্গসেমি = 20 বর্গসেমি

উদাহরণ-4 : একটি বর্গক্ষেত্রের বাইরের চারিদিকে 1 সেমি চওড়া রাস্তার ক্ষেত্রফল 36 বর্গসেমি হলে, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান: [Hint : 4 × রাস্তা চওড়া (বাহু + রাস্তা চওড়া) = রাস্তার ক্ষেত্রফল]

সুতরাং, $4 \times d\,(a+d)$ = রাস্তার ক্ষেত্রফল

$\therefore 4 \times 1 \times (a+1) = 36$

$4(a+1) = 36$

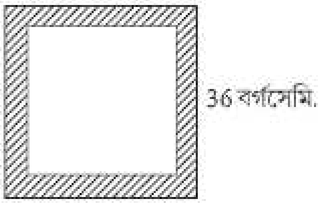
$4a + 4 = 36$

$4a = 36 - 4$

$4a = 32$

$a = \frac{32}{4}$

$a = 8$



∴ বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = 8 সেমি।

উদাহরণ-5 : 15 মিটার বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের মাঝখানে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমপরিসরে রাস্তার ক্ষেত্রফল 125 বর্গমিটার হলে রাস্তাটি চওড়া কত?

সমাধান: Hint : বর্গক্ষেত্রের মাঝখানে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর একক চওড়া রাস্তার

ক্ষেত্রফল $= \{(2 \times \text{বাহু} \times d) - d^2\}$ বর্গএকক

$= d\,(2 \times \text{বাহু} - d)$ বর্গএকক

সমাধান: $d\,(2 \times a - d) =$ রাস্তার ক্ষেত্রফল

অথবা $d\,(2 \times 15 - d) = 125$

অথবা $30d - d^2 = 125$

অথবা $d^2 - 30d + 125 = 0$

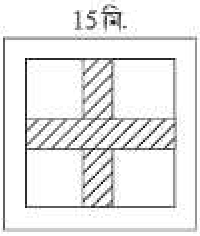
অথবা $d^2 - 25d - 5d + 125 = 0$

অথবা $d\,(d-25) - 5\,(d-25) = 0$

অথবা $(d-25)\,(d-5) = 0$

অথবা $d \neq 25$

$\therefore$ $d = 5$



কারণ বাহুর দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হয় না।

$\therefore$ রাস্তাটি 5 মিটার চওড়া।

উদাহরণ-6 : দুটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 9:4 হলে বর্গক্ষেত্র দুটির কর্ণের অনুপাত কত?

সমাধান: [Hint : দুটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত a:b হলে

বর্গক্ষেত্রের বাহু/পরিসীমা/কর্ণের অনুপাত $= \sqrt{a} : \sqrt{b}$]

বর্গক্ষেত্র দুটির কর্ণের অনুপাত $= \sqrt{9} : \sqrt{4}$

$= 3 : 2$

উদাহরণ-7 : দুটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমার অনুপাত 3 : 5 হলে, বর্গক্ষেত্র দুটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

সমাধান: [Hint : দুটি বর্গক্ষেত্রের বাহু/পরিসীমা/কর্ণের অনুপাত = a:b হলে ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= a^2 : b^2$]

$\therefore$ বর্গক্ষেত্র দুটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= (3)^2 : (5)^2$

$= 9 : 25$

উদাহরণ-8 : বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 3 গুণ হলে; বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান: Hint : বর্গক্ষেত্রের বাহু/কর্ণের দৈর্ঘ্য x গুণ হলে ক্ষেত্রফল হবে $= x^2$ গুণ

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= (x^2 - 1)$ গুণ

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= (3^2 - 1)$ গুণ

$= (9 - 1)$

$= 8$ গুণ

উদাহরণ-9 : বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 গুণ হলে; ক্ষেত্রফল কতগুণ হবে?

সমাধান: বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 2^2 = 4$ গুণ হবে।

উদাহরণ-10 : একটি বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহু 10% বৃদ্ধি পেলে, ক্ষেত্রফল কত % বৃদ্ধি পাবে?

[Hint : প্রতিটি বাহু অথবা পরিসীমা x% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= [2x + \frac{x^2}{100}]\%$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে $= [2 \times 10 + \frac{10\times10}{100}]\%$

$= 21\%$

উদাহরণ-11 : বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহু 20% হ্রাস পেলে ক্ষেত্রফল কত % হ্রাস পাবে?

ক্ষেত্রফল হ্রাস পাবে $= [2x - \frac{x^2}{100}]\%$

$= [2 \times 20 - \frac{20\times20}{100}]\%$

$= (40 - 4)\%$

$= 36\%$

4.3.7 বৃত্তের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল (Perimeter and Area of Circle) :

বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ একক

বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= r$ একক

বৃত্তের ব্যাস $= 2r$ একক

অর্ধবৃত্তের পরিধি $= (\pi r+2r)$ একক

অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\pi r^2$ বর্গএকক

উদাহরণ-1 : একটি বৃত্তের ব্যাস 42 সেমি হলে, বৃত্তটির পরিধি কত?

সমাধান: বৃত্তের ব্যাস $= 42$ সেমি

ব্যাসার্ধ $= \frac{42}{2} = 21$ সেমি

$\therefore$ বৃত্তটির পরিধি $= 2\pi r$ একক

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21$ সেমি

$= 132$ সেমি

উদাহরণ-2 : একটি বৃত্তের পরিধি 132 সেমি. হলে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত? বৃত্তটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান: বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

$$\therefore \quad 2\pi r = 132$$

$$2r = \frac{132}{\pi}$$

$$2r = 132 \times \frac{7}{22}$$

$$= 42$$

$\therefore$ ব্যাস = 42 সেমি.

ব্যাসার্ধ $= \frac{42}{2}$ সেমি. = 21 সেমি.

$\therefore$ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গএকক $= \frac{22}{7} \times 21 \times 21$ বর্গসেমি

= 1386 বর্গসেমি

উদাহরণ-3 : একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 সেমি হলে; বৃত্তটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান: বৃত্তটির ব্যাসার্ধ = 14 সেমি

বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গএকক

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$ বর্গসেমি

= 616 বর্গসেমি

উদাহরণ-4 : একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল 154 বর্গসেমি হলে; বৃত্তটির পরিধি কত?

সমাধান: বৃত্তের ক্ষেত্রফল = 154 বর্গসেমি

সুতরাং, $\pi r^2 = 154$

$$r^2 = 154 \times \frac{7}{22}$$

$$r^2 = 7 \times 7$$

$$r = 7$$

$\therefore$ বৃত্তটির পরিধি $= 2\pi r$ একক

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$ সেমি

= 44 সেমি

উদাহরণ-5 : একটি অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ 7 সেমি হলে, অর্ধবৃত্তটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান: অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ 7 সেমি

অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\pi r^2$ বর্গএকক

$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ বর্গসেমি

= 77 বর্গসেমি

উদাহরণ-6 : একটি অর্ধবৃত্তের অভ্যন্তরস্থ বৃহত্তম ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 64 বর্গসেমি হলে অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত হবে?

সমাধান: [Hint : অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{\text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}}$ একক]

$\therefore$ অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{64} = 8$ সেমি.।

উদাহরণ-7 : দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত 3:5 হলে, বৃত্তদুটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত হবে?

সমাধান: [Hint : দুটি বৃত্তের ব্যাস/ব্যাসার্ধ/পরিধির অনুপাত a:b হলে ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে $a^2:b^2$]

$\therefore$ বৃত্তদুটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= 3^2 : 5^2$

$= 9 : 25$

উদাহরণ-8 : দুটি বৃত্তের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 25 : 36 হলে, বৃত্তদুটির ব্যাসের অনুপাত কত হবে?

সমাধান: [Hint : দুটি বৃত্তের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $a^2 : b^2$ হলে বৃত্তদুটির ব্যাসার্ধ/ব্যাস/পরিধি $= \sqrt{a^2} : \sqrt{b^2} = a : b$]

$\therefore$ বৃত্তদুটির ব্যাসের অনুপাত হবে $= \sqrt{25} : \sqrt{36}$

$= 5 : 6$

উদাহরণ-9 : একটি বৃত্তের ব্যাস 20% হ্রাস পেলে, বৃত্তটির ক্ষেত্রফল কত শতাংশ হ্রাস পাবে?

সমাধান: [Hint : দুটি বৃত্তের ব্যাস/ব্যাসার্ধ/পরিধি x% হ্রাস পেলে ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় $= (2x - \frac{x^2}{100})\,\%$]

$\therefore$ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল হ্রাস পাবে $= [2 \times 20 - \frac{20\times20}{100}]\%$

$= (40 - 4)\%$

$= 36\%$

উদাহরণ-10 : একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল 21% বৃদ্ধি পেলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত শতাংশ বৃদ্ধি পাবে?

সমাধান: [Hint : বৃত্তের ক্ষেত্রফল x% বৃদ্ধি পেলে

ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি পাবে $= 10\left\{\sqrt{100+21} - 10\right\}\%$

$= 10\left\{11-10\right\}$

$= (10 \times 1)\%$

$= 10\ \%$]

উদাহরণ-11 : 6 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের মধ্যে অঙ্কিত সবচেয়ে বড়ো মাপের বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে?

[Hint : বৃত্তের মধ্যে অঙ্কিত সবচেয়ে বড়ো মাপের বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 2 \times (\text{ব্যাসার্ধ})^2$ বর্গএকক]

সমাধান: বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= 2 \times (6)^2$ বর্গএকক

$= 2\times36$ বর্গসেমি

$= 72$ বর্গসেমি

উদাহরণ-12 : একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 126 বর্গমিটার, ওই বর্গক্ষেত্রের মধ্যে অঙ্কিত সবচেয়ে বড়ো মাপের বৃত্তের ক্ষেত্রফল কী?

[Hint : বর্গাকার ক্ষেত্র থেকে বড়ো মাপের বৃত্ত কাটিলে, বর্গাকার ও বৃত্তের ক্ষেত্রফলের অনুপাত সর্বদা = 14 : 11]

সমাধান: বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= 126 \times \frac{11}{14} = 99$ বর্গমিটার

উদাহরণ-13 : দুটি বৃত্তাকার চাকার ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 15 সেমি. এবং 5 সেমি. বড়ো চাকাটি 100 বার ঘুরে যে দূরত্ব অতিক্রম করে, সেই একই দূরত্ব অতিক্রম করতে ছোটো চাকাটি কতবার ঘুরবে?

[Hint : ছোটো চাকা ঘুরবে $\frac{R}{r} \times A$ বার (যখন বড়ো চাকা A বার ঘোরে)

বড়ো চাকা ঘুরবে $\frac{r}{R} \times A$ বার (যখন ছোটো চাকা A বার ঘোরে)

সমাধান: ছোটো চাকাটি ঘুরবে $= \frac{15}{5} \times 100 = 300$ বার

উদাহরণ-14 : দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 3 সেমি ও 4 সেমি। ওই দুটি বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

[Hint: ব্যাসার্ধ যথাক্রমে x ও y হলে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{x^2 + y^2}$ একক]

সমাধান: নতুন বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$ সেমি

উদাহরণ-15 : 5 মিটার ব্যাসার্ধযুক্ত একটি বৃত্তকার ক্ষেত্রের বাইরে একটি 4 মিটার প্রশস্ত রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?

[Hint: বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল A_1 বর্গমিটার

রাস্তাসহ বৃত্তের ক্ষেত্রফল A_2 বর্গমিটার]

রাস্তাটি 4 মিটার চওড়া সুতরাং, রাস্তাসহ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ = (5+4) = 9 মিটার

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= A_2 - A_1$

$= \frac{22}{7} \times (9)^2 - \frac{22}{7} \times (5)^2$

$= \frac{22}{7} \{81 - 25\}$

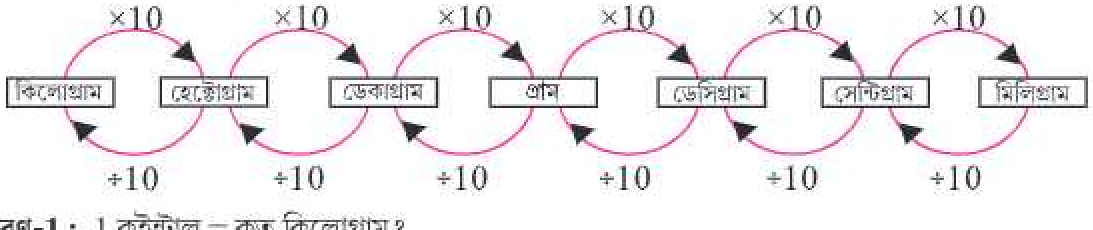
$= \frac{22}{7} \times 56$

$= 176$

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল = 176 বর্গমিটার।

4.3.8 ওজন (Weight) :

মেট্রিক পদ্ধতিতে ওজনের মূল একক গ্রাম।



উদাহরণ-1 : 1 কুইন্টাল = কত কিলোগ্রাম?

1 মেট্রিকটন = কত কুইন্টাল = কত কিলোগ্রাম?

সমাধান: 1 কুইন্টাল = 100 কিলোগ্রাম

1 মেট্রিকটন = 10 কুইন্টাল = 1000 কিগ্রা

উদাহরণ-2 : যোগ করুন

5 কিগ্রা 500 গ্রাম, 3 কিগ্রা 200 গ্রাম

সমাধান:

কিগ্রা	গ্রাম
5	500
+ 3	200
8 কিগ্রা	700 গ্রাম

উদাহরণ-3 : বিয়োগ করুন

4 হেক্টোগ্রাম 3 ডেকাগ্রাম, 2 হেক্টোগ্রাম 1 ডেকাগ্রাম

সমাধান:

হেক্টোগ্রাম	ডেকাগ্রাম
4	3
− 2	1
2 হেক্টোগ্রাম	2 ডেকাগ্রাম

উদাহরণ-4 : গুণ করুন

10 কিগ্রা 500 গ্রামকে 2 দিয়ে

সমাধান:

কিগ্রা	গ্রাম
10	500
×	2
20 কিগ্রা	1000 গ্রাম
= 21 কিগ্রা	

উদাহরণ-5 : ভাগ নির্ণয় করুন

12 ডেকাগ্রাম 4 গ্রামকে 4 দিয়ে

সমাধান:

ভাজক	ডেকাগ্রাম	গ্রাম	ভাগফল
4	12	4	3 ডেকাগ্রাম 1 গ্রাম
	12		
		4	
		4	

উদাহরণ-6 : একইরকম 4টি বিস্কুটের প্যাকেটের ওজন 12.6 গ্রাম হলে 1টি প্যাকেটের ওজন কত হবে?

সমাধান: 4টি বিস্কুটের প্যাকেটের ওজন 12.6 গ্রাম

1টি বিস্কুটের প্যাকেটের ওজন $\frac{12.6}{4} = 3.15$ গ্রাম

উদাহরণ-7 : 42 কিগ্রা 15 ডেকাগ্রাম = কত ডেকাগ্রাম?

সমাধান:

42 কিগ্রা 15 ডেকাগ্রাম

× 100

4200 ডেকাগ্রাম

15

4215 ডেকাগ্রাম

উদাহরণ-8 : রহিম 250 গ্রাম উচ্ছে, 500 গ্রাম গাজর, 1 কিগ্রা লাউ বাজার থেকে নিয়ে এসেছে। তাহলে রহিম বাজার থেকে কত কিগ্রা আনাজ এনেছে?

সমাধান: পরিমাণ = 250 গ্রাম উচ্ছে
500 গ্রাম গাজর
1 কিগ্রা লাউ

কিগ্রা	গ্রাম
1	
	250
+	500
1 কিগ্রা	750 গ্রাম

= 1.750 কিগ্রা

4.3.9 আয়তন (Volume) :

তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপ করা যায়। মেট্রিক পদ্ধতিতে যার মূল একক লিটার।

10 ÷ ↑ | ↓ × 10

কিলোলিটার
হেক্টোলিটার
ডেকালিটার
লিটার
ডেসিলিটার
সেন্টিলিটার
মিলিলিটার

উদাহরণ-1 : (1) 63 হেক্টোলিটার = কত ডেসিলিটার?
(2) 4.07 হেক্টোলিটার = কত মিলিলিটার?

সমাধান: (1) 63 হেক্টোলিটার = 63 × 1000 = 6300 ডেসিলিটার
(2) 4.07 লিটার = 4.07 × 1000 = 4070 মিলিলিটার

উদাহরণ-2 : গোপালদার চায়ের দোকানে রোজ 55 লিটার দুধ লাগে। এক সপ্তাহে গোপালদা কত কিলোলিটার দুধ নেন?

সমাধান: রোজ 55 লিটার
সপ্তাহে দুধ লাগে = (55×7) লিটার
= 385 লিটার = 0.385 কিলোলিটার

উদাহরণ-3 : আমিনাবিবি বাড়ির জন্য 2 লিটার দুধ কিনেছে। তাহলে সে কত কিলোলিটার দুধ কিনেছে হিসাব করুন।

সমাধান: 2 লিটার = (2÷1000) কিলোলিটার
= 0.002 কিলোলিটার

∴ সুতরাং, আমিনাবিবি 0.002 কিলোলিটার দুধ কিনল।

উদাহরণ-4 : 4.91 কিলোলিটারে সেন্টিলিটারে পরিমাণ কত হবে?

সমাধান: 4.91 কিলোলিটার = (4.91 × 100000) সেন্টিলিটার

= 491000 সেন্টিলিটার

উদাহরণ-5 : 1 লিটার = ______________ মিলিলিটার?

1 কিলোলিটার = ______________ লিটার?

1 গ্যালন = ______________ লিটার?

সমাধান: 1 লিটার = 1000 মিলিলিটার?

1 কিলোলিটার = 1000 লিটার?

1 গ্যালন = 4.55 লিটার?

[ইংল্যান্ডীয় পরিমাপে তরল পরিমাপের একক গ্যালন]

4.3.10 সময় (Time) :

সকাল থেকে সন্ধ্যা পর্যন্ত সময়কে বলি দিন। (সূর্য ওঠা থেকে সূর্য ডোবা পর্যন্ত) আবার সূর্য ডোবা থেকে পুনরায় সূর্য ওঠা পর্যন্ত সময়কে রাত্রি)। দিন ও রাত্রিকে মিলিয়ে বলি এক দিন। এই দিন পরিমাণ অর্থাৎ সময় পরিমাণ করার জন্য এককগুলি হল ঘণ্টা, মিনিট, সেকেন্ড।

1 দিন = 24 ঘণ্টা

1 ঘণ্টা = 60 মিনিট

1 মিনিট = 60 সেকেন্ড। 1 ঘণ্টা = 3600 সেকেন্ড

আবার ঠিক একইভাবে—

60 সেকেণ্ড = 1 মিনিট

60 মিনিট = 1 ঘণ্টা

24 ঘণ্টা = 1 দিন

আধুনিক ডিজিটাল ঘড়িতে কোনো কাঁটা থাকে না। এতে প্রথমে ঘণ্টা ও পরে মিনিটকে নির্দেশ করে। ইংরেজিতে রাত 12 টা থেকে দুপুর 12 টার আগে পর্যন্ত A.M. দুপুর 12 টার থেকে রাত্রি 12 টার আগে পর্যন্ত P.M.

ট্রেন ও বিমানের ক্ষেত্রে সময় সারণি ও ডিজিটাল ঘড়িতে 24 ঘণ্টা হিসাবে দেখা যায়।

যেখানে রাত্রি 12 টার সময় নির্দেশ করে 00.00

এ ছাড়াও দিন, মাস, বৎসর সময় হিসাবে পরিমাণ করা হয়।

1 সপ্তাহ = 7 দিন

1 মাস = 30 দিন

1 বৎসর = 12 মাস

1 বৎসর = 365 দিন

- লিপইয়ার প্রতি 4 বছর অন্তর হয়। সেই বছর 366 দিন। তখন ফেব্রুয়ারি মাস 28 দিন-এর বদলে 29 দিন হয়।
- যদি একক ও দশক স্থান '00' না হয়, তবে যে-কোনো বর্ষ 4 দ্বারা বিভাজ্য হলে সেই বর্ষটি লিপাইয়ার হয়। যদি একক ও দশক স্থান '00' হয় তবে বর্ষটি 400 দ্বারা বিভাজ্য হলে সেই বর্ষটি লিপইয়ার হয়।

  যেমন— 1900 লিপইয়ার নয়, 2000 লিপইয়ার

উদাহরণ-1 : 13 দিন 2 ঘণ্টা = কত ঘণ্টা

সমাধান: 13 দিন 2 ঘণ্টা

= (13×24) ঘণ্টা + 2 ঘণ্টা

= 312 ঘণ্টা + 2 ঘণ্টা

= 314 ঘণ্টা

উদাহরণ-2 : 1065 মিনিট = কত ঘণ্টা কত মিনিট?

সমাধান: 1065 মিনিট = $\left(\frac{1065}{60}\right)$ ঘণ্টা = 17 ঘণ্টা 45 মিনিট

```
     17  ঘণ্টা
60 | 1065 |
   |  60  |
      465
      420
       45 মিনিট
```

উদাহরণ-3 : 842 সেকেন্ড = কত মিনিট কত সেকেন্ড?

সমাধান:

```
     14  মিনিট
60 | 842 |
   | 60  |
     242
     240
       2 মিনিট
```

∴ 842 সেকেন্ড = 14 মিনিট 2 সেকেন্ড

উদাহরণ-4 : 3 ঘণ্টা 25 মিনিট = কত মিনিট?

সমাধান: 3 ঘণ্টা 25 মিনিট

= (3×60) মিনিট + 25 মিনিট

= 180 মিনিট + 25 মিনিট = 205 মিনিট

উদাহরণ-5 : এক ভদ্রলোক ট্রেনে করে হাওড়া থেকে দিল্লি গেলেন। কিন্তু 25 ঘণ্টা ট্রেন চলার পর ট্রেনের গণ্ডগোল হয় এবং তার জন্য আরও 50 মিনিট 20 সেকেন্ড ট্রেনে থাকার পর গন্তব্যস্থল পৌঁছান। ভদ্রলোক কত সেকেন্ড ট্রেনের মধ্যে ছিলেন?

সমাধান: সমস্যাটি হল

25 ঘণ্টা 50 মিনিট 20 সেকেন্ড = কত সেকেন্ড

```
25 ঘণ্টা 50 মিনিট 20 সেকেন্ড
× 60
1500 মিনিট
 + 50
1550 মিনিট
 × 60
93000 সেকেন্ড
   +20
93020 সেকেন্ড
```

∴ ভদ্রলোক ট্রেনে 93020 সেকেন্ড ছিলেন।

উদাহরণ-6 : 2 ঘণ্টা 36 মিনিট + 5 ঘণ্টা 10 মিনিট + 5 ঘণ্টা = কত ঘণ্টা কত মিনিট?

সমাধান— 2 ঘণ্টা 36 মিনিট + 5 ঘণ্টা 10 মিনিট + 5 ঘণ্টা

= {(2×60) + 36} মিনিট + {(5×60) + 10} মিনিট + (5×60) মিনিট

= (120+36) মিনিট + (300+10) মিনিট + 300 মিনিট

= 156 মিনিট + 310 মিনিট + 300 মিনিট

= 766 মিনিট

= 12 ঘণ্টা 46 মিনিট

60) 766 (12 ঘণ্টা
60
166
120
46 মিনিট

উদাহরণ-7 : 7 ঘণ্টা 22 মিনিট – 4 ঘণ্টা 36 মিনিট = কত ঘণ্টা কত মিনিট?

সমাধান : 7 ঘণ্টা 22 মিনিট

× 60
420 মিনিট
+ 22
442 মিনিট

4 ঘণ্টা 36 মিনিট
× 60
240 মিনিট
+ 36
276 মিনিট

∴ 7 ঘণ্টা 22 মিনিট – 4 ঘণ্টা 36 মিনিট

= 442 মিনিট – 276 মিনিট

= 166 মিনিট

= 2 ঘণ্টা 46 মিনিট

60) 166 (2 ঘণ্টা
120
46 মিনিট

উদাহরণ-8 : 10 ঘণ্টা 10 মিনিট × 5 = কত?

সমাধান : 10 ঘণ্টা 10 মিনিট

× 60
600 মিনিট
+ 10
610 মিনিট
× 5
3050 মিনিট

= 50 ঘণ্টা 50 মিনিট

60) 3050 (50 ঘণ্টা
300
50 মিনিট

উদাহরণ-9 : কোনো কারখানায় একটি লেদ মেশিন মোট 36 ঘণ্টা 40 মিনিট কাজ করে যদি 4 দিন ধরে সমান সময় কাজ করে থাকে তাহলে রোজ কতক্ষণ করে মেশিনটি কাজ করেছে?

সমাধান: অঙ্কের ভাষায় সমস্যাটি হল

36 ঘণ্টা 40 মিনিট ÷ 4 = কত?

36 ঘণ্টা 40 মিনিট

= (36×60) মিনিট + 40 মিনিট

= 2160 মিনিট + 40 মিনিট

= 2200 মিনিট

∴ রোজ কাজ করে = $\left(\frac{2200}{4}\right)$ মিনিট

= 550 মিনিট

= 9 ঘণ্টা 10 মিনিট

60) 550 (9 ঘণ্টা
540
10 মিনিট

উদাহরণ-10 : 2013 সালে 1 জানুয়ারি মঙ্গলবার হলে 2013 সালে 1 ফেব্রুয়ারি কী বার হবে?

সমাধান: জানুয়ারি, 31 দিন

সুতরাং,

7) 31 (4
28
3

∴ মঙ্গলবারের 3 দিন পর শুক্রবার হবে 1 ফেব্রুয়ারি।

উদাহরণ-11 : আমার বয়স 10 বছর 11 মাস 18 দিন। আমার ভাইয়ের বয়স 7 বছর 5 মাস 20 দিন ও আমার দাদার বয়স 13 বছর 8 মাস 12 দিন, তাহলে আমাদের তিনজনের মোট বয়স কত?

সমাধান:

	বছর	মাস	দিন
আমার বয়স	10	11	18
ভাইয়ের বয়স	7	5	20
দাদার বয়স	13	8	12
মোট	30 বছর	24 মাস	50 দিন

30) 50 দিন (1 মাস
30
20 দিন

12) 24 মাস (2 বছর
24

= 32 বছর 1 মাস 20 দিন

উদাহরণ-12 : রহিমের দাদার বয়স রহিমের বাবার বয়সের $\frac{1}{3}$ ভাগ। বাবার বয়স যদি 50 বছর হয় তবে রহিমের দাদার বয়স কত?

সমাধান: বাবার বয়স 50 বছর

দাদার বয়স = 50 বছর × $\frac{1}{3}$

= $\left(\frac{50}{3}\right)$ বছর = 16 বছর 8 মাস

$$\begin{array}{r|l} 3 & 50 \\ & 3 \\ \hline & 20 \\ & 18 \\ \hline & 2 \end{array}$$

ভাগফল: 16 বছর 8 মাস

2 বছর = 24 মাস

24 মাস

উদাহরণ-13 : 2012 সালের প্রজাতন্ত্র দিবস বৃহস্পতিবার তাহলে 2013 সালের প্রজাতন্ত্র দিবস কবে হবে?

সমাধান: 2012 সাল লিপইয়ার

সুতরাং, ফেব্রুয়ারি মাস 29 দিন

$$\begin{array}{r|l} 7 & 366 \\ & 35 \\ \hline & 16 \\ & 14 \\ \hline & 2 \end{array}$$

ভাগফল: 52

∴ সুতরাং, বৃহস্পতিবার এর 2 দিন পর শনিবার হবে।

উদাহরণ-14 : নরেনবাবু চাকরির জন্য 2005 সালের 5 জুলাই দুর্গাপুরে বদলি হয়ে চলে যান। 2016 সালের 7 জানুয়ারি আবার বদলি হয়ে বর্ধমানে ফিরে আসে। তাহলে নরেনবাবু কতদিন বদলি হয়ে দুর্গাপুরে ছিলেন?

সমাধান:

	বছর	মাস	দিন
2016 সালের 7 জানুয়ারি	2016	01	07
2005 সালের 5 জুলাই	2005	07	05
	10 বছর	06 মাস	02 দিন

∴ নরেনবাবু দুর্গাপুরে 10 বছর 06 মাস 02 দিন ছিলেন।

4.3.11 টাকা (Money) :

ধাতুর তৈরি পয়সা বা টাকাকে বলা হয় মুদ্রা। আর কাগজের তৈরি টাকাকে নোট বলা হয়।

মুদ্রা যেমন = 1 টাকা, 2 টাকা, 5 টাকা, 10 টাকা

টাকার নোট = 5 টাকা, 10 টাকা, 20 টাকা, 50 টাকা, 100 টাকা, 500 টাকা, 1000 টাকা

এখন, 100 পয়সা = 1 টাকা

1 পয়সা = 1 টাকার 100 ভাগের 1 ভাগ = $\frac{1}{100}$ টাকা = 0.01 টাকা

2 পয়সা = 1 টাকার 1 ভাগের 2 ভাগ = $\frac{2}{100}$ টাকা = 0.02 টাকা

উদাহরণ-1 : যোগ করুন

5.75 টাকা + 20.25 টাকা + 37.50 টাকা

সমাধান:

5.75 টাকা
20.25 টাকা
+ 37.50 টাকা
63.50 টাকা

উদাহরণ-2 : বিয়োগ করুন

577.72 টাকা – 483.25 টাকা

সমাধান:

577.72 টাকা
– 483.25 টাকা
94.47 টাকা

উদাহরণ-3 : অফিস থেকে ফেরার পথে অমলবাবু বাড়ির জন্য 35 টাকা কেজি দরে 4 কেজি চাল, 70 টাকা কেজি দরে 2 কেজি ডাল এবং 105 টাকা কেজি দরে 2 কেজি সরষের তেল কিনলেন। তাহলে তিনি মোট কত টাকার বাজার করলেন?

(অঙ্কের ভাষায় প্রকাশ করে সমাধান করুন)

সমাধান:

অঙ্কের ভাষায় সমস্যাটি হল—
(35 টাকা × 4) + (70 টাকা × 2) + (105 টাকা × 2) = কত?

অমলবাবু মোট বাজার করেন

= (35 টাকা × 4) + (70 টাকা × 2) + (105 টাকা × 2)

= 140 টাকা + 140 টাকা + 210 টাকা

= 490 টাকা

∴ অমলবাবু মোট 490 টাকার বাজার করেন।

উদাহরণ-4 : এক ব্যক্তির বেতন 20% বৃদ্ধি পেল এবং ব্যয় 15% বৃদ্ধি পেল। পূর্বে তিনি 200 টাকা সঞ্চয় করতেন এবং তার মাসিক বেতন 3000 টাকা ছিল। বেতন ও ব্যয় বৃদ্ধির পর তার কত টাকা সঞ্চয় হবে?

সমাধান: পূর্বে মাসিক বেতন 3000 টাকা

মাসিক সঞ্চয় 200 টাকা

∴ মাসিক ব্যয় ছিল = (3000–200) টাকা = 2800 টাকা

এখন বেতন বৃদ্ধি পেল $(3000 \times \frac{20}{100}) = 600$ টাকা

ব্যয় বৃদ্ধি = $(2800 \times \frac{15}{100}) = 420$ টাকা

∴ মাসিক সঞ্চয় বাড়ল = (600–420) টাকা = 180 টাকা

∴ এখন তার মাসিক সঞ্চয় = (200+180) টাকা = 380 টাকা

উদাহরণ-5 : কতগুলি টাকা, 50 পয়সা ও 25 পয়সা মুদ্রার মিলিত মূল্য 17 টাকা, মুদ্রাগুলির অনুপাত সংখ্যা 5 : 4 : 6 হলে কোন্ মুদ্রা কয়টি আছে?

সমাধান: অনুপাত = 5 : 4 : 6

সাধারণ অনুপাত x

∴ মুদ্রা টাকায় = 5xটি

50 পয়সা মুদ্রা = 4xটি

25 পয়সা মুদ্রা = 6xটি

শর্তানুযায়ী, $5x + \frac{4x}{2} + \frac{6x}{4} = 17$

$\frac{20x + 8x + 6x}{4} = 17$

$34x = 68$

$\therefore x = \frac{68}{34} = 2$

∴ 1 টাকা মুদ্রা 5×2 = 10টি

50 পয়সা মুদ্রা 4×2 = 8টি

25 পয়সা মুদ্রা 6×2 = 12টি

4.3.12 অনুশীলনী :

A. দৈর্ঘ্য, ভর, আয়তন :

(1) 1 ডেকামিটার = কত মিটার?

(2) 2 কিগ্রা = কত গ্রাম?

(3) 2 লিটার তেল = কত সেন্টিলিটার তেল?

(4) 6 ডেকাগ্রাম 5 গ্রাম + 4 কিগ্রা = কত কিগ্রা?

(5) 7 মিটার 10 সেমি = কত সেমি?

(6) 7 ডেকামি 3 মি × 8 = কত মিটার?

(7) 2 গ্রাম + 4 মিলিগ্রাম = কত গ্রাম?

(8) 16 সেমি 8 মিলিমি – 7 সেমি 9 মিলিমি = কত সেমি?

(9) 9 কিলোলি 7 হেকালি 8 ডেকালি 6 লিটার তেল একটি বড় পাত্রে ঢালা হল। তাতে দেখা গেল এই পাত্রে ঢালতে 6 লিটার নষ্ট হয়েছে। অবশিষ্ট তেল 12টি রেশন দোকানে ভাগ করে দেওয়া হল তাহলে প্রত্যেক রেশন দোকানে কত করে তেল পেল?

(10) বাজার থেকে ফেরার পথে তোমার বাবা চাল 2 কিগ্রা, ডাল 1 কিগ্রা, তেল 1 কিগ্রা, চিনি 500 গ্রাম, হলুদ 150 গ্রাম কিনলেন তাহলে তিনি কত কিগ্রা জিনিস কিনলেন?

(11) বাজার থেকে পাওয়া ছোটো আকারের পানীয় জলের বোতল যেটি 1 লিটার হিসাবে ধরা হয় তার মাপ কত? (Ans : 24 সেমি বেড় ও 24 সেমি উচ্চতা)

(12) কোন্‌টি সঠিক?

(a) গ্যালন > লিটার (b) গ্যালন < লিটার (c) গ্যালন = লিটার

(13) বাড়িতে 48 লিটার খাবার জল আছে। ওই জল সমান মাপের খালি বোতলে ভরতি করা হল। যদি প্রতি বোতলে 1.2 লিটার জল ধরে তবে ওই জল কতগুলি খালি বোতলে ঢালতে পারবে?

(14) স্নেহার বাড়ি থেকে স্কুলের দূরত্ব 4.2 কিমি। স্কুলের দূরত্ব মিটারে কত হবে?

B. আয়তক্ষেত্র : পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল :

(15) একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থ 8 মিটার বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় 32 বর্গমিটার। তবে আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য কত?

(16) 28 মিটার দীর্ঘ এবং 16 মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি জমির সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গাকার জমির আলের দৈর্ঘ্য কত?

(17) একটি আয়তাকার বাগানের প্রস্থ দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ। বাগানটির ক্ষেত্রফল 675 বর্গমিটার হলে বাগানটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং পরিসীমা নির্ণয় করুন।

(18) 12 মিটার দৈর্ঘ্য ও 8 মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার মাঠের পরিসীমা বরাবর বাইরের চারিদিকে 3 মিটার চওড়া রাস্তা থাকলে, শুধুমাত্র রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

(19) 38 মিটার লম্বা ও 32 মিটার চওড়া একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ভেতরের চারিদিকে সমপরিসরে 5 মিটার চওড়া রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

(20) আয়তক্ষেত্রের একদিকের বাহু 20% বৃদ্ধি ও অপরদিকে 15% বৃদ্ধি পেলে ক্ষেত্রফল কত শতাংশ বৃদ্ধি পাবে?

(21) আয়তক্ষেত্রের একদিকের বাহু 10% বৃদ্ধি ও অপরদিকে 20% হ্রাস পেলে ক্ষেত্রফল কত শতাংশ বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?

C. বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা এবং ক্ষেত্রফল :

(22) একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 64 বর্গসেন্টিমিটার হলে, বর্গক্ষেত্রটির পরিসীমা কত?

(23) একটি বর্গক্ষেত্রের বাহু 16 সেমি হলে, বর্গক্ষেত্রটির কর্ণ ও ক্ষেত্রফল কত?

(24) 10 মিটার বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের মাঝখানে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর 2 মিটার চওড়া রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

(25) দুটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর অনুপাত 4:9 হলে, বর্গক্ষেত্র দুটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কী হবে?

(26) দুটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 25:9 হলে বর্গক্ষেত্র দুটি কর্ণের অনুপাত কত?

(27) বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 4 গুণ হলে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত গুণ হবে?

(28) একটি বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহু 10% বৃদ্ধি পেলে পরিসীমা কত % বৃদ্ধি পাবে?

(29) একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 10% হ্রাস পেলে, প্রতিটি বাহু কত % হ্রাস পাবে?

D. বৃত্তের পরিসীমা এবং ক্ষেত্রফল :

(30) একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 7 সেমি হলে, বৃত্তটির পরিধি ও ক্ষেত্রফল কত?

(31) একটি বৃত্তের পরিধি 88 সেমি হলে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?

(32) একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল 2464 বর্গসেমি হলে বৃত্তটির ব্যাস কত?

(33) একটি অর্ধবৃত্তের পরিসীমা 18 সেমি হলে, অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত হবে?

(34) একটি অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ 11 সেমি হলে, অর্ধবৃত্তের অভ্যন্তরস্থ বৃহত্তম ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত হবে?

(35) দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত 4:7 হলে বৃত্ত দুটির ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত হবে?

(36) দুটি বৃত্তের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 49:81 হলে বৃত্তদুটির পরিধির অনুপাত কত হবে?

(37) একটি বৃত্তের পরিধি 15% হ্রাস পেলে বৃত্তটির ক্ষেত্রফল কত শতাংশ হ্রাস পাবে?

(38) একটি বৃত্তের ব্যাস 15% বৃদ্ধি পেলে, বৃত্তের পরিধি কত শতাংশ বৃদ্ধি পাবে?

(39) একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল 44% বৃদ্ধি পেলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত শতাংশ বৃদ্ধি পাবে?

(40) 7 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একই বৃত্তের মধ্যে অঙ্কিত সবচেয়ে বড়ো মাপের বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে?

(41) দুটি বৃত্তাকার চাকার ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 10 সেমি এবং 6 সেমি। ছোটো চাকাটি 50 বার ঘুরে যে দূরত্ব অতিক্রম করে, সেই দূরত্ব অতিক্রম করতে বড়ো চাকাটি কতবার ঘুরবে?

E. সময় :

(42) 1 ঘণ্টা 35 মিনিট = কত মিনিট?

(43) 375 মিনিটের মধ্যে কত ঘণ্টা বর্তমান?

(44) 1 টা 50 মিনিট ও 2 টা 30 মিনিটের মধ্যে সময়ের ব্যবধান কত?

(45) হাওড়া থেকে বর্ধমান যেতে লোকাল ট্রেনে 2 ঘণ্টা 15 মিনিট লাগে কিন্তু এক্সপ্রেস ট্রেনে সময় লাগে 1 ঘণ্টা 25 মিনিট তাহলে এক্সপ্রেস ট্রেনের কত কম সময় লাগে?

(46) আমাদের কলেজে প্রথম ক্লাস শুরু হয় 10টা 40 মিনিটে। ক্লাস শেষ হয় 11টা 20 মিনিটে। ক্লাসটি কতক্ষণ চলে?

(47) 6 ঘণ্টা 40 মিনিট × 8 = কত ঘণ্টা কত মিনিট?

(48) 170 মাস = কত বছর কত মাস?

(49) মধু সোমবার রাতে 22.45 টায় শুতে গেল এবং মঙ্গলবার সকালে 6.30 টায় উঠল। সে কতক্ষণ ঘুমিয়েছিল?

(50) হাসপাতালে একটি নবজাতকের জন্ম হল 2 ফেব্রুয়ারি এবং আর একটি নবজাতকের জন্ম হল 2 মার্চ। তাহলে প্রথম শিশু থেকে দ্বিতীয় শিশু কত দিনের ছোটো হবে?

(51) 2014 সালের 1 জানুয়ারি বুধবার ছিল, 2016 সালের 1 জানুয়ারি কী বার হবে?

(52) জানুয়ারি থেকে জুন পর্যন্ত 6 মাসের মোট দিনসংখ্যা 182 হলে বছরটি কি লিপইয়ার হবে?

(53) 2013 সালের স্বাধীনতা দিবস বৃহস্পতিবার ছিল। 2017 সালের স্বাধীনতা দিবস কী বার হবে?

(54) 15 ডিসেম্বর তোমার জন্মদিন। 2013 সালে জন্মদিন ছিল রবিবার তাহলে 2016, 2017, 2018 সালে তোমার জন্মদিন, কোন্ কোন্ বার হবে?

(55) একটি ওষুধের শিশির গায়ে লেখা আছে। Mfg Date 03/12
তাহলে ওষুধটি কতদিন পর্যন্ত খাওয়া যাবে? Exp Date 03/14

(56) ঝিলমিলের বোনের বয়স 2 বছর 7 মাস 12 দিন। ঝিমলির বয়স তার বোনের বয়সের 5 গুণ। তাহলে ঝিলমির বয়স কত?

F. টাকা :

(57) 3 টাকা ও 5 টাকার মধ্যে কোনটির মুদ্রা হয় না?

(58) 100 টাকায় কতগুলি 5 টাকার মুদ্রা পাওয়া যায়?

(59) 809 টাকা 19 পয়সা = কত টাকা?

(60) কতকগুলি টাকা, 50 পয়সা ও 25 পয়সার মুদ্রার মিলিত মূল্য 93.75 টাকা। মুদ্রাগুলির সংখ্যার অনুপাত 3 : 4 : 5 হলে কোন্ প্রকারের মুদ্রা কয়টি?

(61) ক, খ, গ-কে 870 টাকা এরূপে এমনভাবে ভাগ করে দেওয়া হল যাতে ক-এর 0.5 অংশ = খ-এর 0.6 = গ-এর 0.75 হয়। তাহলে কে কত টাকা পেল?

(62) কোনো ব্যক্তির বেতন প্রতি বছর পূর্ব বেতনের থেকে 10% বৃদ্ধি পায়। বর্তমানে মাসিক বেতন 20,000 টাকা হলে, 2 বছর পরে মাসিক বেতন কত হবে?

(63) 1 টাকা, 50 পয়সা, 25 পয়সার মুদ্রার মিলিত মূল্য 25 টাকা। মুদ্রাগুলির অনুপাত 1 : 4 : 8 হলে কোন্ মুদ্রাটি ক-টি করে আছে?

4.4 তথ্য পরিচালনা (Data Handling)

তথ্য সংগ্রহ এবং উপস্থাপনের বিভিন্ন পদ্ধতি (Collection & Representation of data through Various Method): রাশিবিজ্ঞান একইসঙ্গে পরীক্ষামূলক ও প্রয়োগমূলক বিজ্ঞান। তথ্য হল পরীক্ষার ভিত্তি এবং সিদ্ধান্ত গ্রহণের সদর দরজা। তথ্যাবলি গুণগত (Qualitative) ও পরিমাণগত (Quantitative) উভয় ধরনেরই হতে পারে। অনেক সময় গুণগত তথ্যাবলিকে সাংখ্যমানে পরিবর্তন করা হয়। শিক্ষাবিজ্ঞানে ব্যক্তি সংক্রান্ত যেসব তথ্যাবলি পাওয়া যায় তাদের স্কোর বলে।

পরিমাপের ফল হিসাবে যে স্কোরগুলি পাওয়া যায় তাদের বলে চল (Variable), দুটি চলের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক (বোঝানোর জন্য) একটিকে বলা হয় চলক (Variate) এবং অপরটিকে বলে চল (Variable)।

যখন শিক্ষার্থীর স্কোর 65 বলা হয় তখন একটি নির্দিষ্ট স্কোর দ্বারা ওই বিশেষ বিষয়ের পারদর্শিতার পরিমাপ করা হচ্ছে। ওই জাতীয় চলকে বলে নির্দিষ্ট চল (Discrete variable) এবং যখন বলা হয় 6-10 বছর বয়সের মধ্যে 15 জন শিক্ষার্থী আছে তখন 6-10 বছরের মধ্যে যে-কোনো বয়স হতে পারে। এই জাতীয় চলকে প্রবাহমান চল (Continuous variable) বলে।

4.4.1 তথ্যের সংগ্রহ (Collect of Data) :

তথ্য সংগ্রহের তিনটি পর্যায় আছে—

(i) প্রস্তুত পর্ব : প্রথম পর্যায়ে হাতিয়ার (Tool) নির্বাচন করার সময় পরীক্ষার্থীদের বয়স প্রকৃতি অনুযায়ী অভীক্ষার ভাষা, প্রয়োজনীয় সময়, আয়োজন প্রভৃতি মাথায় রাখতে হবে।

(ii) তথ্য সংগ্রহের কাজ পরিচালনা করা : এই পর্যায়ের সাফল্য নির্ভর করে অনেকটাই পূর্ব প্রস্তুতির উপর। অভীক্ষা প্রয়োগের সময় সুস্থ নির্দেশ, উপযুক্ত শৃঙ্খলা রক্ষা করতে হয়। কী ধরনের হাতিয়ারের সাহায্যে তথ্য সংগ্রহ করতে হবে তার উপর নির্ভর করে কাজটি কতটা দক্ষতার সাথে পরিচালনা করা যাবে?

(iii) তৃতীয় পর্যায়ের কাজ হল তথ্যের বিন্যস্তকরণ : তথ্যের বিন্যাস— 10 জন শিক্ষার্থীর কোনো একটি বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর হল 50, 35, 82, 40, 54, 65, 67, 75, 60, 55। এইগুলিকে বলে কাঁচা (Raw score) তথ্য। এখানে শিক্ষার্থীর সংখ্যা কম বলে এখান থেকে সহজেই কার কত নম্বর, সর্বোচ্চ, সর্বনিম্ন নম্বর সব বলা যায়। কিন্তু যখন শিক্ষার্থীর সংখ্যা অনেক বেশি হয় তখন এইরকম কাঁচা তথ্যের বিশ্লেষণ বা তাৎপর্য নির্ণয় খুবই অসুবিধাজনক।

একটা টেবিলের মধ্যে স্কোরগুলি ক্রমানুসারে সাজিয়ে তাদের পরিসংখ্যার সঙ্গে যুক্ত করা হয় তাকে বলে পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা (Frequency Distribution Table)। এই তালিকা তৈরির সময় স্কোরগুলির শ্রেণিবিন্যাস দরকার হয়। শ্রেণিবিন্যাসের জন্য সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন স্কোর দুটির মধ্যে যে ব্যবধান থাকে তাকে প্রয়োজন অনুযায়ী ছোটো ছোটো ব্যবধানে ভাগ করা যায় । প্রত্যেক ছোটো ছোটো স্কোরের ব্যবধানে কতজন ছাত্র আছে সেই অনুযায়ী ট্যালি চিহ্ন দেওয়া হয়। এই ট্যালি চিহ্ন দেওয়ার সময় চারটি চিহ্ন পাশাপাশি দেওয়ার পর প্রত্যেক পঞ্চম চিহ্নকে আড়াআড়িভাবে দেওয়া হয়। ট্যালি চিহ্ন দেওয়া শেষ হলে চিহ্নগুলি গণনা করে সাংখ্যমান দ্বারা প্রকাশ করা হয় তাকে পরিসংখ্যান বলে। এই তালিকায় ছোটো ছোটো স্কোর ব্যবধানকে শ্রেণিবিভাগ (class interval) এবং স্কোর ব্যবধানের দৈর্ঘ্যকে শ্রেণিদৈর্ঘ্য (class length) বলে।

উদাহরণ :

1-10, 11-20, 21-30, ...91-100 প্রভৃতি শ্রেণি ধরে একটি পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করো :

67	72	65	92	35	19	89	33	57	68
38	57	72	25	53	30	12	5	78	34
39	32	42	10	47	85	56	78	42	18
28	44	81	59	54	24	7	62	67	60

শ্রেণি	ট্যালিমার্ক	পরিসংখ্যা
1-10	III	3
11-20	III	3
21-30	IIII	4
31-40	~~IIII~~ I	6
41-50	IIII	4
51-60	~~IIII~~ II	7
61-70	~~IIII~~	5
71-80	IIII	4
81-90	III	3
91-100	I	1

অনুশীলনী — নীচের স্কোরগুলি থেকে শ্রেণিবিস্তার 5 ধরে পরিসংখ্যা বণ্টন তালিকা তৈরি করো :

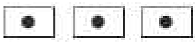
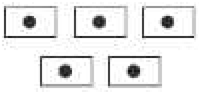
18	4	9	13	21	30	32	37
44	17	14	49	19	17	10	12
11	21	24	7	23	25	23	18
22	26	28	21	29	21	27	24
30	35	37	38	33	34	49	31

4.4.2 সাংকেতিক চিহ্ন লেখ (Pictogram) :

মূল বিষয়টিকে একটি তাৎপর্যপূর্ণ সাংকেতিক চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয় (Representation through Pictures)

Example 1: চিত্রটি 100টি Radio-কে প্রকাশ করে :

বিভিন্ন সালে রাজহাটে বিক্রিত Radio-র সংখ্যাকে Pictograph-এর সাহায্যে দেখানো হল-

2013 সালে রাজহাটে বিক্রিত রেডিয়োর সংখ্যা = 200টি	2014 সালে রাজহাটে বিক্রিত রেডিয়োর সংখ্যা = 300টি	2015 সালে রাজহাটে বিক্রিত রেডিয়োর সংখ্যা = 500টি
		

Example 2: নিম্নে প্রদত্ত বালক-এর চিত্রটির দ্বারা 1000 (এক হাজার) বালক ও বালিকার চিত্রটির দ্বারা 1000 (এক হাজার) বালিকাকে প্রকাশ করা হয়।

1000 (এক হাজার) বালক

1000 (এক হাজার) বালিকা

পোলবার বালক, বালিকার সংখ্যা (Pictograph)-এর সাহায্যে দেখানো হল। বালক-বালিকার সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে।

	বালকের সংখ্যা = 1000 × 3 = 3000
	বালিকার সংখ্যা = 1000 × 1 = 1000

মোট সংখ্যা 3000 + 1000 = 4000

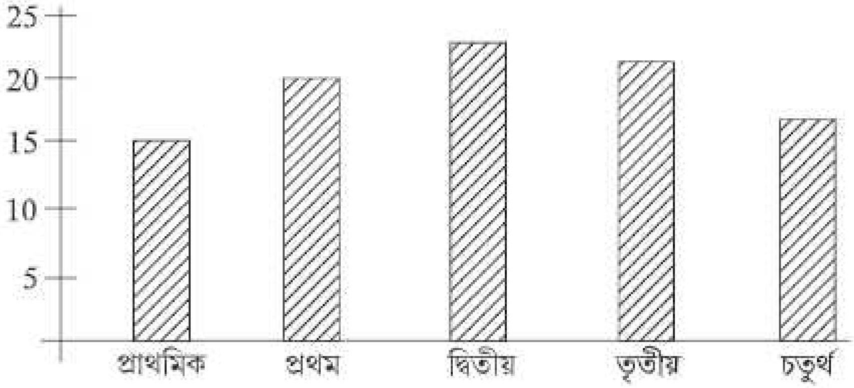
4.4.3 স্তম্ভলেখ (Bar Graph) :

স্তম্ভলেখ দুই রকমের হয়—বিচ্ছিন্ন স্তম্ভলেখ এবং অবিচ্ছিন্ন স্তম্ভলেখ।

বিচ্ছিন্ন স্তম্ভলেখর মাঝে সমান দূরত্ব থাকে এবং স্তম্ভগুলির প্রস্থ সমান হয়। স্তম্ভগুলি আয়তাকার এবং উচ্চতামান অনুসারে হয়।

উদাহরণ: একটি বিদ্যালয়ে বিভিন্ন শ্রেণিতে ছাত্রসংখ্যা দেওয়া হল—

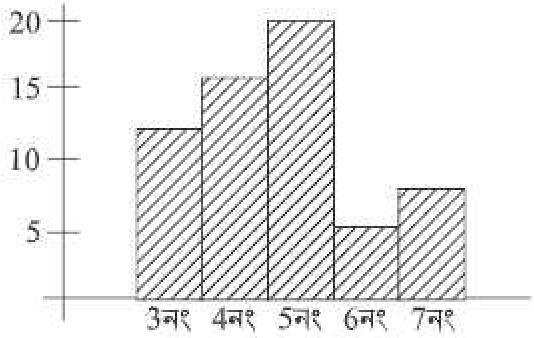
শ্রেণি—	প্রাথমিক	প্রথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুর্থ
ছাত্রসংখ্যা—	15	20	22	20	16



অবিচ্ছিন্ন স্তম্ভলেখ : এই প্রকার স্তম্ভলেখর ক্ষেত্রে দুটি স্তম্ভের মাঝে ফাঁক থাকে না।

কোনো বিদ্যালয়ে জুতার সাইজ ও ছাত্রসংখ্যা দেওয়া হল। স্তম্ভলেখর মাধ্যমে এটি উপস্থাপন করো।

জুতার সাইজ	3	4	5	6	7
শিক্ষার্থী সংখ্যা	12	15	20	5	8



এই স্তম্ভলেখকে আয়তাকার স্তম্ভ বা আয়তলেখ (Histogram) বলে।

4.4.4 অনুশীলনী :

(1) বৃত্তের উপর কোনো বিন্দু ও কেন্দ্রের মধ্যে কী সম্পর্ক? বৃত্তের ব্যাস ও ব্যাসার্ধ এঁকে নাম উল্লেখ করুন।

(2) নীচের কয়েকটি জিনিসের ওজন দেওয়া হল। খালিঘরগুলি পূরণ করুন।

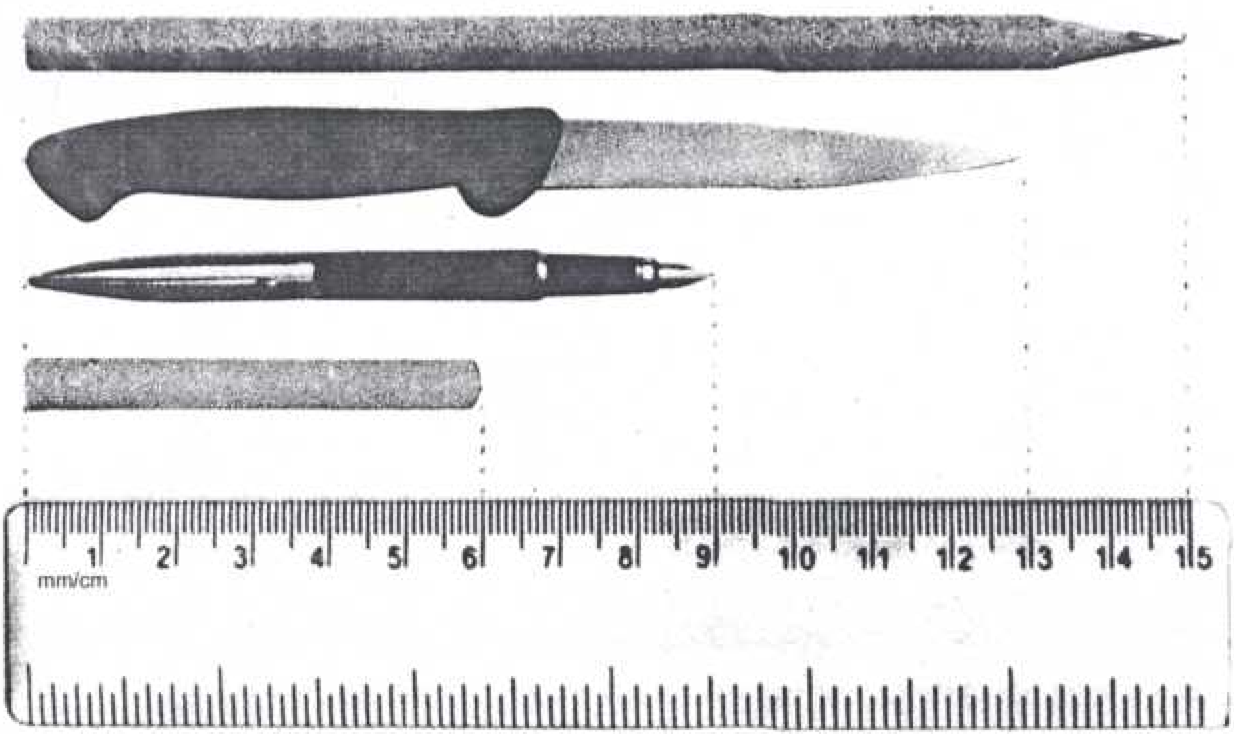
নবগণিত মুকুল (2য় শ্রেণি)-এর ওজন —	200 গ্রাম
কিশলয়-এর ওজন	180 গ্রাম
একটি খাতার ওজন	150 গ্রাম

(ক) কিশলয়ের চেয়ে নবগণিত মুকুলের ওজন _________ গ্রাম বেশি।

(খ) খাতার চেয়ে কিশলয় বইয়ের ওজন _________ গ্রাম বেশি।

(গ) একটি খাতার ওজন নবগণিত মুকুল থেকে _________ গ্রাম কম।

(3)



উপরের ছবিগুলি দেখো। জিনিসগুলির দৈর্ঘ্যের মাপ স্কেলে কত দেখাচ্ছে তা দেখে ফাঁকা ঘরে বসাও।

(ক) কলমের দৈর্ঘ্যের মাপ ☐ সেমি (গ) চকের দৈর্ঘ্যের মাপ ☐ সেমি

(খ) পেনসিলের দৈর্ঘ্যের মাপ ☐ সেমি (ঘ) ছুরির দৈর্ঘ্যের মাপ ☐ সেমি

(4)

1ম চিত্র　　2য় চিত্র　　3য় চিত্র

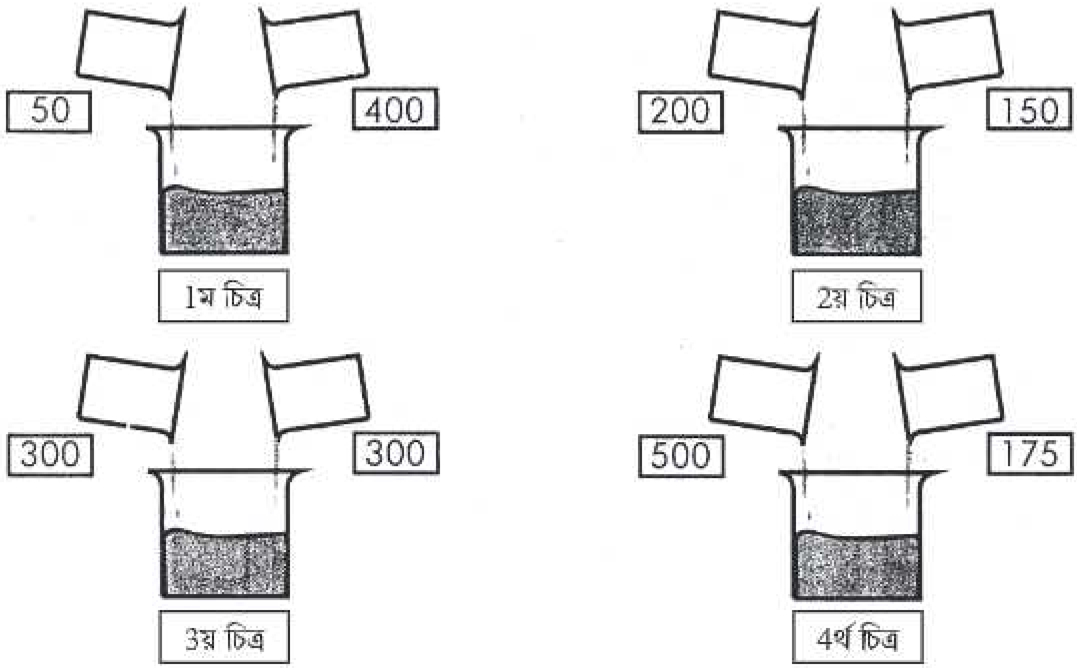
(i) প্রথম চিত্রে কুমড়ো পেঁপের থেকে ________ কিগ্রা বেশি।

(ii) দ্বিতীয় চিত্রে তরমুজ পেঁপের থেকে ________ কিগ্রা বেশি।

(iii) তৃতীয় চিত্রে দেখানো কুমড়ো তরমুজ থেকে ________ কিগ্রা বেশি।

(iv) কুমড়ো, পেঁপে, তরমুজ এদেরকে হালকা থেকে ভারীতে সাজাও।

(5)



(i) চিত্রে দেখানো প্রত্যেকটি চিত্রে একটি বড়ো পাত্রে কিছু পরিমাণ তরল ঢালা হল। বড়ো পাত্রে তরলের আয়তন পরিমাপ করে লিখুন।

(ii) সবচেয়ে বেশি তরল কোন্ পাত্রে ঢালা হয়েছে?

(6) একটি আয়তাকার পৃষ্ঠার দৈর্ঘ্য 24 সেমি এবং প্রস্থ 16 সেমি। পৃষ্ঠাটির দৈর্ঘ্য বরাবর বাঁদিকে এবং প্রস্থ বরাবর উপরের দিকে 2.5 সেমি চওড়া দুটি মার্জিন টেনে বাকি জায়গা লেখার জন্য রাখা হলে মার্জিনের জন্য কত জায়গা ও লেখার জন্য কত জায়গা রইল?

(7) গোলাকার পার্কের ব্যাস 35 মিটার। পার্কের চারদিকে লোহার রেলিং দিয়ে ঘিরতে কত মিটার রেলিং প্রয়োজন?

(9) পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করো (শ্রেণিপ্রসার 10 ধরে)

22	45	42	78	85
25	51	62	71	77
27	72	37	65	82
29	33	42	55	69

4.5 সারসংক্ষেপ (Summary)

কোনো নির্দিষ্ট মানের সাপেক্ষে অন্য কোনো পরিমাপের মান নির্ণয় করা হয়। প্রত্যেক পরিমাপের ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট একক আছে। নির্দিষ্ট সূত্রের সাহায্যে বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র, বৃত্ত প্রভৃতি জ্যামিতিক আকৃতির ক্ষেত্রফল, পরিসীমা নির্ণয় করা যায়।

তথ্য সংগ্রহ করে তা সুবিন্যস্ত করলে তাৎপর্য নির্ণয়ে সুবিধা হয়। এই তথ্যের ভিত্তিতে স্তম্ভলেখচিত্র, Pictogram অঙ্কন করা যায়। স্তম্ভলেখচিত্র, Pictogram থেকে তথ্যের তাৎপর্য জানা যায়।

4.6 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1. বহু নির্বাচনধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) 12 ইঞ্চি = ?

i) 1 গজ ii) 1 ফুট iii) 1 মিটার iv) কোনওটি নয়

(খ) 1 মাইল = ?

i) 1.61 কিমি: ii) 1 কিমি: iii) 10 গজ iv) 1 মিটার

(গ) লিপইয়ারে দিনের সংখ্যা হয় —

i) 365 ii) 367 iii) 365.6 iv) 366

(ঘ) কোনটির মুদ্রা হয় না?

i) 5 টাকা ii) 10 টাকা iii) 20 টাকা iv) 7 টাকা

(ঙ) পিক্টোগ্রাফ .... দ্বারা তথ্য প্রকাশ করা হয়

i) বার ii) গ্রাফ iii) চিত্র iv) সবকটি

(চ) বৃত্তের পরিধি —

i) πr^2 ii) $2\pi r$ iii) 2π iv) $2r$

2. অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলি :

(ক) মেট্রিক পদ্ধতি কী?

(খ) একটি বাঁশ 35 মিটার 86 সেমি লম্বা। ওই বাঁশের 9মি 65 সেমি লাল, 4মি 35সেমি হলুদ এবং 12 মি 72 সেমি সবুজ রং করা হয়েছে। অবশিষ্ট অংশ রং করা নেই। বাঁশটিতে কত দৈর্ঘ্যের রং করা নেই?

(গ) মাছের বাজারে চন্দন 877.50 টাকার মাছ কিনল। 1 কিগ্রা মাছের দাম 175.50 টাকা হলে, চন্দন কত কেজি মাছ কিনল?

(ঘ) একজন ভদ্রলোক একটি আয়তাকার মাঠের কর্ণ বরাবর 20 মিটার হাটলেন। যদি মাঠটির দৈর্ঘ্য 16 মিটার হয় তবে মাঠটির প্রস্থ কত?

(ঙ) একটা সময়ের উল্লেখ করুন যখন ঘণ্টার ও মিনিটের কাঁটা সমকোণে থাকে।

3. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) একটি 12cm. পেন্সিল আপনি কিভাবে মাপতে পারেন ছবিসহ বুঝিয়ে দিন। মিলিমিটারে এর দৈর্ঘ্য কত?

(খ) স্তম্ভলেখচিত্র অঙ্কন করো

জেলাভিত্তিক অঙ্কন করো

জেলা	বর্ধমান	হুগলি	বীরভূম	বাঁকুড়া	কলকাতা
শতকরা হার	69	72	55	59	79

(গ) ব্যাবহারিক কাজের উদাহরণ দিয়ে বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের নিয়ম ব্যাখ্যা করুন।

(ঘ) মেট্রিক পদ্ধতি কাকে বলে? উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

4. রচনাধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের নিয়মাবলি ব্যাখ্যা করুন।

(খ) একটি বিদ্যালয়ের প্রথম শ্রেণি থেকে পঞ্চম শ্রেণি পর্যন্ত 250 জন শিক্ষার্থীদের লাল, নীল, সবুজ বেগুনি ও হলুদ রং-এর মধ্যে সবচেয়ে পছন্দের রং 50 জনের লাল, 60 জনের নীল, 90 জনের সবুজ, 30 জনের বেগুনি এবং 20 জনের হলুদ। তথ্যগুলিকে পিক্টোগ্রামের মাধ্যমে প্রকাশ করুন।

অধ্যায় 5

প্রারম্ভিক রাশিবিজ্ঞান (Elementary Statistics)

5.1 সূচনা (Introduction)
5.2 উদ্দেশ্য (Objectives)
5.3 রাশিবিজ্ঞানের প্রাথমিক ধারণা (Basic Concept of Statistics)
5.4 তথ্যবিন্যাস (Tabulation of data)
5.5 লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্য পরিবেশন (Graphical Representation of data)
5.6 কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ এবং বিস্তৃতি (Measures of Central Tendency and Dispersion)
5.7 সারসংক্ষেপ (Summary)
5.8 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

5.1 সূচনা (Introduction)

'Statistics is the Science of organising, describing and analysing bodies of quantitative data'. রাশিবিজ্ঞান একই সঙ্গে পরীক্ষামূলক ও প্রয়োগমূলক বিজ্ঞান। ভিন্ন ভিন্ন সময়ে কোনো বিশেষ বস্তুকে পর্যবেক্ষণ দ্বারা রাশিতথ্য সংকলন করার ও তাদের অর্থবহ সিদ্ধান্তে রূপান্তরিত করার জন্য রাশিবিজ্ঞানের পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হয়।

5.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

(i) রাশিবিজ্ঞানের প্রাথমিক ধারণা উল্লেখ করতে পারবে
(ii) অবিন্যস্ত তথ্যকে বিন্যস্ত করতে পারবে
(iii) তথ্যকে লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারবে
(iv) কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ ও বিস্তৃতি পরিমাপ এবং তাদের নির্ণয় করার পদ্ধতি, বৈশিষ্ট্য ও প্রয়োগ করতে পারবে।

5.3 রাশিবিজ্ঞানের প্রাথমিক ধারণা (Basic Concept of Statistics)

ইংরেজি Statistics শব্দের অর্থ কতকগুলি সাংখ্যমান বা পরিসংখ্যানকে বোঝায়। বস্তুজগতের যে-কোনো তথ্য যথাযোগ্যভাবে পরিবেশন করার জন্য রাশিবিজ্ঞানের প্রয়োজনীয়তাকে আর অস্বীকার করা যায় না।

রাশিবিজ্ঞানে প্রবর্তিত কৌশলের সাহায্যে ছাত্রদের সমষ্টিগতভাবে কোনো একটি বিষয়ের মান নির্ণয় করা যায়। রাশিবিজ্ঞানের জ্ঞান শিক্ষাগত তথ্য বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করলে যে-কোনো সিদ্ধান্তের স্থায়িত্ব বৃদ্ধি পায় এবং যুক্তিভিত্তিক সিদ্ধান্ত নির্ভুল ও নির্ভরযোগ্য হয়।

কোনো একটি তথ্যশালা বা রাশিমালাকে সহজভাবে প্রকাশ করার জন্য কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ (Central tendency) এবং বিস্তৃতির পরিমাপ (Measure of disperson) ব্যবহার করা হয়।

শিক্ষার্থীদের সমষ্টিগতভাবে বিভিন্ন বিষয়ের অর্জিত জ্ঞানের মানের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করা ও দুই বা ততোধিক শিক্ষার্থীদের মধ্যে শিক্ষা বিষয়ক ব্যাপারে পার্থক্য নির্ণয় করা রাশিবিজ্ঞানের মাধ্যমে সহজেই করা যায়।

রাশিবিজ্ঞানের মূল ধারণাই হল তথ্য সংগ্রহ (Collection of data), বিন্যাস (Classification), বিশ্লেষণ (Analysis) এবং সিদ্ধান্ত গ্রহণ (Interpretation)

রাশিবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে একটি সাংখ্যমান দ্বারা ব্যক্তি সম্বন্ধে তথ্য পরিমাপ করা হয়। এই তথ্যকে (data) বা (Score) বলে।

অনেক সময় তথ্যকে বিশেষণ দ্বারা প্রকাশ করা হয় তবে সেটা ভিন্ন ভিন্ন ব্যক্তির নিকট ভিন্ন অর্থ বহন করে।

রাশিবিজ্ঞানে ব্যবহৃত হয় মোট জনসংখ্যা (Population) এবং নমুনা সেই সংখ্যার একটা অংশ (Sample)। এই (Sample)-কে মোট সংখ্যার প্রতিনিধি বলে ধরা হয়। এই Sample অংশের কোনো একটি বৈশিষ্ট্যকে রাশিবিজ্ঞানের মাধ্যমে লেখচিত্র, কেন্দ্রীয় প্রবণতা প্রভৃতি দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

5.3.1 তথ্য (Data) — কোনো বিষয়ের বা বৈশিষ্ট্যের সরাসরি যে সাংখ্যমান পাওয়া যায় তাকে তথ্য বলে।

তথ্য সরাসরি পাওয়া যায় তাকে অবিন্যস্ত (Unorganised বা Raw data) তথ্য বলে। তথ্যকে বিশ্লেষণ করে কোনো সিদ্ধান্তে উপনীত হতে গেলে বিন্যস্ত বা (tabular) ফর্মে লিখতে হয়।

5.3.2 চল (Variable) — গাণিতিক অর্থে পরিবর্তনীয় যে-কোনো মানই হল চল। কোনো পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর, উচ্চতা, বয়স, পরিবারের আয় সবই চল। দুটি চলের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক বোঝানোর জন্য একটিকে বলে চলক (Variate) এবং অপরাধটিকে বলে চল (Variable)।

5.3.3 প্রবহমান চল এবং নির্দিষ্টমান চল (Continuous Variable and Discrete Variable) — দুটি নির্দিষ্টমানের মধ্যে যে-কোনো মান হতে পারে তখন ওই জাতীয় চলকে প্রবহমান চল (Continuous Variable) বলে। এই জাতীয় চলের পরিমাপক স্কেলটিও অবিচ্ছিন্ন। যেমন শিক্ষার্থীর উচ্চতা দুটি নির্দিষ্ট মানের মধ্যে হতে পারে। যেমন — 140 - 150 cm যখন কোনো চল নির্দিষ্ট মান না নিয়ে কতকখানি বিচ্ছিন্ন মান গ্রহণ করে তাকে (Discrete Variable) বলে।

5.3.4 প্রসার (Range) — চলের সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন দুটি মানের পার্থক্যকে প্রসার বলে।

5.3.5 পরিসংখ্যা (Frequency) — কোনো একটি সেটের মধ্যে কোনো বিশেষ স্কোর কতবার আসে তাকে পরিসংখ্যা (Frequency) বলে। 5, 7, 3, 8, 7, 5 , 5 , 3, 5, 8, 7

এখানে 5 সংখ্যাটি 4 বার এসেছে তাই 5-এর (Frequency) হল 4।

5.4 তথ্যবিন্যাস (Tabulation of data)

যখন কোনো রিপোর্ট কার্ড বা ক্রিকেটের স্কোরবোর্ড তৈরি করা হয় তখন তথ্য সংগ্রহ এবং শ্রেণিবব্ধ করা হয়।

(I) ভারতীয় ক্রিকেট দলের একদিনের ম্যাচের স্কোর

15, 13, 125, 56, 43, 28, 17, 44, 9, 13, 10

(II) একজন ছাত্রের প্রথম টার্মের পরীক্ষায় বিভিন্ন বিষয়ের নম্বর হল

ইংরেজি - 85	বিজ্ঞান - 95
সমাজবিদ্যা - 90	বাংলা - 81
গণিত - 92	পরিবেশ - 75

এখানে যে সাংখ্যমান বা স্কোরগুলি পাওয়া যায় সেগুলি সবই অবিন্যস্ত (unorganised)। তাই এই স্কোরগুলিকে বলে কাঁচা তথ্য (Raw data)। এই তথ্যগুলি কোনো নির্দিষ্ট ক্রম অনুসরণ করে আসেনি।

5.4.1 তথ্যের সজ্জা — গণিতে 30 জন শিক্ষার্থীর নম্বরকে যেমন পাওয়া যায় সেইভাবে লেখা হল।

81, 55, 36, 99, 100, 57, 40, 100, 99, 60, 99, 60, 99, 60, 81, 92, 57, 94, 76, 60, 51, 99, 48, 37, 34, 60, 36, 100, 97, 60.

এইগুলিকে বলে কাঁচা তথ্য কারণ এগুলি অবিন্যস্ত আছে। এখন এগুলিকে মানের ক্রমানুসারে সাজানো যায় - 34, 36, 36, 37, 40, 48, 51, 55, 57, 57, 60, 60, 60, 60, 60, 60, 76, 81, 81, 92, 94, 97, 99, 99, 99, 99, 99, 100, 100, 100

এখন এখান থেকে খুব সহজেই কিছু তথ্য জানা যাবে। সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান হল 100 এবং 34।

আমরা এখান থেকে কতজন 100 পেয়েছে, কতজন 90-100 এর মধ্যে পেয়েছে প্রভৃতি সহজেই জানতে পারি।

5.4.2 প্রসার (Range) — সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মানের পার্থক্যকে প্রসার বলে। এখানে প্রসার (R = 100 – 34 = 66) অবিন্যস্ত স্কোরের তালিকা থেকে বিভিন্ন প্রশ্নের উত্তর পাওয়া খুবই মুশকিল। প্রাপ্ত স্কোরগুলিকে যদি তালিকার মধ্যে একটি নির্দিষ্ট ক্রমে সাজানো হয় তবে সেগুলি বিশ্লেষণ করতে সুবিধা হয়। তাই যে-কোনো তাৎপর্য নির্ণয় করার পূর্বে স্কোরগুলিকে মানের ক্রমে বিন্যাস করা হয় এবং পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে এক-একটি স্কোরের পাশে তার পুনরাবৃত্তি সংখ্যা লেখা হয়। এই সংখ্যাকে বলে পরিসংখ্যা (Frequency) এবং f দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। যে তালিকার মধ্যে স্কোরগুলি ক্রমানুসারে সাজিয়ে তাদের পরিসংখ্যার সঙ্গে যুক্ত করা হয় তাকে বলে পরিসংখ্যা বিভাজন (Frequency distribution)

যে 30 জন শিক্ষার্থীর নম্বর দেওয়া হয়েছিল তাদেরকে পরিসংখ্যা বণ্টন টেবিলের মাধ্যমে উপস্থাপন করা যেতে পারে। এই টেবিল তৈরি করার সময় প্রত্যেকটি স্কোরের জন্য দ্বিতীয় স্তম্ভে একটি করে চিহ্ন দেওয়া হয়। এই চিহ্নকে ট্যালি চিহ্ন বলে। এই ট্যালি চিহ্ন দেওয়ার সময় পাঁচটি করে দলবদ্ধ করার রীতি আছে। চারটি চিহ্ন পাশাপাশি দেওয়ার পর প্রত্যেক পঞ্চম চিহ্নকে আড়াআড়িভাবে দেওয়া হয়। 𝍸 ট্যালিচিহ্ন দেওয়া শেষ হলে তৃতীয় স্তম্ভে ওই চিহ্নগুলি গণনা করে তাদের সংখ্যা বসাতে হবে। এই সংখ্যাগুলিই হবে একটি স্কোরের পুনরাবৃত্তির সংখ্যা বা পরিসংখ্যা (Frequency)। যেখানে ট্যালিচিহ্ন থাকবে না সেই সারির পরিসংখ্যান হবে শূন্য (0)।

স্কোর	ট্যালিচিহ্ন	পরিসংখ্যা
34	|	1
36	||	2
37	|	1
40	|	1
48	|	1
51	|	1
55	|	1
57	||	2
60	𝍸 |	6
76	|	1
81	||	2
92	|	1

94	|	1
97	|	1
99	~~||||~~	5
100	|||	3

অনুশীলনী — নিম্নলিখিত তথ্য থেকে পরিসংখ্যা বিভাজন টেবিল তৈরি করো

6	2	1	3	4	6	1	5	2	3
4	4	2	3	4	3	6	2	5	1
3	6	1	2	3	2	6	1	5	5
2	2	3	1	4	5	6	1	3	2
5	1	3	4	2	2	6	1	2	4

যখন প্রাপ্ত স্কোরের সংখ্যা অনেক বেশি থাকে তখন স্কোরগুলিকে একক স্কোরভিত্তিক বিন্যাস করে কাজের সুবিধা হয় না, স্কোরগুলিকে সংক্ষিপ্ত আকারে এবং তাৎপর্যপূর্ণভাবে পরিবেশন করার জন্য একটি তথ্যবিন্যাস পদ্ধতি গ্রহণ করা হয়। প্রাপ্ত স্কোরগুলিকে কয়েকটি ছোটো শ্রেণি বা দলে (Group) ভাগ করা হয়।

এইভাবে স্কোরগুলির কয়েকটিকে নিয়ে যে একটি দল গঠন করা হয় তাদের বলা হয় শ্রেণিবিভাগ (Class interval)। প্রতিটি বিভাগে যে কয়টি স্কোরকে ধরা হয় তার সংখ্যাকে বলে শ্রেণিপ্রসার (Length of class interval)।

শ্রেণিবিন্যাস করার সময় খেয়াল রাখতে হবে যেন

(i) প্রত্যেকটি শ্রেণি স্বতন্ত্র হয়, কোনো স্কোরই একের বেশি শ্রেণিতে না থাকে

(ii) শ্রেণিবিস্তার (Class length) সমান হয়

(iii) যখন সম্পূর্ণ স্কোর প্রসারের অন্তর্গত স্কোরগুলি সমান ভাগে ভাগ করা যায় না সেক্ষেত্রে কিছু অতিরিক্ত স্কোর অন্তর্ভুক্ত করতে হয়।

(iv) মোট শ্রেণি সংখ্যা খুব বেশি বা কম না হয়।

প্রাপ্ত স্কোরগুলিকে প্রথমে শ্রেণিবন্ধ করা হয়, শ্রেণিবন্ধ স্কোরগুলি থেকে পরিসংখ্যা বিভাজন করার সময় টালি চিহ্ন দিয়ে গণনা করে পরিসংখ্যাগুলি লেখা হয়।

নীচে 40 জন ছাত্রের স্কোর দেওয়া হল

55	22	40	50	02	52	18	27	43	49
42	35	38	31	54	20	21	17	52	41
22	18	55	57	53	23	45	32	05	44
24	14	08	30	21	51	30	54	24	35

এখন 1-10, 11-20, 21-30 ... প্রভৃতি শ্রেণিতে বিন্যস্ত করে পরিসংখ্যা বিভাজন টেবিল বানানো যায়

শ্রেণি	ট্যালিচিহ্ন	পরিসংখ্যা
1-10	𝍷𝍷𝍷	3
11-20	𝍸	5
21-30	𝍸 𝍸	10
31-40	𝍸 𝍷	6
41-50	𝍸 𝍷𝍷	7
51-60	𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	9

মোট পরিসংখ্যা = 40, সর্বোচ্চ স্কোর = 57

সর্বনিম্ন স্কোর = 02

প্রসার = 57–02 + 1 = 56

এখানে শ্রেণিগুলি বিচ্ছিন্ন শ্রেণি (Discrete)। অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি করতে হলে শ্রেণির নিম্নসীমা থেকে 0.5 বিয়োগ এবং ঊর্ধ্ব সীমায় সঙ্গে 0.5 যোগ করতে হবে।

অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি 0.5-10.5, 10.5-20.5, 20.5-30.5........

অনুশীলনী — 1 : 0-10, 10-20, ... শ্রেণি ধরে একটি পরিসংখ্যা টেবিল তৈরি করো ঃ

15	20	8	9	10	16	17	20	24	30
14	47	38	36	40	27	25	28	30	19
7	11	21	31	41	37	47	23	20	17

অনুশীলনী — 2 : 1-10, 11-20, 21-30, ... 91-100 প্রভৃতি শ্রেণি ধরে একটি পরিসংখ্যা টেবিল তৈরি করো ঃ

67	72	65	92	35	19	89	33	57	68
38	57	72	25	53	30	12	5	78	34
39	32	42	10	47	85	56	78	42	18
28	44	81	59	54	24	7	62	67	60

অনুশীলনী — 3 : শ্রেণিদৈর্ঘ্য (Class length) 8 ধরে একটি পরিসংখ্যা টেবিল তৈরি করো ঃ

70	63	32	69	67	70	46	60	69	62
57	56	58	48	60	73	37	57	59	61
46	69	67	60	61	54	70	70	51	58
59	53	65	57	60	55	60	30	47	50

5.5 লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্য পরিবেশন (Graphical Representation of data)

লিখিত তথ্য অপেক্ষা লেখচিত্রের মাধ্যমে পরিবেশিত তথ্য মনে অনেক দীর্ঘ সময়ের জন্য ছবি হিসাবে ধরা থাকে। দ্রুত বোঝা এবং আগ্রহ সৃষ্টির জন্য লেখচিত্র বা চিত্রের মাধ্যমে তথ্য পরিবেশনের কোনো বিকল্প নেই। তবে অবশ্যই সেটা যথাযথ নাম এবং লেবেলিং থাকবে যাতে কী সম্বন্ধীয় লেখচিত্র সহজেই বোঝা যায়।

লেখচিত্র বিভিন্ন শ্রেণিতে ভাগ করা হয়।

(i) স্তম্ভলেখ (Bar graph)

(ii) আয়তলেখ (Histogram)

(iii) রৈখিকলেখ (Line graph)

(v) পরিসংখ্যা বহুভুজ (Frequency Polygon)

(iv) বৃত্তীয় লেখ (Pie graph) ইত্যাদি।

5.5.1 স্তম্ভ লেখ (Bar Graph) :

বিভিন্ন রাশির মানের তুলনা করার জন্য সমদূরত্বে সমান প্রস্থের অনুভূমিক বা উল্লম্ব স্তম্ভ আঁকা হয়। স্তম্ভ আঁকার সময় বিষয়ের বৈশিষ্ট্য বা নাম X অক্ষ এবং তার মান Y অক্ষ বরাবর হবে। সমস্ত স্তম্ভগুলি যেন সমদূরত্বে এবং সমান প্রস্থের হয়। স্তম্ভগুলির উচ্চতা দ্বারা রাশিগুলির মানের তুলনা করা হয়।

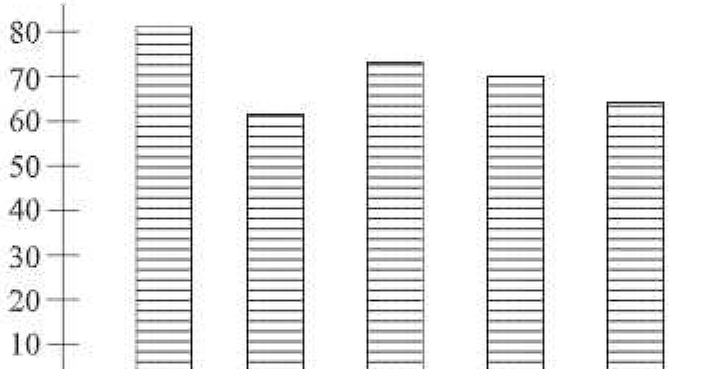
উদাহরণ

একটি পরীক্ষায় একজন ছাত্রের বিভিন্ন নম্বরের বিবরণ দেওয়া হল। স্তম্ভচিত্রের দ্বারা এগুলি উপস্থাপন কর।

ইংরেজি	বাংলা	গণিত	বিজ্ঞান	সমাজবিদ্যা
80	60	80	75	70

উত্তর

একটা ছক কাগজে X অক্ষ এবং Y অক্ষ অঙ্কন করে এদের ছেদ বিন্দুকে উৎস বিন্দু (Origin) ধরা হয়। X অক্ষ বরাবর বিষয়গুলির নাম সমদূরত্বে চিহ্নিত করা হয় স্তম্ভ লেখচিত্র অঙ্কন করার জন্য। বিষয়গুলির প্রাপ্ত নম্বরকে X অক্ষ বরাবর আলাদা আলাদাভাবে চিহ্নিত করা হল।



পাঁচটি স্তম্ভের মাধ্যমে সমদূরত্বে বিভিন্ন উচ্চতা দ্বারা প্রাপ্ত নম্বরগুলিকে উপস্থাপন করা হল।

অনুশীলনী 1 :

একটি শ্রেণিতে শিক্ষার্থীদের মধ্যে সমীক্ষা করে কার কোন খেলা প্রিয় তা নীচে টেবিলে দেওয়া হল। এই তথ্যটিকে স্তম্ভ লেখচিত্র দ্বারা উপস্থাপন করো

খেলা	শিক্ষার্থীর সংখ্যা
ফুটবল	8
ভলিবল	11
ক্রিকেট	5
বাস্কেটবল	4
টেনিস	7

অনুশীলনী 2 :

একটি কলেজে সোমবার থেকে শনিবার পর্যন্ত ছাত্রসংখ্যার উপস্থিতি দেওয়া হল। স্তম্ভলেখচিত্র দ্বারা এটি প্রকাশ করো।

দিন—	সোমবার	মঙ্গলবার	বুধবার	বৃহস্পতিবার	শুক্রবার	শনিবার
ছাত্রসংখ্যা—	60	50	35	20	15	10

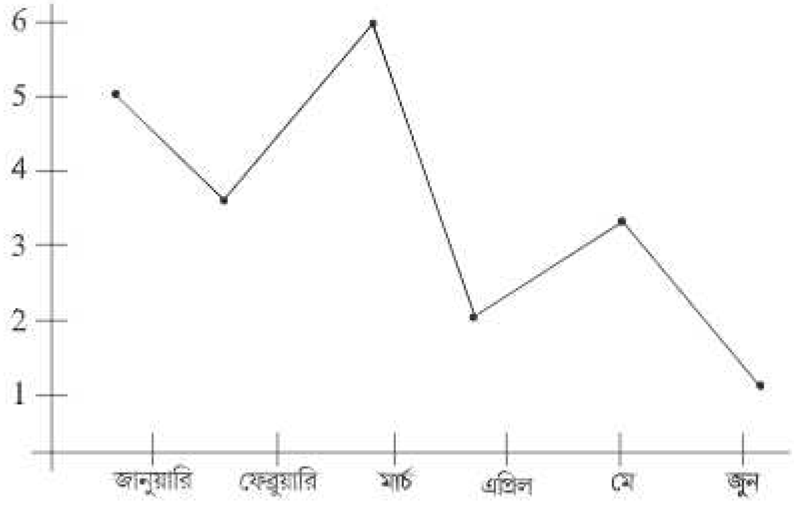
5.5.2 রৈখিক লেখ (Line graph) :

রেখা লেখচিত্রের ক্ষেত্রে X অক্ষ বরাবর নাম বা বৈশিষ্ট্য এবং মান Y অক্ষ বরাবর বিন্দু আকারে প্লট করা হয়। তারপর বিন্দুগুলিকে যোগ করে রেখা লেখচিত্র পাওয়া যায়।

উদাহরণঃ

জীবন জানুয়ারি থেকে জুন পর্যন্ত কতগুলি বই সে পড়েছে তার একটা রেকর্ড রাখল। এখন এই রেকর্ডকে রেখা লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হবে।

মাস	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে	জুন
পুস্তক সংখ্যা	5	4	6	2	3	1



X অক্ষ বরাবর জানুয়ারি থেকে জুন মাস পর্যন্ত এবং Y অক্ষ বরাবর 1 থেকে 6 পর্যন্ত দাগ করা হল। এখন জানুয়ারি মাসের জন্য 5, ফেব্রুয়ারি মাসের জন্য 4 ...... প্রভৃতি বিন্দু প্লট করা হল। এখন বিন্দুগুলি যুক্ত করে রেখা লেখচিত্র অঙ্কন করা হল।

এই লেখচিত্র থেকে বোঝা যায় মার্চ মাসে সব থেকে বেশি বই পড়া হয়েছে এবং জুন মাসে কম বই পড়া হয়েছে।

অনুশীলনী 1 :

নীচের টেবিলে A থেকে E পর্যন্ত পদের জন্য আবেদনপত্র জমা পড়েছে। এই তথ্য থেকে একটি রেখা লেখচিত্র অঙ্কন করো

পদ—	A	B	C	D	E
আবেদনপত্র—	17	19	22	23	26

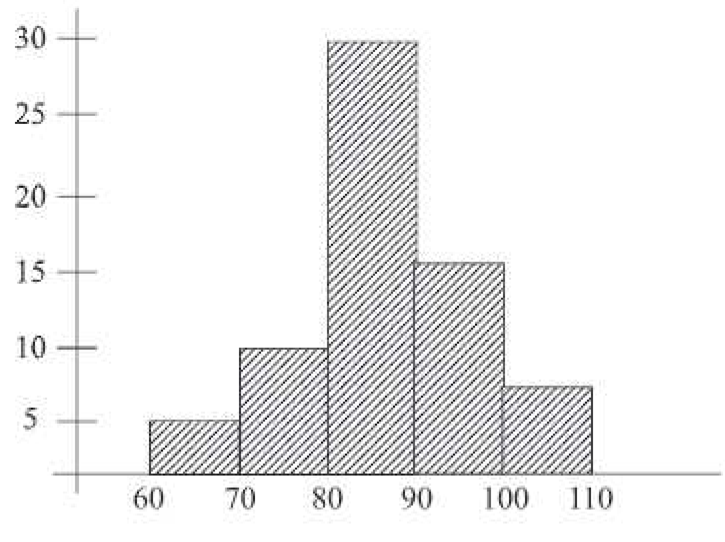
5.5.3 আয়তলেখ (Histogram) :

যখন দলগত পরিসংখ্যা বিভাজন আয়তলেখ অঙ্কন তখনই করা যায় (Grouped Frequency distribution) দেওয়া হয়। আয়তক্ষেত্র লেখচিত্র হল কতকগুলি আয়তক্ষেত্রের সমাহার যাদের ভূমি X অক্ষের উপর সমদূরত্বে থেকে এবং দৈর্ঘ্য শ্রেণির পরিসংখ্যা অনুযায়ী Y অক্ষ বরাবর হয়। X অক্ষের মূলবিন্দু থেকে কিছুটা অংশ বাদ দিয়ে সমদূরত্বে শ্রেণি সীমাগুলি বসানো হল।

X অক্ষ বরাবর শ্রেণি সীমানাসমূহের মধ্যে কোনো ফাঁক থাকে না। প্রতিটি শ্রেণি সীমানার নিম্নসীমার উপর উক্ত শ্রেণির পরিসংখ্যা Y অক্ষ বরাবর প্লট করতে হয় এবং সেই বিন্দুটিকে উর্ধ্বসীমা ধরে Y অক্ষ রেখা বরাবর ওই শ্রেণি সীমানার উপর একটি আয়তক্ষেত্র আঁকতে হয়। প্রতিটি আয়তক্ষেত্রের বিস্তার শ্রেণি-ব্যবধানের দৈর্ঘ্যের সমান। সব শ্রেণি সীমানার দৈর্ঘ্য একই হলে আয়তক্ষেত্রের প্রসার একই হবে কিন্তু উচ্চতা বিভিন্ন হবে। আয়তক্ষেত্রগুলির মধ্যে কিন্তু কোনো ফাঁক (Gap) থাকবে না।

উদাহরণ—

নম্বর—	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	5	10	30	15	5

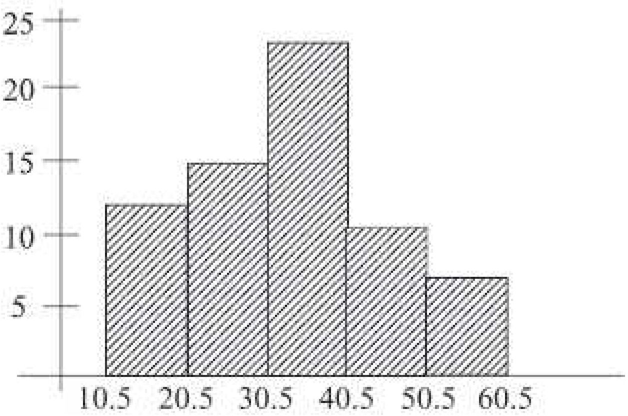


উদাহরণ

শ্রেণিবিভাগ—	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60
পরিসংখ্যা—	12	15	23	10	7

আয়তলেখচিত্র অঙ্কন করো।

শ্রেণি	শ্রেণি	পরিসংখ্যা
11-20	10.5-20.5	12
21-30	20.5-30.5	15
31-40	30.5-40.5	23
41-50	40.5-50.5	10
51-60	50.5-60.5	7



5.5.4 পরিসংখ্যা বহুভুজ (Frequency Polygon) :

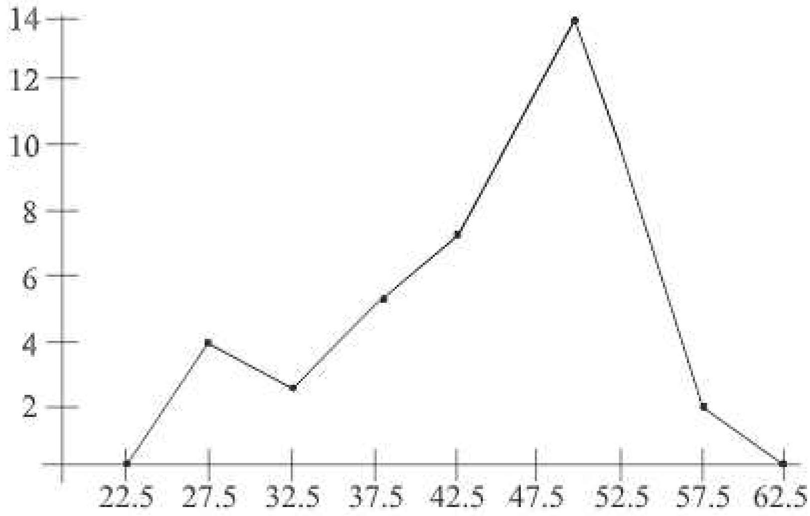
পরিসংখ্যা বহুভুজ হল তিন বা তিনের বেশি বাহুযুক্ত বন্ধ ক্ষেত্র। এই পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করার জন্য শ্রেণিগুলির মধ্যবিন্দু বার করতে হবে এবং X অক্ষের উপর সমদূরত্বে শ্রেণির মধ্যবিন্দুগুলি স্থাপন করতে হবে। মধ্যবিন্দুগুলি বসানোর সময় X অক্ষের দুদিকে এমন অতিরিক্ত দৈর্ঘ্য ছেড়ে রাখতে হবে যাতে লেখচত্রটিকে উভয়দিকে অন্ততপক্ষে এক শ্রেণি একক দৈর্ঘ্যের (One class limit) মধ্যে বাড়িয়ে যুক্ত করা যায়। এখন Y অক্ষে উপযুক্ত একক নির্ণয় করে পরিসংখ্যার মান বসাতে হবে। যে বিন্দুগুলি পাওয়া গেল পর্যায়ক্রমে সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করতে হবে। বহুভুজটি সম্পূর্ণ করার জন্য দুটি অতিরিক্ত শ্রেণির মধ্যবিন্দু একটি শুরুতে এবং অপরটি শেষে যার পরিসংখ্যা শূন্য স্থাপন করতে হবে এবং যুক্ত করতে হবে।

উদাহরণ

নীচের টেবিল থেকে একটি পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো।

আয়—	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	50-60
কর্মীসংখ্যা—	4	3	5	7	14	10	2

শ্রেণি	মধ্যবিন্দু	পরিসংখ্যা
25-30	27.5	4
30-35	32.5	3
35-40	37.5	5
40-45	42.5	7
45-50	47.5	14
50-55	52.5	10
55-60	57.5	2



অনুশীলনী 1 :

নীচের টেবিল থেকে একটি পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো ঃ

শ্রেণি—	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
পরিসংখ্যা—	3	9	7	4	6	13

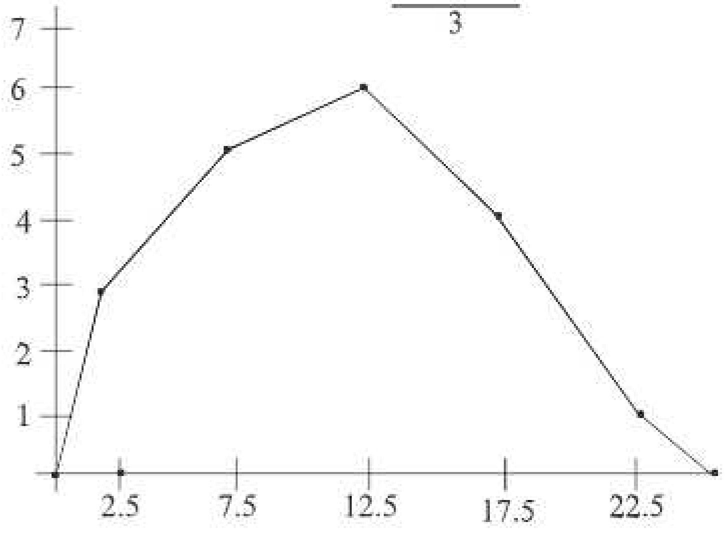
❑ **মসৃণ পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন :**

পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের পর দেখা যায় লেখচত্রটি মধ্যবর্তী পর্যায়ে কখনো উর্ধ্বমুখী আবার কখনো নিম্নমুখী। মোটামুটি রেখাচিত্রটি প্রথমত X অক্ষ থেকে উর্ধ্বমুখী হওয়া এবং সর্বোচ্চ পর্যায় থেকে পরে পরে X অক্ষের দিকে নিম্নমুখী হওয়া উচিত। কিন্তু সর্বদা এই আদর্শ আকৃতি পাওয়া যায় না। এছাড়া প্রাপ্ত বণ্টনে কোনো মধ্যবর্তী শ্রেণির পরিসংখ্যা 0 হলে বহুভুজটি বিচ্ছিন্ন হয়ে যায়। এই অবস্থা দূর করার জন্য মসৃণ পরিসংখ্যা বহুভুজ (Smoothed Frequency Polygon) আঁকা হয়। প্রাপ্ত পরিসংখ্যার পরিবর্তে মসৃণীকৃত পরিসংখ্যা (সেই শ্রেণির ও তার উপরের ও নীচের শ্রেণির দুটি পরিসংখ্যার গড়কে বোঝায়) লেখচিত্রে স্থাপন করা হয়।

উদাহরণ :

শ্রেণি—	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
পরিসংখ্যা—	3	5	7	4	1

শ্রেণি	মধ্যবিন্দু	পরিসংখ্যা	মসৃণীকৃত পরিসংখ্যা	
0-5	2.5	3	$\frac{0+3+5}{3}$	$= 2.67$
5-10	7.5	5	$\frac{3+5+7}{3}$	$= 5$
10-15	12.5	7	$\frac{5+7+4}{3}$	$= 5.3$
15-20	17.5	4	$\frac{7+4+1}{3}$	$= 4$
20-25	22.5	1	$\frac{4+1+0}{3}$	$= 1.66$

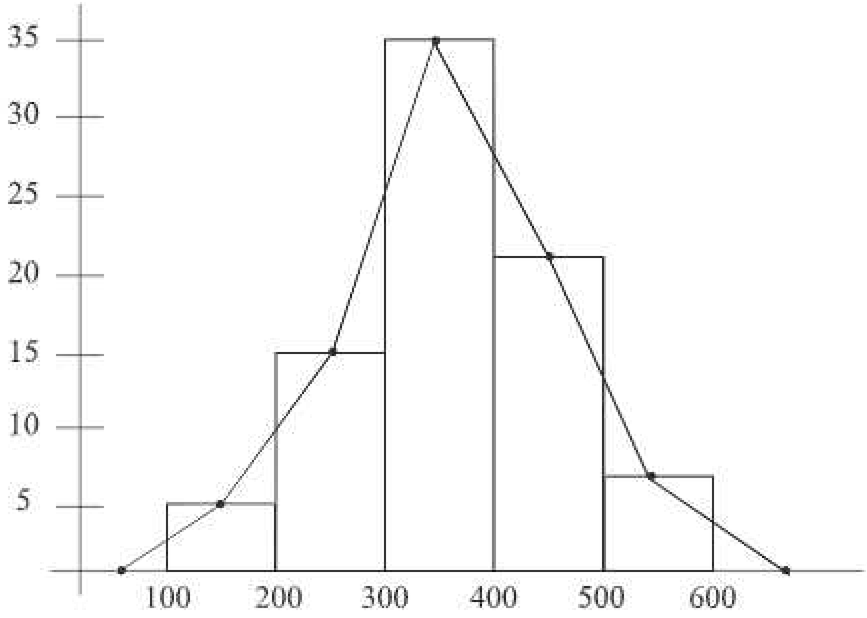


❑ হিস্টোগ্রাম ও পরিসংখ্যা বহুভুজ :

এই উভয় ধরনের লেখচিত্রের দ্বারা সামগ্রিকভাবে প্রাপ্ত তথ্যের পরিমাণ বোঝানো হয়। আয়তলেখ (Histogram)-এর মাধ্যমে প্রত্যেকটি শ্রেণির তথ্য পৃথকভাবে প্রকাশ করা হয় কিন্তু পরিসংখ্যা বহুভুজে শ্রেণির মধ্যবিন্দুগুলির সংযোজক সরলরেখা তথ্যশ্রেণির প্রকৃত বিস্তৃতিকে সবসময় অন্তর্ভুক্ত করে না। তাই একই তথ্যের জন্য আয়তলেখ ও পরিসংখ্যা বহুভুজ উভয় ধরনের লেখচিত্রের মাধ্যমে তুলনামূলক বিচার করা যায়।

প্রথমে আয়তলেখ অঙ্কন করার পর প্রত্যেক আয়তক্ষেত্রের উপরের বাহুর মধ্যবিন্দুগুলি চিহ্নিত করা করা হয় এবং রেখা দ্বারা যুক্ত করা হয়। শুধুমাত্র বহুভুজটি সম্পূর্ণ করার জন্য দুটি অতিরিক্ত শ্রেণির মধ্যবিন্দু একটি শুরুতে এবং অপরটি শেষে যার পরিসংখ্যা শূন্য নিয়ে যুক্ত করা হয়।

শ্রেণি—	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600
পরিসংখ্যা—	5	15	36	19	5
মধ্যবিন্দু—	150	250	350	450	550



অনুশীলনী 1 :

নীচের তথ্যটিকে আয়তলেখ ও পরিসংখ্যা বহুভুজ উভয়ের মাধ্যমে প্রকাশ করো:

নম্বর—	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-79
ছাত্রছাত্রী সংখ্যা	2	3	5	20	7	3

5.5.5 বৃত্তীয় লেখ (Pie Graph) : যখন কোনো প্রাপ্ত তথ্যের চলগুলিকে একটি বৃত্তীয় ক্ষেত্রের অংশ হিসাবে চিত্র মাধ্যমে প্রকাশ করা হয় তখন তাকে বৃত্তীয় লেখচিত্র বলে। বৃত্তীয় লেখচিত্রে সম্পূর্ণ বৃত্তীয় ক্ষেত্রটির দ্বারা সমগ্র তথ্যের পরিমাপ বোঝানো হয় এবং সেই ক্ষেত্রের বিভিন্ন অংশের দ্বারা বিচ্ছিন্ন তথ্যাংশকে বোঝানো হয়। সাধারণত একটি বৃত্তের কেন্দ্রীয় কোণটিকে আনুপাতিক হারে ভাগ করে বৃত্তের ক্ষেত্রফলকে প্রয়োজনীয় অংশে ভাগ করা হয়।

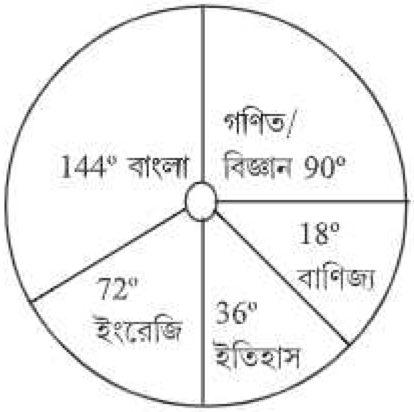
উদাহরণ :

একটি কলেজে শিক্ষকের সংখ্যা নীচের তালিকায় দেওয়া হল, বৃত্তীয় লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করো।

বিষয়—	বাংলা	ইংরেজি	গণিত/বিজ্ঞান	ইতিহাস	বাণিজ্য
শিক্ষকের সংখ্যা—	8	4	5	2	1

মোট শিক্ষক সংখ্যা 20-কে 100% অর্থাৎ 360° ধরে প্রত্যেকটি বিষয়ের জন্য কোণ নির্ণয় করতে হয়।

বিষয়	সংখ্যা	কেন্দ্রীয় কোণ
বাংলা—	8	$\frac{8}{20} \times 360 = 144^\circ$
ইংরেজি—	4	$\frac{4}{20} \times 360 = 72^\circ$
গণিত/বিজ্ঞান—	5	$\frac{5}{20} \times 360 = 90^\circ$
ইতিহাস—	2	$\frac{2}{20} \times 360 = 36^\circ$
বাণিজ্য—	1	$\frac{1}{20} \times 360 = 18^\circ$



5.6 কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ (Measures of Central Tendency)

তথ্যসংগ্রহ করার পর পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকায় সুবিন্যস্ত করলেও তথ্যের বিশ্লেষণ ও সিদ্ধান্ত গ্রহণ নির্ভরযোগ্য ও নির্ভুল হয় না। পরিসংখ্যা বিভাজনের অন্তর্গত কতকগুলি শ্রেণি এবং তাদের নিজস্ব কতকগুলি পরিসংখ্যার পরিবর্তে এমন এক একটি নির্দিষ্ট মান থাকে যার দ্বারা তুলনামূলক বিচার ও সামগ্রিক অগ্রগতি প্রকাশ করা যায়।

এরকম একক সংখ্যামানের মাধ্যমে একগুচ্ছ সাংখ্যমানের প্রকৃত অবস্থা বোঝানো হয়। এই জাতীয় প্রতিনিধি স্থানীয় সাংখ্যমানকে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ (Measures of Central Tendency) বলে।

এই জাতীয় কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাণ শিক্ষাগত মূল্যায়নের কাজকে সরল করে, তুলনামূলক বিচার করতে সাহায্য করে, প্রাপ্ত তথ্যের ব্যাপক তাৎপর্য নির্ণয়ে সহায়তা করে।

সাধারণত তিন ধরনের কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ করা হয়, যেগুলি হল গড় (Mean), মধ্যমমান (Median), সংখ্যা গুরুমান (Mode)।

5.6.1 গড়মান (Mean) :

রাশিমালার রাশিগুলির পাটিগণিতিক গড়কেই গড়মান বলে। এই গড়মানকে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসাবে ধরা হয়।

একটি মানের পরিবর্তন হলে গড়মানের পরিবর্তন ঘটে। প্রত্যেকটি রাশির সঙ্গে কোনো মান যোগ, বিয়োগ বা গুণ করলে গড়মান প্রভাবিত হয়।

উপযোগিতা — (i) গড়মানের একটি নির্দিষ্ট মান পাওয়া যায়।

(ii) সমস্ত মানের উপর ভিত্তি করে নির্ণয় করা হয়।

(iii) সরলতম মান এবং সহজে তুলনীয়।

❑ অবিন্যস্ত রাশিমালার গড়মান :

রাশিমালার অন্তর্গত রাশিগুলির সমষ্টি নির্ণয় করে রাশিসংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে গড়মান বের করা যায়।

উদাহরণ : গড় মান নির্ণয় করো:

10, 12, 15, 16, 20, 50, 30, 7

$$\text{গড়মান} = \frac{10+12+15+16+20+50+30+7}{8}$$

$$= \frac{160}{8} = \mathbf{20}$$

অনুশীলনী : গড়মান (Mean) নির্ণয় করো:

(i) **3.3, 4.1, 2.3, 6.7, 8.4, 5.8**

(ii) 12, 15, x, 23, 19, 13, 20-এর গড়মান 17 হলে x-এর মান নির্ণয় করো।

❑ বিন্যস্ত রাশিমালার গড় নির্ণয় :

যখন রাশিগুলি শ্রেণিবদ্ধভাবে থাকে তখন দীর্ঘ পদ্ধতি এবং সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি দুইরকম পদ্ধতিতে গড়মান নির্ণয় করা হয়।

(ক) দীর্ঘ পদ্ধতি (Mean of Grouped data by long method):

এই পদ্ধতিতে প্রত্যেক শ্রেণির মধ্যমানকে প্রকৃত রাশি হিসাবে অনুমান করে রাশিমালার অন্তর্গত রাশিগুলির সমষ্টি নির্ণয় করা হয়। গড় নির্ণয় করার জন্য যেহেতু রাশিমালায় যতগুলি রাশি আছে (N) ততগুলি রাশির সমষ্টি প্রয়োজন, যেহেতু শ্রেণির মধ্যবিন্দুকে পরিসংখ্যার (f) দ্বারা গুণ করে সমষ্টি নির্ণয় করা হয়। পরে এই সমষ্টিকে (N) দ্বারা ভাগ করে গড়মান নির্ণয় করা যায়

শ্রেণি	মধ্যমান (x)	পরিসংখ্যা (f)	(fx)
0-10	5	17	85
10-20	15	30	450
20-30	25	28	700
30-40	35	70	2450
40-50	45	5	225
		N = 150	3910

$$\text{গড়মান হল} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{3910}{150} = 26.06$$

(খ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (**Short cut method**) :

এই পদ্ধতিতে যে-কোনো একটি শ্রেণির মধ্যমানকে কল্পিত গড় (A) ধরা হয়। এবার এই কল্পিত গড় মধ্যমান থেকে বিয়োগ করে চ্যুতি নির্ণয় করা হয়। তারপর সেটাকে শ্রেণি প্রসার ($i \rightarrow$ Class length) দ্বারা ভাগ করে প্রকৃত চ্যুতি (d) নির্ণয় করা হয়।

গড়মান (Mean) $= A + \frac{\sum fx}{N} \times i$

শ্রেণি	মধ্যমান (x)	পরিসংখ্যা (f)	x′	d	fd
0-10	5	17	-20	-2	-34
10-20	15	30	-10	-1	-30
20-30	25	28	0	0	0
30-40	35	70	10	1	70
40-50	45	5	20	2	10
		150			

এখানে কল্পিত গড় ধরা হল 25

গড়মান $= A + \frac{\sum fd}{N} \times i$

$= 25 + \frac{16}{150} \times 10$

$= 25 + 1.06$

$= 26.06$

গড়মান নির্ণয় করো

(i) ওজন —	64	63	62	61	60	59
ছাত্রসংখ্যা—	8	18	12	9	7	6

(ii) নম্বর—	60-62	63-65	66-68	69-71	72-74
ছাত্রসংখ্যা—	5	18	42	27	18

5.6.2 মধ্যমমান বা মধ্যক (Median) :

কতকগুলি রাশির মধ্যমমান বা মধ্যক এমন একটি বিন্দু যার উপরে এবং নীচে সমান সংখ্যক রাশি বর্তমান। পরীক্ষার নম্বরের ক্ষেত্রে মধ্যক এমন একটি স্কোর যার উভয় দিকে সমান সংখ্যক শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত স্কোর থাকে।

মধ্যক কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসাবে ব্যবহৃত হয়। মধ্যক রাশিমালার প্রকৃত মান দ্বারা কখনোই প্রভাবিত হয় না। এটি পরিমাপক স্কেলের একটি বিন্দু মাত্র যে বিন্দুর উপর ও নীচে কয়টি স্কোর আছে বলা যায়, প্রকৃত মান কী বলা সম্ভব নয়। অসমাপ্ত বণ্টনের (Open ended distribution)-এর মধ্যক নির্ণয় করা যায় কিন্তু গড় নির্ণয় করা যায় না।

উপযোগিতা — (i) মানের নিশ্চয়তা আছে।

(ii) গুণগত মানের ক্ষেত্রেও মধ্যক বার করা যায়

(iii) লেখচিত্রের মাধ্যমেও মধ্যক নির্ণয় করা যায়

(iv) সরলমানের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়।

অবিন্যস্ত রাশিমালার মধ্যক — (Median of Ungrouped data) :

অবিন্যস্ত রাশিমালার ক্ষেত্রে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজিয়ে মধ্যম সংখ্যাটি অর্থাৎ যার দুদিকে সমান সংখ্যক রাশি আছে বার করা যায়। এটা সম্ভব বিজোড় সংখ্যক রাশিমালার ক্ষেত্রে কিন্তু যখন জোড় সংখ্যক রাশিমালা দেওয়া হয় তখন মাঝের দুটি রাশির গড়কে মধ্যক বলে।

12, 3, 9, 7, 0, 17, 13, 20, 10

এই রাশিগুলি মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজালে হয় 0, 3, 7, 9, 10, 12, 13, 17, 20

এখানে পঞ্চম সংখ্যাটি 10 হলো মধ্যক কারণ 10-এর বামদিকে ও ডানদিকে সমান সংখ্যক চারটি করে রাশি আছে।

0, 7, 10, 16, 5, 9, 14, 12 এই রাশিমালাকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজালে হয় 0, 5, 7, 9, 10, 12, 14, 16 এখানে জোড় সংখ্যক ৪টি রাশি আছে তাই চতুর্থ ও পঞ্চম রাশি 9 এবং 10-এর গড় হল মধ্যক $\frac{9+10}{2} = 9.5$

বিচ্ছিন্ন শ্রেণির মধ্যক নির্ণয় (Median of Discrete Series)

উদাহরণ—

নম্বর —	17	20	22	15	30	25
ছাত্রসংখ্যা —	5	9	4	3	10	6

এখন নম্বরগুলিকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজানো হয়। তারপর পরিসংখ্যানগুলি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যান তৈরি করা হয়। মোট পরিসংখ্যান $\Sigma f = N$

যদি N বিজোড় হয় মধ্যক $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ তম পদ

যদি N জোড় হয় মধ্যক $= \frac{1}{2}\left(\frac{N}{2}\text{তম} + (\frac{N}{2}+1)\right)$ তম পদ

নম্বর	ছাত্রসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা cf
15	3	3
17	5	8
20	9	17
22	4	21
25	6	27
30	10	37

এখানে যেহেতু N বিজোড় সংখ্যা 37

তাই মধ্যক $= \left(\frac{37+1}{2}\right)$ তম পদ

= 19 তম পদ

= 22

অনুশীলনী 1 :

মধ্যক নির্ণয় করো :

বয়স —	3	6	10	12	7	15
শিশুর সংখ্যা —	3	4	2	8	13	10

বিন্যস্ত রাশিমালার মধ্যক যখন শ্রেণি এবং পরিসংখ্যা দেওয়া থাকে তার পরিসংখ্যা থেকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করা হয়। তারপর ওই টেবিল থেকে নিম্নলিখিত সূত্র প্রয়োগ করে মধ্যক নির্ণয় করা হয়।

মধ্যক (Median) $= L + \dfrac{\frac{N}{2} - f_b}{f_m} \times i$

$L \rightarrow$ মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা

$i \rightarrow$ শ্রেণি প্রসার

$f_b \rightarrow$ মধ্যক শ্রেণির আগের শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

$f_m \rightarrow$ মধ্যক শ্রেণির পরিসংখ্যা

$N \rightarrow$ মোট পরিসংখ্যা

বয়স	লোকসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (cf)
35 - 40	30	30
40 - 45	20	50
45 - 50	15	65
50 - 55	13	78
55 - 60	27	105

এখন প্রশ্ন হল মধ্যক শ্রেণি কীভাবে বার করা হবে? মোট পরিসংখ্যা = 105 (বিজোড় সংখ্যা) মধ্যক হবে $\left(\frac{105+1}{2}\right)$ তম = 53 তম পদ। এখানে 50 তম শ্রেণি 40 - 45 এবং 65 তম শ্রেণি 45 - 50 তাই 53 তমশ্রেণি 45 - 50-কে ধরা হয়।

মধ্যক (Median) $= 45 + \dfrac{\frac{105}{2} - 50}{15} \times 5 = 45.83$

অনুশীলনী 2 :

মধ্যক নির্ণয় করো :

স্কোর —	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64
পরিসংখ্যা —	4	7	10	3	1

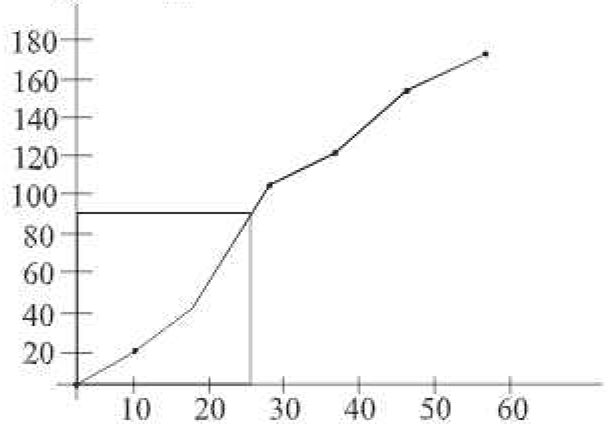
গ্রাফ থেকে মধ্যক নির্ণয় :

প্রত্যেক শ্রেণির উর্ধ্বসীমাকে x অক্ষ বরাবর এবং তাদের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে y অক্ষ বরাবর স্থাপন করলে যে বিন্দুগুলি পাওয়া যায় সেগুলিকে যুক্ত করলে যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তাকে ogive বলে। এই ogive থেকে $\frac{N}{2}$ তম অংশ থেকে বক্ররেখার উপর লম্ব অঙ্কন করে যেখানে ছেদ করে সেই ছেদবিন্দু থেকে x অক্ষের উপর লম্ব অঙ্কন করলে মধ্যক পাওয়া যায়

উদাহরণ

মাহিনা/ (হাজার) —	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
কর্মচারী সংখ্যা —	20	35	50	30	20	11

শ্রেণি	পরিসংখ্যা	cf
0 -10	20	20
10 - 20	35	55
20 -30	50	105
30 - 40	30	135
40 - 50	20	155
50 - 60	11	166



$\frac{N}{2} = \frac{166}{2}$ তম $= 83$ তম পদ

y অক্ষের 83 থেকে ogive -এর উপর লম্ব অঙ্কন করে সেই ছেদবিন্দু থেকে x অক্ষের উপর লম্ব অঙ্কন করলে এটি 25-এ ছেদ করে। মধ্যক = 25

অনুশীলনী 1 :

মধ্যক নির্ণয় করো (লেখচিত্র দ্বারা):

শ্রেণি —	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49	50 - 54	55- 59
পরিসংখ্যা —	2	4	17	14	8	5

5.6.3 সংখ্যাগুরু মান (Mode) :

যেখানে বহু তথ্য নিয়ে কাজ করতে হয় সেখানে ভূমিষ্ঠককে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসাবে গ্রহণ করে প্রকল্প গঠন করা হয়। ভূমিষ্ঠকের ক্ষেত্রে বণ্টনের অন্যান্য রাশিগুলির মান যাই থাকুক না কেন, যে মানটির পুনরাবৃত্তি সংখ্যা বেশি তাকেই গ্রহণ করা হয়। তবে গাণিতিক যুক্তি নির্ভর তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এর কোনো অস্তিত্ব নেই।

তাই রাশিমালার রাশিগুলিকে মানের ক্রম অনুসারে সাজিয়ে যে রাশিটির পুনরাবৃত্তি বেশি তাকে ভূমিষ্ঠক হিসাবে নির্বাচন করা হয়।

উদাহরণ : সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো

0, 1, 2, 3, 4, 5, 2, 3, 2, 4, 2

0, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5

এখানে 2 সবচেয়ে বেশিবার পুনরাবৃত্ত হয়েছে তাই ভূমিষ্ঠক 2

উদাহরণ : সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো :

হাজার সাইজ —	35	36	37	39	40	41	43
বিক্রয় সংখ্যা —	10	20	30	50	20	12	10

এখানে 39 সাইজটি 50টি বিক্রয় হয়েছে তাই ভূমিষ্ঠক 39।

বিন্যস্ত রাশিমালার সংখ্যাগুরু মান

প্রথমে ভূমিষ্ঠক শ্রেণি নির্ণয় করতে হবে।

$$\text{ভূমিষ্ঠক} = L + \frac{f_1 - f_o}{2f_1 - f_o - f_2} \times i$$

L → সংখ্যাগুরু মান শ্রেণির নিম্নসীমা

f_1 → সংখ্যাগুরু মান শ্রেণির পরিসংখ্যা

f_o → সংখ্যাগুরু মান শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির পরিসংখ্যা

f_2 → সংখ্যাগুরু মান শ্রেণির পরের শ্রেণির পরিসংখ্যা

শ্রেণি	পরিসংখ্যা
20 - 25	5
25 - 30	7
30 - 35	8
35 - 40	18
40 - 45	25
45 - 50	12
50 - 55	7
55 - 60	5

$$\text{ভূমিষ্ঠক} = 40 + \frac{25 - 18}{2\times25 - 18 - 12} \times 5$$

$$= 40 + \frac{7}{20} \times 5$$

$$= 41.75$$

অনুশীলনী

শ্রেণি —	140 - 150	150 - 160	160 - 170	170 - 180	180 - 190	190 - 200
পরিসংখ্যা —	40	60	100	180	40	30

তাছাড়াও ভূমিষ্ঠক = 3 × মধ্যক – 2 × গড়মান এই ফর্মুলার মাধ্যমে নির্ণয় করা যায় যদি মধ্যক এবং গড়মান জানা থাকে।

5.6.4 বিস্তৃতি (Dispersion) :

এক ভদ্রলোক তাঁর পরিবারের লোকজনকে নিয়ে একটি নদী পার হবার উদ্যোগ নিলেন। তিনি জানতে পারলেন যে নদীর গড় গভীরতা 1.5 মিটার। একথা জেনে তিনি ভাবলেন যে পরিবারের সকলেরই উচ্চতা 1.5 মিটারের থেকে বেশি তবে সহজেই নদীটি অতিক্রম করা যাবে। কিন্তু দুর্ভাগ্যক্রমে সাঁতার না জানায় নদী অতিক্রম করার সময় সকলেই ডুবে গেল। এর কারণ কী? যদিও গড় গভীরতা 1.5 মিটার কিন্তু নদীর এপাড় থেকে ওপাড় পর্যন্ত সর্বত্র গভীরতা 1.5 মিটার নয় কোথাও অনেক কম বা কোথাও অনেক বেশি।

এই গড়মান কেন্দ্রীয় মানকে প্রকাশ করে কিন্তু কতটা পর্যন্ত এই মান বিস্তৃত (অর্থাৎ কোনো মান থেকে কোনো মান পর্যন্ত অবস্থান করছে) তা পরিমাপ করে না। এই কারণে তথ্যাবলির প্রকৃত তাৎপর্য ব্যক্ত করার জন্য কেন্দ্রীয় মানের সঙ্গে সঙ্গে বিস্তৃতির ধারণা দেওয়া বাঞ্ছনীয়।

সাধারণত 4 ধরনের বিস্তৃতির পরিমাপ করা হয়।

(i) প্রসার (Range), (ii) চতুর্থক (Quartile deviation), (iii) গড় চ্যুতি (Mean deviation about mean, median), (iv) সম্যক চ্যুতি (Standard deviation)

(i) প্রসার (Range) : রাশিমালার সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের ব্যবধানকে প্রসার বলে।

5, 10, 15, 17, 29

এর প্রসার হল 29 – 5 = 24

20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 49
1	3	7	3	1

এখানে রাশিমালার সর্বোচ্চ মান 49.5, সর্বনিম্ন মান 19.5

$\therefore$ প্রসার = 49.5 – 19.5 = 30

(ii) চতুর্থক (Quartile) :

বিস্তৃতির পরিমাপ হিসাবে চতুর্থাংশ চ্যুতি (Q.D.) রাশিমালার বণ্টনের অন্তর্গত মধ্যবর্তী 50% স্কোরের উপর নির্ভর করে গণনা করা হয়। বণ্টনের দুই প্রান্তের 25% স্কোরের সম্বন্ধে এই বিস্তৃতির পরিমাপ কোনো ধারণা দেয় না।

(Quartile Deviation) চতুর্থাংশ চ্যুতি = $\dfrac{Q_3 - Q_1}{2}$

$$Q_1 = L + \frac{\frac{N}{4} - f_b}{f_m} \times i$$

$L \rightarrow$ Q_1 শ্রেণির নিম্নসীমা

$N \rightarrow$ মোট পরিসংখ্যা

$f_b \rightarrow$ Q_1 শ্রেণির আগের শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা cf

$f_m \rightarrow$ Q_1 শ্রেণির পরিসংখ্যা

$i \rightarrow$ শ্রেণি প্রসার

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3N}{4} - f_b}{f_m} \times i$$

L = Q_3 শ্রেণির নিম্নসীমা

N = মোট পরিসংখ্যা

f_b = Q_3 শ্রেণির আগের শ্রেণির cf

f_m = Q_3 শ্রেণির পরিসংখ্যা

শ্রেণিপ্রদত্ত	শ্রেণি	পরিসংখ্যা	cf
15-19	14.5-19.5	4	4
20-24	19.5-24.5	20	24
25-29	24.5-29.5	38	62
30-34	29.5-34.5	24	86
35-39	34.5-39.5	10	96
40-44	39.5-44.5	4	100

Q_1 শ্রেণি হল $\frac{100}{4} = 25 \therefore$ 25 তম শ্রেণি 24.5 - 29.5

$$Q_1 = 24.5 + \frac{\frac{100}{4} - 24}{38} \times 5$$

$$= 24.5 + \frac{5}{38}$$

$$= 24.51$$

Q_3 শ্রেণি $\frac{3 \times 100}{4} = 75$ (শ্রেণি 29.5 – 34.5)

$$Q_3 = 29.5 + \frac{\frac{3 \times 100}{4} - 62}{24} \times 5$$

$$Q_3 = 29.5 + \frac{65}{24}$$

$$= 29.5 + 2.7 = 32.2$$

$$\therefore \text{চতুর্থাংশ চ্যুতি} = \frac{32.2 - 24.51}{2} = \frac{7.69}{2} = 3.85$$

অনুশীলনী :

চতুর্থাংশ চ্যুতি নির্ণয় করো

নম্বর	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
ছাত্রসংখ্যা	3	9	12	20	8	7	6	5

(iii) গড় বিচ্যুতি (Mean Deviation) :

কোনো একটি রাশিমালার প্রত্যেকটি স্কোর থেকে ওই রাশিমালাকে গড় মান বিয়োগ করলে যে মান পাওয়া যায় তা হল ওই নির্দিষ্ট স্কোরের চ্যুতি। ওই চ্যুতিগুলির গড় হল গড় চ্যুতি (Average/Mean deviation)।

গড় চ্যুতিকে যখন বিষমতার সূচক (Index of Variability) হিসাবে ব্যবহার করা হয়, তখন গড় নির্ণয়ের জন্য চ্যুতিগুলির চরম মানের সমষ্টি নির্ণয় করা হয়। ওই সমষ্টিকে রাশিসংখ্যা দ্বারা ভাগ করা হয়।

উদাহরণ : নিম্নলিখিত বণ্টনটির গড় চ্যুতি নির্ণয় করো : (Mean deviation)

শ্রেণি	মধ্যবিন্দু(x)	পরিসংখ্যা(f)	fx	d	fd
10-15	12.5	4	50	13.8	55.2
15-20	17.5	6	105	8.8	52.8
20-25	22.5	14	315	3.8	53.2
25-30	27.5	10	275	1.2	12
30-35	32.5	8	260	6.2	49.6
35-40	37.5	6	225	11.2	67.2
40-45	42.5	2	85	16.2	32.4
		50	1315		322.4

গড়মান (Mean) $= \frac{1315}{50}$

$= 26.3$

গড়চ্যুতি $= \frac{\sum fd}{\sum f}$

$= \frac{322.4}{50}$

$= 6.45$

গড়চ্যুতি (Mean Deviation from Median)

শ্রেণি	মধ্যবিন্দু(x)	পরিসংখ্যা(f)	cf	d	fd
10-15	12.5	4	4	13	52
15-20	17.5	6	10	8	48
20-25	22.5	14	24	3	42
25-30	27.5	10	34	2	20
30-35	32.5	8	42	7	56
35-40	37.5	6	48	12	72
40-45	42.5	2	50	17	34

$$\text{মধ্যক} = L + \frac{\frac{N}{2} - f_b}{f_m} \times i$$

$$= 25 + \frac{25 - 24}{10} \times 5$$

$$= 25.5$$

গড় চ্যুতি $= \frac{324}{50} = 6.48$

অনুশীলনী গড় চ্যুতি নির্ণয় করো (Mean এবং Median থেকে)

শ্রেণি	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
পরিসংখ্যা	2	8	6	12	7	6	4	3	7

(iv) সম্যক বিচ্যুতি (Standard Deviation) : গড় চ্যুতিতে চ্যুতিগুলির চরম মানগুলিকে ধরা হয়। চ্যুতিগুলির বর্গ করে সমষ্টি নির্ণয় করে মোট স্কোরের সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে পরিমাপটা পাওয়া যায় তাকে বিষমতা (Variance) বলে। এই বিষমতার বর্গমূলকে সম্যক চ্যুতি বলে।

সম্যক চ্যুতি $= \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$, $d = x - m$ বা গড় রাশির চ্যুতি

অবিন্যস্ত রাশিমালার সম্যক বিচ্যুতি

সম্যক বিচ্যুতি নিম্নলিখিত সূত্রটি দ্বারাও নির্ণয় করা যায়

$$\text{সম্যক বিচ্যুতি} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \left(\frac{\sum x^2}{N}\right)^2}$$

$N \rightarrow$ মোট স্কোরের সংখ্যা, $\sum x^2 \rightarrow$ স্কোরগুলির বর্গের সমষ্টি, $\sum x \rightarrow$ স্কোরগুলির সমষ্টি

উদাহরণ : সম্যক বিচ্যুতি নির্ণয় করো

2, 3, 4, 7, 11

x	x^2
2	4
3	9
4	16
7	49
11	121

সম্যক বিচ্যুতি

$$= \sqrt{\frac{199}{5} - \left(\frac{27}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{39.8 - 29.16}$$

$$= \sqrt{10.64}$$

$$= 3.3$$

অনুশীলনী : সম্যক বিচ্যুতি নির্ণয় করো

12, 14, 17, 10, 5

- **শ্রেণিবন্ধ পরিসংখ্যার সম্যকচ্যুতি নির্ণয়** (Standard deviation of grouped data) :

সম্যক বিচ্যুতি রাশিমালার প্রত্যেকটি স্কোরের গড় থেকে বিচ্যুতির উপর নির্ভরশীল, সেইজন্য কোনো একটা বা দুটো স্কোরের বিচ্যুতি অন্য স্কোরের তুলনায় অনেক বেশি হলে সম্যক বিচ্যুতির মান অনেক বেশি হবে।

রাশিমালার প্রত্যেক রাশির সঙ্গে সঙ্গে একই সংখ্যা যোগ বা বিয়োগ করলে মান অপরিবর্তিত থাকে তবে একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করলে বা ভাগ করলে সম্যক বিচ্যুতির মান সেই হারে পরিবর্তিত হবে।

পদ্ধতি — যে-কোনো শ্রেণির মধ্যবিন্দুকে কল্পিত গড় হিসাবে ধরে প্রত্যেকটি শ্রেণির চ্যুতি (d) নির্ণয় করতে হবে। প্রত্যেক শ্রেণির পরিসংখ্যা দিয়ে গুণ করে fd নির্ণয় করতে হবে এবং fd-কে d দ্বারা গুণ করে fd^2 নির্ণয় করতে হবে।

$$\text{সম্যক চ্যুতি} = i \times \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$$

উদাহরণ

শ্রেণি-	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
পরিসংখ্যা-	6	11	16	9	5	3

শ্রেণি	প্রকৃতশ্রেণি	শ্রেণির মধ্যবিন্দু	পরিসংখ্যা(f)	$d = \frac{x - A}{i}$	fd	fd^2
20-24	19.5-24.5	22	6	–2	–12	24
25-29	24.5-29.5	27	11	–1	–11	11
30-34	29.5-34.5	32	16	0	0	0
35-39	34.5-39.5	37	9	1	9	9
40-44	39.5-44.5	42	5	2	10	20
45-49	44.5-49.5	47	3	3	9	27
			50		5	91

কল্পিত গড় A = 32

$$\text{সম্যক পার্থক্য} = 5\times\sqrt{\frac{91}{50} - \left(\frac{5}{10}\right)^2}$$

$$= 5\times\sqrt{(1.82 - .01)}$$

$$= 5\times\sqrt{1.81} = 6.74$$

অনুশীলনী 1 : সম্যক চ্যুতি নির্ণয় করো (S.D.)

শ্রেণি	40-46	47-53	54-60	61-67	68-74	75-81	82-88	89-95	96-102
পরিসংখ্যা	2	4	4	8	12	11	6	2	1

- **বিস্তৃতির পরিমাপগুলির ব্যবহার :**

প্রসার (Range) — স্কোরের সমগ্র বিস্তৃতি সম্পর্কে যখন একটা সাধারণ ধারণার প্রয়োজন হয়।

চ্যুতি (Mean deviation) — গড় চ্যুতি প্রসার অপেক্ষা অনেক স্পষ্টভাবে বিস্তৃতির পরিমাণ দেয় এবং দুটো রাশিমালার বিস্তৃতির তুলনা করা যায়।

চতুর্থাংশ চ্যুতি (Quartile deviation) — রাশিমালায় কিছু রাশি যদি গড়ের তুলনায় অনেকটা বিস্তৃত থাকে, তখন চতুর্থাংশ চ্যুতি প্রকৃত বিস্তৃতি সম্পর্কে ভালো ধারণা দেয়। কেন্দ্রীয় প্রবণতা হিসাবে যখন মধ্যমানকে ব্যবহার করা হয়। তখন বিস্তৃতির পরিমাপ হিসাবে সাধারণ চতুর্থাংশ চ্যুতিকে ব্যবহার করা হয়। যখন রাশিমালার মধ্যবর্তী 50% রাশির সম্বন্ধে কেবলমাত্র বিশেষভাবে বিস্তৃতির পরিমাপের প্রয়োজন হয় তখন চতুর্থাংশ চ্যুতি ব্যবহার করা হয়।

সম্যক চ্যুতি (Standard Deviates) — বিস্তৃতির আদর্শ মান হিসাবে এবং দুই বা ততোধিক রাশিমালার তুলনা করতে সম্যক চ্যুতি ব্যবহার হয়। যখন কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসাবে গড় ব্যবহার করা হয় তখন সম্যক চ্যুতি বিস্তৃতির পরিমাপ হিসাবে ব্যবহার করা হয়।

5.7 সারসংক্ষেপ (Summary)

পরিসংখ্যান হল এমন এক বিজ্ঞান যার সাহায্যে তথ্য সংগ্রহ, সুবিন্যস্ত, বিশ্লেষণ এবং তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়।

তথ্য সংগ্রহ করে পরিসংখ্যা বন্টন টেবিলে বিন্যাস করা হয়। নির্দিষ্ট শ্রেণি অনুযায়ী কতবার সংখ্যাগুলি ওই শ্রেণির মধ্যে বিদ্যমান তা ট্যালি দ্বারা চিহ্নিত করা হয় এবং পরে ট্যালির সংখ্যামান গুণে পরিসংখ্যা নির্ণয় করা হয়।

আয়তলেখ, স্তম্ভলেখ, বৃত্তীয়লেখ, পরিসংখ্যা বহুভুজের মাধ্যমে তথ্যগুলি সহজে উপস্থাপন করা হয়।

রাশি তথ্যমালার মানসমূহ একটা কেন্দ্রীয় মানের চারিদিকে বিস্তৃত থাকে তার সংখ্যাগত পরিমাণকে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ বলে।

সাধারণ গড়মান, মধ্যমান, ভূমিষ্ঠককে কেন্দ্রীয় প্রবণতার মান হিসাবে ধরা হয়।

প্রসার, গড়বিচ্যুতি, চতুর্থাংশ বিচ্যুতি, সম্যক বিচ্যুতিকে বিস্তৃতি বা বিষমতার পরিমাপ হিসাবে গণনা করা হয় ও তাৎপর্য নির্ণয় করা হয়।

5.8 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1. বহু নির্বাচনধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) চলের সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন দুটি মানের পার্থক্যকে বলে —

(i) বিচ্যুতি (ii) স্কোর (iii) শ্রেণি (iv) প্রসার

(খ) সব থেকে নির্ভরযোগ্য কেন্দ্রীয় প্রবণতা হল —

(i) মিন (ii) মিডিয়ান (iii) মোড (iv) সবকয়টি

(গ) 5, 7, 3, 8, 7, 5, 5, 3, 5, 8, 7-এই সেটের 5 সংখ্যাটির পরিসংখ্যান হল —

(i) 4 (ii) 2 (iii) 5 (iv) 0

(ঘ) রাশিমালায় একাধিক মান হতে পারে যে কেন্দ্রীয় প্রবণতার সেটি হল —

(i) মিন (ii) মিডিয়ান (iii) মোড (iv) কোনোটি নয়

(ঙ) 2, 5, 8, 2, 4, 3, 9, 5, 7, 6, 5, 4 রাশিমালাটির mode হল —

(i) 2 (ii) 5 (iii) 4 (iv) 3

2. অতিসংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলি :

(ক) গড়মান বা Mean বলতে কী বোঝায়?

(খ) রাশিবিজ্ঞান কাকে বলে?

(গ) কাঁচা তথ্য বলতে কী বোঝেন উদাহরণ দিন।

(ঙ) ট্যালিমার্ক কী?

3. **সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি :**

(ক) 200 জন শিক্ষার্থীর বুদ্ধাঙ্ক (IQ) রেকর্ড দেওয়া হল একটি আয়তলেখ (Histogram) অঙ্কন কর।

বুদ্ধাঙ্ক —	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130	130-140
শিক্ষার্থী সংখ্যা—	10	40	60	44	35	11

(খ) 6, 7, 11, 12 -এর সম্যক বিচ্যুতি নির্ণয় করুন

(গ) নীচের তালিকাকে বৃত্তীয় লেখচিত্র দ্বারা প্রকাশ কর

	খাদ্যখরচ	বস্ত্র খরচ	ভাড়া	শিক্ষাখরচ	অন্যান্য খরচ	জমা (Savings)
টাকা	4800	2400	1800	600	1600	800

(ঘ) চতুর্থাংশে চ্যুতি ও সম্যক চ্যুতি নির্ণয় কর

4 **রচনাধর্মী প্রশ্নাবলি :**

(ক) বিস্তৃতি— সংজ্ঞা ও প্রকারভেদ উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

অধ্যায় 6

গণিতের ধারণাকরণ (Conceptualisation of Mathematics)

6.1 ভূমিকা (Introduction)
6.2 উদ্দেশ্য (Objectives)
6.3 গণিতে নির্মিতিবাদ দৃষ্টিভঙ্গি (Constructivist Approaches in Mathematics) :
6.4 সক্রিয়তাভিত্তিক শিখন (Activity Based Learning)
6.5 সমবায় শিখন — পদ্ধতি বা সহযোগী শিখন পদ্ধতি (Cooperative Learning strategies or learning together techique)
6.6 গণিত শিখনের তত্ত্ব : পিঁয়াজে, ভাইগট্‌স্কি, ব্রুনার ও ডাইনসের তত্ত্ব (Theory of Mathematics Learning : Piaget, Vygotsky, Burner, Dienes)
6.7 পরিমাপ সম্পর্কিত অনুমানের ধারণা (Concept of Estimation – Measurement related)
6.8 প্রথাগত গণিতের ধারণাকরণে বিদ্যালয় বহির্ভূত গণিতের ব্যবহার (Use of Out of school Mathematics for Conceptualization of Formal Mathematics)
6.9 সারসংক্ষেপ (Summary)
6.10 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

6.1 ভূমিকা (Introduction)

শিক্ষাবিজ্ঞানে ছাত্রছাত্রী বা শিক্ষার্থীদের স্বাতন্ত্র্য অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। ব্যক্তিগত স্বাতন্ত্র বলতে বোঝায় শিক্ষার্থীর শিক্ষাগ্রহণে আগ্রহ, প্রেরণা, মনোযোগ ও মনোভাবে পার্থক্য। এগুলি ব্যক্তিভেদে পৃথক হয়। শিক্ষার্থী যখন গণিতের কোনো ধারণা চিনতে ও জানতে শেখে তখন সে নিজে থেকেই তার আগ্রহ ও কৌতূহল নিবারণ করতে চেষ্টা করে। প্রয়োজনে শিক্ষক তাকে সাহায্য করেন।

সাধারণভাবে ধারা (approach) বা অভিমুখ বলতে বোঝায় শিখন প্রক্রিয়াটি কীভাবে বা কোন দিকে পরিচালিত হবে। এগুলি কয়েক প্রকার হতে পারে যেমন নির্মিতিবাদ, সংশ্লেষণ-বিশ্লেষণ, আরোহ-অবরোহ ধারা ইত্যাদি। আবার গণিত শিখনে কতকগুলি কৌশল বা technique আছে যেমন কর্মভিত্তিক (workshop based), সমস্যা সমাধান (Problem solving), আবিষ্কারমূলক (Discovery), খেলাভিত্তিক সহযোগী শিখন (Playway of cooperative learning) প্রভৃতি।

গণিত শিক্ষাকে শ্রেণিকক্ষের চার দেওয়ালের মধ্যে আবদ্ধ না রেখে বাস্তব পরিস্থিতিতে গণিতকে কীভাবে প্রয়োগ করা যায় এবং কোন পরিমাপের ফল সম্পর্কে কীভাবে অনুমান করা যায় তার একটা ধারণা শিক্ষার্থীদের দেওয়া হয়।

6.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

(i) নির্মিতিবাদ কী তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
(ii) নির্মিতিবাদের বৈশিষ্ট্যগুলি কী কী তা আলোচনা করতে পারবে।
(iii) সক্রিয়তাভিত্তিক শিখন সম্পর্কে বিবরণ দিতে পারবে।
(iv) সমবায় শিখন বা সহযোগী শিখন কৌশল (Cooperative learning strategies) সম্পর্কে বিবরণ দিতে পারবে।
(v) গণিত শিখনে পিঁয়াজে, ভাইগট্‌স্কি, ব্রুনার-এর শিখন তত্ত্ব সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করতে পারবে।

6.3 গণিতে নির্মিতিবাদ দৃষ্টিভঙ্গি (Constructivist Approaches in Mathematics)

● **নির্মিতিবাদ বা নির্মাণবাদ (constructivism) :** নির্মিতিবাদ শিখনের একটি আধুনিক ধারণা যা পুরোপুরি শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক। এখানে শিক্ষার্থী নিষ্ক্রিয় শ্রোতা বা শিক্ষক প্রদত্ত জ্ঞান আহরণকারী সত্ত্বা নয় বরং নিজস্ব সক্রিয়তা ও বিকাশের মানসিক প্রক্রিয়ার মাধ্যমে শিক্ষার্থী অর্থপূর্ণ জ্ঞান আহরণের স্রষ্টা (Creater) ও স্থপতি (maker)-তে পরিণত হয়। নির্মিতিবাদ-এর উপর পিঁয়াজে (Piaget, 1977), কেলী (Kelly, 1991), জেরোম ব্রুনার (1960, Bruner), ভাইগটস্কি (1970, Vygotsky) প্রমুখ শিক্ষাবিদ তাঁদের গবেষণার ফলাফল থেকে নির্মিতিবাদের উপর গুরুত্বপূর্ণ অবদান রেখেছেন। নির্মিতিবাদ একটি দার্শনিক এবং শিক্ষামূলক তত্ত্ব। যেক্ষেত্রে শিক্ষার্থী সক্রিয়ভাবে অংশগ্রহণের মাধ্যমে স্বাধীনভাবে চিন্তা করে, অনুসন্ধান করে এবং নিজস্ব জ্ঞান ও অভিজ্ঞতার ওপর নির্ভর করে ধারণা গঠন করে বা জ্ঞান নির্মাণ করে। গণিত শিক্ষায় নির্মিতিবাদ এমন একটি পদ্ধতি যেখানে শিক্ষার্থীরা কেবল সূত্র বা নিয়ম মুখস্ত করার চেয়ে ধারণা বোঝা, অনুসন্ধান করা এবং সমস্যার সমাধানের উপর জোর দিয়ে নিজে থেকেই জ্ঞান নির্মাণ করে।

6.3.1 নির্মিতিবাদের বৈশিষ্ট্য :

(১) **সক্রিয় শিখন :** এটি সম্পূর্ণভাবে শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক। এই প্রক্রিয়ায় শিক্ষণীয় বিষয়কে অর্থবহ করে তুলতে একাধিক প্রক্রিয়ার সাহায্য নেওয়া হয়, শিক্ষার্থীরা কাজের মাধ্যমে শেখে, সমস্যা সমাধান করে এবং বিভিন্ন গাণিতিক সম্পর্ক আবিষ্কার করে ইত্যাদি। ফলে শিক্ষার্থীর সক্রিয়তা অপরিহার্য হয়ে ওঠে।

(২) **পূর্বজ্ঞান :** আগের অভিজ্ঞতা বা পূর্বজ্ঞানের উপর ভিত্তি করে শিক্ষার্থীরা নতুন ধারণাটির একটি মানসিক প্রতিচ্ছবি নির্মাণ করে এবং শিখন সম্পূর্ণ করে। এক্ষেত্রে সে নিজেই একজন উদ্ভাবক ও সংগঠক।

(৩) **সামাজিক যোগাযোগ :** শিক্ষার্থীরা পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়ার মাধ্যমে বিভিন্ন তাৎপর্যপূর্ণ তথ্যগুলিকে নির্বাচিত করে এবং অভিজ্ঞতার সঙ্গে যুক্ত করে নতুন জ্ঞান নির্মাণ করে, বিভিন্ন দৃষ্টিভঙ্গি শেখে। এর ফলে তাদের জ্ঞানের বোঝাপড়া গভীর হয়।

(৪) **অনুসন্ধানভিত্তিক শিখন :** প্রশ্ন করা, সমস্যা সমাধান, আবিষ্কার ইত্যাদির ওপর জোর দেওয়া হয়। যেমন, সরাসরি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সূত্র শেখানোর পরিবর্তে শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন আয়তক্ষেত্র পরিমাপ করে দৈর্ঘ্য-প্রস্থ এবং ক্ষেত্রফল এর সম্পর্ক নিজেরা আবিষ্কার করে।

6.3.2 নির্মিতিবাদ চারটি নীতির ওপর প্রতিষ্ঠিত সেগুলি হল :

১। যান্ত্রিকভাবে তথ্য সংগ্রহ না করে শিখন হবে নিজস্ব উদ্ভাবনভিত্তিক ধারণার মাধ্যমে। (learning involves inventing ideas rather than mechanically accumulating facts)

২। শিখন হবে শিক্ষার্থীর জানা ধারণার ওপর ভিত্তি করে পুরাতন ধারণার পরিমার্জন ও পরিবর্ধনের মাধ্যমে নতুন ধারণার গঠন (learning depends on what we already know, new idea occurs as we adapt and change our old idea)

৩। নতুন ধারণার ওপর নতুন সিদ্ধান্ত গড়ে উঠবে যা পুরাতন ধারণার পরিপন্থী (coming to new conclussion about new ideas which conflict with our old ideas)

৪। পুরাতন ধারণার পুনর্চিন্তার মাধ্যমে অর্থপূর্ণ জ্ঞান গড়ে উঠবে (Meaningful learning occurs through rethinking old ideas) Piaget (পিঁয়াজে) এই প্রসঙ্গে বলেছেন— শিখন হবে শিক্ষার্থীর নিষ্ক্রিয় গ্রহীতার পরিবর্তে সক্রিয়

অর্থপূর্ণ জ্ঞান সৌধকারী হিসাবে। শিক্ষার্থী যখন নতুন কোনো সমস্যার সম্মুখীন হয় যা বর্তমান চিন্তাস্তরের সঙ্গে মেলে না তখন শিক্ষার্থীর মধ্যে সৃষ্টি হয় একটি অসাম্য বা অস্থিরতা যার হাত থেকে অব্যাহতি পেতে সে নতুন চিন্তাধারার মাধ্যমে পুরাতন জ্ঞানের পুনর্গঠনের মাধ্যমে নতুন তথ্য সংযোজিত করে এবং নতুন ধারণা গড়ে তোলে।

6.3.3 শিক্ষকের ভূমিকা :

নির্মিতিবাদী দৃষ্টিভঙ্গিতে শিক্ষক জ্ঞানের উৎস না হয়ে, শিক্ষার্থীদের শিখন প্রক্রিয়ায় সাহায্যকারী ও পথপ্রদর্শকের ভূমিকা পালন করেন।

১। সাহায্যকারী

শিক্ষক এমন একটি পরিবেশ তৈরি করেন, যেখানে শিক্ষার্থীরা সহজে অনুসন্ধান করতে, প্রশ্ন করতে এবং পূর্ব অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে নতুন ধারণা গঠন করতে পারে।

তাঁরা শিক্ষার্থীদের শেখার জন্য প্রয়োজনীয় সরঞ্জাম ও সুযোগ দেন।

২। পথপ্রদর্শক ও উপদেষ্টা

শিক্ষার্থীদের সঠিক পথে পরিচালিত করেন এবং প্রশ্নের মাধ্যমে ভাবতে শেখান।

সরাসরি উত্তর না দিয়ে শিক্ষার্থীদের নিজে থেকে চিন্তা করতে উদ্‌বুদ্ধ করেন।

৩। অভিজ্ঞতার নির্মাতা

শিক্ষক এমন কার্যকলাপ ও প্রকল্প ডিজাইন করেন, যা শিক্ষার্থীদের জন্য অর্থবহ এবং বাস্তব জীবনের সঙ্গে সম্পর্কিত।

শিক্ষার্থীদের পরীক্ষানিরীক্ষা এবং সমস্যা সমাধানের সুযোগ করে দেন।

৪। সহযোতিার উৎসাহদাতা

শিক্ষার্থীদের দলগতভাবে কাজ করার দক্ষতা তৈরি করতে সাহায্য করেন।

৫। সহায়তা (স্ক্যাফোল্ডিং) প্রদানকারী

শিক্ষার্থীরা যখন সমস্যায় পড়ে, তখন শিক্ষক প্রথমে সাহায্য করেন।

ধীরে ধীরে এই সাহায্য কমিয়ে দেন, যাতে শিক্ষার্থীরা স্বয়ংসম্পূর্ণ হতে পারে।

৬। পর্যবেক্ষক ও মূল্যায়নকারী

শিক্ষক শিক্ষার্থীদের শেখার অগ্রগতি পর্যবেক্ষণ করেন এবং তাদের শেখার পদ্ধতি বোঝেন।

কেবল পরীক্ষার ফল নয়, বরং শিক্ষার্থীদের প্রচেষ্টা, কৌশল ও ধারণাকেও মূল্যায়ন করেন।

৭। উৎসাহদাতা ও অনুপ্রেরণাকারী

শিক্ষার্থীদের কৌতূহলী হতে এবং নিজের শেখার দায়িত্ব নিতে উদ্‌বুদ্ধ করেন।

তাঁরা শিক্ষার্থীদের ভুল করতে এবং সেখান থেকে শিখতে সাহস দেন।

৮। বাস্তব জীবনের সঙ্গে সংযোগকারী

শিক্ষক শিক্ষার্থীদের শেখার বিষয়গুলি বাস্তব জীবনে প্রাসঙ্গিকীকরণে সাহায্য করেন।

বাস্তব উদাহরণ এবং বিভিন্ন বিষয়ের সমন্বয় পাঠক্রমে যোগ করেন।

৯। আজীবন শেখার উদাহরণ

শিক্ষক দেখিয়ে দেন যে শেখা কখনও শেষ হয় না এবং পরিবর্তনের সঙ্গে মানিয়ে নেওয়া জরুরি।

তাঁরা কৌতূহল, উদারতা এবং সমালোচনামূলক চিন্তার মতো গুণাবলির উদাহরণ দেন।

১০। উৎসাহ প্রদান

শিক্ষক শিক্ষার্থীদের শেখার অভিজ্ঞতা এবং পদ্ধতি নিয়ে চিন্তা করতে উৎসাহিত করেন।

শিক্ষার্থীদের নিজেদের শক্তি, দুর্বলতা এবং উন্নতির ক্ষেত্র খুঁজে বের করতে সাহায্য করেন।

নির্মিতিবাদী শ্রেণিকক্ষে শিক্ষকের ভূমিকা গতিশীল, নমনীয় এবং শিক্ষার্থীদের সক্রিয়, স্বাধীন শিক্ষার্থী হওয়ার ক্ষমতা গড়ে তোলার দিকে মনোনিবেশ করেন। এই পদ্ধতি সৃজনশীলতা, সমালোচনামূলক চিন্তা এবং বিষয়ের গভীর জ্ঞান বাড়ায়।

6.3.4 শিক্ষায় নির্মিতিবাদের গুরুত্ব :

শিক্ষায় নির্মিতিবাদের গুরুত্ব অপরিসীম, কারণ এটি শিখন প্রক্রিয়ায় শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণ এবং পূর্ব অভিজ্ঞতার মাধ্যমে নতুন ধারণা তৈরি করার ওপর জোর দেয়। যেমন—

১। সক্রিয় শিখন

নির্মিতিবাদ শিক্ষার্থীদের হাতেকলমে কাজ করতে এবং সমস্যার সমাধান করতে শেখায়। শিশুর সক্রিয় অংশগ্রহণের ফলে তারা নিজেরা অভিজ্ঞতা নিয়ে শেখে এবং বিষয়গুলি ভালোভাবে বুঝতে পারে ফলে শিখন দীর্ঘস্থায়ী হয়।

২। সমালোচনামূলক বা জটিল চিন্তার বিকাশ

এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীরা প্রশ্ন করতে, বিশ্লেষণ করতে এবং নিজের মতামত তৈরি করতে শেখে, যা তাদের উদ্ভাবনভিত্তিক ভাবনার বিকাশ ঘটায়।

৩। দীর্ঘস্থায়ী গভীর জ্ঞান

মুখস্থ করার বদলে "কেন" এবং "কীভাবে" জানতে উৎসাহ দেয়, যা শিক্ষার্থীদের জ্ঞানকে দীর্ঘস্থায়ী এবং অর্থবহ করে।

৪। শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক

নির্মিতিবাদ প্রত্যেক শিক্ষার্থীর ভিন্ন চাহিদা এবং অভিজ্ঞতার প্রতি গুরুত্ব দেয়। এর ফলে শিখন সকলের জন্য প্রাসঙ্গিক এবং অন্তর্ভুক্তিমূলক হয়।

৫। সহযোগিতা

একসঙ্গে কাজ করার মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা দলবদ্ধভাবে কাজ করা, যোগাযোগ করা এবং অন্যদের মতামতকে সম্মান করা শেখে।

৬। ব্যাবহারিক জ্ঞান

শিক্ষার্থীরা বাস্তব জীবনের অভিজ্ঞতা এবং হাতেকলমে কাজের মাধ্যমে পাঠ্য বিষয়গুলিকে বোঝার চেষ্টা করে এবং দৈনন্দিন জীবনে প্রয়োগ করতে পারে।

৭। শিক্ষার্থীদের আত্মবিশ্বাস বাড়ায়

শিক্ষার্থীরা নিজের দায়িত্বে শেখে, যা তাদের স্বাধীনভাবে চিন্তা করতে এবং সমস্যার সমাধান করতে সক্ষম করে।

৮। ভবিষ্যৎ

অনুসন্ধিৎসা, জটিল চিন্তা এবং মানিয়ে নেওয়ার ক্ষমতা গড়ে তোলে, যা ভবিষ্যতে শিক্ষার্থীদের সমস্যা সমাধানের দক্ষতা বৃদ্ধি করে। শিক্ষায় নির্মাণবাদের ব্যবহার : প্রকল্পভিত্তিক শিক্ষা : শিক্ষার্থীরা প্রকল্পের মাধ্যমে বাস্তব জীবনের সমস্যার সমাধান শেখে।

৯। জিজ্ঞাসা ভিত্তিক শিক্ষা

প্রশ্ন করে এবং সমাধান খুঁজে বের করার চেষ্টা করে।

১০। দলগত শিক্ষা

গ্রুপে আলোচনা এবং কাজের মাধ্যমে শেখা।

১১। সহায়ক শিক্ষা

শিক্ষক শুরুতে সাহায্য করেন এবং ধীরে ধীরে ছাত্রদের স্বাধীনভাবে কাজ করতে উৎসাহ দেন। এইভাবে নির্মিতিবাদ শিক্ষাকে একটি সক্রিয় এবং জীবন্ত প্রক্রিয়ায় পরিণত করে, যা শিক্ষার্থীদের ভবিষ্যতের জন্য ভালোভাবে প্রস্তুত করে।

6.3.5 ● নির্মিতিবাদের শ্রেণিবিভাগ :

আধুনিক মনোবিজ্ঞানীগণ নির্মিতিবাদকে দুই ভাগে ভাগ করেছেন (ক) ব্যাক্তিনির্ভর নির্মিতিবাদ (খ) সমাজনির্ভর নির্মিতিবাদ।

(ক) **ব্যক্তিনির্ভর নির্মিতিবাদ :** যখন কোনো বিষয়বস্তু কোনো ব্যক্তির নিজস্বতার ভিত্তিতে যখন কোনো স্পষ্ট মানসিক প্রতিকল্প গড়ে তোলে তখন তাকে ব্যক্তিনির্ভর নির্মিতিবাদ বলে।

যেমন— কোনো ব্যক্তি যদি একটি বিষয়ের মানসিক প্রতিকল্প পুস্তক অধ্যয়ন ও অপরের সাঙ্গে আলোচনার মাধ্যমে গড়ে তোলেন তবে এটি ব্যক্তি নির্ভর নির্মিতিবাদ।

(খ) **সমাজনির্ভর নির্মিতিবাদ :** কোনো বিশেষ বিষয়ের মানসিক প্রতিকল্প যখন শ্রেণিকক্ষে বা সমাজের বিভিন্ন ব্যক্তির সাঙ্গে আলাপ-আলোচনার মাধ্যমে গড়ে ওঠে তখন তা হল সমাজনির্ভর নির্মিতিবাদ।

6.4. সক্রিয়তাভিত্তিক শিখন (Activity based learning)

6.4.1 সক্রিয়তাভিত্তিক শিখন :

আধুনিক ধারণায় শিক্ষাবিজ্ঞান একটি ফলিত বিজ্ঞান (Applied science) যেখানে মনোবিদ্যা (Psychology), সমাজবিদ্যা (Sociology), জীববিদ্যা (Biology)-র মতো বিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখার সাহায্যে আধুনিক শিক্ষাবিজ্ঞান গড়ে উঠেছে। এখানে সক্রিয়তা (Activity) হল প্রাণের ধর্ম। এই সত্যকে কাজে লাগিয়ে শিক্ষার যে নীতি গড়ে উঠেছে তাকে **শিক্ষার সক্রিয়তাবাদ** বলে। সক্রিয়তাভিত্তিক শিখনের লক্ষ্য হল যান্ত্রিক কোনো কৌশল বা পদ্ধতির দ্বারা জোর করে শিক্ষা না দিয়ে শিক্ষার্থীকে সম্পূর্ণ নিষ্ক্রিয় না রেখে সক্রিয়তার সাহায্যে আত্মপ্রচেষ্টায়, সক্রিয় ও সার্থক অভিযোজনের মাধ্যমে শিশুর অভিজ্ঞতা সঞ্চিত করা। তাই শিশুকেন্দ্রিক ও জীবনোপযোগী শিক্ষার যুগে শিক্ষার্থীর সক্রিয়তাভিত্তিক অভিজ্ঞতা অর্জনের ওপর বেশি গুরুত্ব দেওয়া হয়েছে। নিজস্ব জৈব-মানসিক সক্রিয়তালব্ধ অভিজ্ঞতার ওপর নির্ভর করে শিশুকে শিক্ষাদানের যে প্রণালী গ্রহণ করা হয়েছে তাই হল সক্রিয়তাভিত্তিক শিখন বা শিক্ষায় সক্রিয়তা বাদ (Activity Principle in Education)। যেমন যতক্ষণ না পর্যন্ত কোনো শিক্ষার্থী দুটি বস্তু নিজে তোলে ততক্ষণ পর্যন্ত সে বুঝতে পারে না কোনটি ভারী কোনটি হালকা, শুধুমাত্র চোখে দেখে বা ইন্দ্রিয়ের দ্বারা শিখন হয় না।

- **সক্রিয়তাভিত্তিক শিখনের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of Activity Based Learning) :**

সক্রিয়তাভিত্তিক শিখনের বৈশিষ্ট্যগুলি নিম্নবর্ণিত ঃ

(১) শিশুর স্বতঃস্ফূর্ত কাজকে কেন্দ্র করে এই শিক্ষা গড়ে ওঠে।

(২) এখানে শিশু স্বাধীনভাবে কাজ করতে পারে।

(৩) এরূপ শিখনে আনন্দ সহযোগে শিখন সম্পূর্ণ হয়।

(৪) সক্রিয়তাভিত্তিক শিক্ষায় খেলাভিত্তিক শিক্ষা (Playway in Education) প্রাধান্য পায় কারণ এই ধরনের শিক্ষার কেন্দ্র হল শিশুর স্বাধীনতা ও সক্রিয়তা।

(৫) সক্রিয়তাভিত্তিক শিখনে সৃজনমূলক ও উৎপাদনমূলক (Creative and Productive) কাজের উপর গুরুত্ব দেওয়া হয়।

(৬) এই শিক্ষার কেন্দ্র বিন্দু হল শিশুর স্বাধীনতা ও সক্রিয়তা, এখানে শিক্ষক কেবলমাত্র পর্যবেক্ষক ও সাহায্যকারী। শিশু কোনো ভুল করলে শিক্ষক তাকে সচেতন করেন যেটি তার পক্ষে স্বাভাবিক ছিল।

- **সক্রিয়তাভিত্তিক শিখনের নীতির ভিত্তি (Bases of Activity Based Learning) :**

(১) আধুনিক মনোবিদ্যায় শিক্ষণ সম্পর্কে যেসব নীতি (Maxims) প্রচলিত আছে তাদের অন্যতম হল শিখনের জন্য প্রাণীর সক্রিয়তা। এছাড়াও মনোবিজ্ঞানে ব্যক্তিস্বাতন্ত্রের নীতি ও অন্য প্রবণতাগুলি সক্রিয়তা নীতির মধ্যে বর্তমান। তাই শিক্ষায় সক্রিয়তাবাদ কোনো তাত্ত্বিক ধারণা নয়। এটি মনোবিজ্ঞানসম্মত।

(২) কর্মভিত্তিক (Work Based) শিক্ষায় সামাজিক উপযোগিতা সম্পন্ন উৎপাদনমূলক কার্যসমূহ শিশুর সক্রিয়তাকে ব্যবহার করা হয়। তাই শিক্ষায় সক্রিয়তার নীতি সামাজিক ও অর্থনৈতিক বিজ্ঞানের সিদ্ধান্ত দ্বারাও প্রভাবিত।

সক্রিয়তাভিত্তিক শিখনের নীতি আধুনিক শিক্ষার একটি সর্বজনীন নীতি যেটিকে কার্যকরী করার জন্য মনোবিদগণ বিভিন্ন পরীক্ষা নিরীক্ষার মাধ্যমে ভিন্ন ভিন্ন শিক্ষণ কৌশল ও পাঠক্রম রচনার রীতি আবিষ্কার করেছেন। যেহেতু শিক্ষার প্রারম্ভিক স্তরে শিশুদের মূর্ত চিন্তনের ক্ষমতা কার্যকরী থাকে এবং তা কর্মভিত্তিক শিক্ষার মাধ্যমে সার্থকতা লাভ করে। ফলে সক্রিয়তার নীতি যেহেতু বিশেষ তাৎপর্যপূর্ণ তাই প্রাথমিক শিক্ষায় এই সক্রিয়তাকে কাজে লাগিয়ে পঠন-পাঠন দেওয়া উচিত।

- **উদাহরণ :**

শ্রেণি — প্রথম

কাজ — মাটির গুলি তৈরি

(i) প্রথমে শিশুদের নরম মাটি দিতে হবে।

(ii) দুই হাতের তালুতে মাটি নিয়ে সেটি গোল করতে শেখাতে হবে।

(iii) শিশুরা কিছুটা করে মাটি নিয়ে গোল করবে।

(iv) শিশুদের তৈরি গুলিসমূহ শুকিয়ে গেলে এক এক জনের গুলিতে এক এক রকম রং করবে।

(v) এই মাটির গুলি দিয়ে গণিতের বিভিন্ন ধারণা দেওয়া যেতে পারে। যেমন—

সংখ্যা গণনা, সংখ্যার ছোটো বড়ো, হালকা ভারী, কমবেশি, যোগ-বিয়োগ, গুণ-ভাগ, জোড়-বিজোড়, গোলের ধারণা ইত্যাদি।

এই সক্রিয়তাভিত্তিক শিখন-এর ফলে শিশুর আঙুলের ও হাতের সুক্ষ্ম পেশির বিকাশ ঘটে, মস্তিষ্কের সঙ্গে হাতের সমন্বয় ঘটে।

কাজের মধ্যে দিয়ে শিখনের ফলে একঘেয়েমি আসবে না এবং তারা উপকরণের প্রতি যত্নশীল হবে।

- **ধারণা গঠনের কৌশল এবং তা আয়ত্ত করা (Strategies for concept formation and Concept attainment) :**

বিশেষ কোনো শ্রেণির বস্তু বা বিষয়ের মধ্যে যে সংলক্ষণ (attribute) থাকে সেগুলির অভিজ্ঞতাই হল ধারণা (concept)। সংলক্ষণ বা attribute হল কতকগুলি বৈশিষ্ট্য (Characteristics) বা গুণ (property) যেটি নিজস্ব পরিচিতি বহন করে এবং এটিই তাকে অন্য বিষয় হতে পৃথক করতে সাহায্য করে অথবা ওই একই জাতীয় বিষয়ের মধ্যে মিল খুঁজতে সাহায্য করে। (An attribute is a property or character of an object or subject which differentiates it from others)

পূর্ব অভিজ্ঞতার বিমূর্তরূপ হল ধারণা (Concepts are the abstract forms of past experiences)। ধারণা মূলত চিন্তামূলক। ধারণা গঠন প্রক্রিয়ায় চিন্তন গুরুত্বপূর্ণ উপাদান। মানবজীবনে ধারণা ক্রমান্বয়ে বিকশিত হয় ও বিস্তৃতি ঘটায়। যখন শিক্ষার্থীর সামনে কোনো নতুন বিষয় আসে তখন নতুন চিন্তা শুরু হয়। এভাবেই ধাপে ধাপে ধারণার বিকাশ ঘটতে থাকে।

শুধুমাত্র বিদ্যালয় শিক্ষার মাধ্যমেই ধারণার বিকাশ ঘটে তাই নয় বিদ্যালয়ের বাইরের যে পরিবেশ তা থেকেও তার নিজস্ব নতুন ধারণা গড়ে ওঠে।

6.4.2 ধারণা প্রাপ্তি (Concept attainment) :

আধুনিক শিখন ও শিক্ষণ পদ্ধতির ক্ষেত্রে অনেকে প্রচুর গবেষণা এবং বিশেষ কার্যকর তথ্যের সন্ধান দিয়েছেন। যাদের অন্যতম হলেন জেরোম ব্রুনার (Jerome Bruner)। তিনি মনে করেন মানুষ চারিপাশের জগৎকে প্রতিনিয়ত আবিষ্কার করে চলে। ফলে একজন মানুষের জ্ঞান অন্যজনের জ্ঞানের সমতুল্য নয়।

অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে আমাদের তিন ধরনের ধারণা তৈরি হয় যেগুলি হল (১) সংযোজক ধারণা (২) বিয়োজক ধারণা (৩) সম্পর্কমূলক ধারণা।

(১) সংযোজকমূলক ধারণা :

যখন কতকগুলি সাধারণ বৈশিষ্ট্য সংযুক্ত হয়ে একটি ধারণার সৃষ্টি করে তখন তার একটি নাম দেওয়া হয়।

যেমন ধরা যাক পাখি একটি ধারণা যার মধ্যে পাখির চেহারা, পাখা, পা, ওড়ার ধরন, পালকের উপস্থিতি, ডাক ইত্যাদি বৈশিষ্ট্যগুলির সমষ্টি হল পাখি। এইভাবে যে ধারণা গড়ে ওঠে তাকে সংযোজক ধারণা বলে। গণিতে চতুর্ভুজ সম্পর্কে ধারণাপ্রাপ্তি এভাবে ঘটে যার চারটি বাহু, চারটি কোণ, বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান হতেও পারে নাও পারে ইত্যাদি।

(২) **বিয়োজক ধারণা :** আবার নানা প্রজাতির পাখির মধ্যে অনেক পার্থক্য দেখা যায়। সমস্ত প্রজাতির পাখিগুলিই একটি সাধারণ নামে পরিচিত। অথচ, কাক, শালিক, চড়াই, কাকাতুয়া, টিয়া, ময়ূর, ময়না ইত্যাদি ভিন্ন প্রজাতির পাখির চেহারা ও স্বভাব, ওড়ার ধরন অনেক কিছুই আলাদা। এই কারণে জেরোম ব্রুনার— এইগুলিকে বিয়োজক ধারণা বলেছেন। গণিতে এই ধারণার মাধ্যমে পার্থক্যের ভিত্তিতে পৃথকভাবে শ্রেণিবিভক্ত করতে পারে। যেমন— বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র, রম্বস ইত্যাদি।

(৩) **সম্পর্ক মূলক ধারণা :** আবার কিছু কিছু ধারণা আছে যাদের বৈশিষ্ট্যগুলি এতটা স্পষ্ট নয়। এরা পরস্পরের থেকে একেবারে পৃথক নয়। যেমন গ্রাম ও শহরের মধ্যে একটা সীমারেখা টানা হয় ঠিকই কিন্তু সবসময় এদের প্রকৃতি একরকম নয়। অনেক সময় প্রথমে থাকে গ্রাম এবং তা থেকে ধীরে ধীরে শহরে রূপান্তরিত হয়। গ্রাম এবং শহর একে অপরের সাঙ্গে সম্পর্কযুক্ত অর্থাৎ শহরের সৃষ্টি হয় গ্রাম থেকে। সেইজন্য এগুলিকে বলা হয় সম্পর্কযুক্ত ধারণা। এই ধারণার ভিত্তিতে শিক্ষার্থী শিখবে আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি কোণই সমকোণ, বর্গক্ষেত্র মাত্রই আয়তক্ষেত্র কিন্তু ব্রুনারের মতে শিখন কথার অর্থ হল এইসব ধারণা আয়ত্ত করা (Concept attaiment) এবং যার পদ্ধতি হল অনুসন্ধিৎসা মেটানোর জন্য ধারণা অবিষ্কার করা এবং তার উদ্ভাবন। শিক্ষক প্রয়োজনীয় তথ্য ও উপাদান সরবরাহ করে ধারণা আয়ত্ত করতে সহায়তা করেন এবং পরবর্তীকালে আরও নতুন তথ্য সংগ্রহে উৎসাহিত করেন।

● **ব্রুনারের পরীক্ষায় দেখা গেছে শিখনের তিনটি স্তর আছে।**

(১) **প্রথম স্তর**— ইন্দ্রিয়ের মাধ্যমে শেখার স্তর বা প্রত্যক্ষণ (Perception) চোখে দেখে বিভিন্ন বস্তুর বা প্রাণীর আকার, আকৃতি, রং, হাঁটাচলা বা ওড়ার ধরন, জীব বা পাখির ডাক, বাজনার শব্দ শুনে, ঘ্রাণের সাহায্যে বিভিন্ন বস্তু, বা প্রাণীর গন্ধ, ত্বকের সাহায্যে স্পর্শ করে এবং জিহ্বার দ্বারা বিভিন্ন বস্তু বা খাদ্যের স্বাদ গ্রহণ করে বিভিন্ন বস্তুর বা প্রাণীর সম্পর্কে ধারণা গঠিত হয়। সমজাতীয় অনেক উদাহরণ থেকে গণিতের ধারণা গড়ে ওঠে। অর্থাৎ সামগ্রিক প্রত্যক্ষণ (comprehensive perception) থেকেই ধারণা গড়ে ওঠে।

(২) **দ্বিতীয় স্তর**— এটি হল সক্রিয়তার স্তর। যে স্তরে কোনো কাজ করার পর যখন তার ভিত্তিতে কোনো কিছু শেখা হয় সেটিই এই সক্রিয়তার স্তর। যেমন নিকট দূর বিষয়টি শুধুমাত্র চোখ দিয়ে শেখা যায় না। যখন শিশুরা নিজে পায়ে হেঁটে বা কোনো ফিতা দিয়ে মেপে দেখে তখনই তাদের দূরত্ব বোধ গঠিত হয়। অথবা ভারী বা হালকা সম্বন্ধে ধারণা পেতে হলে যতক্ষণ পর্যন্ত না শিশু বস্তুগুলিকে নিজে হাতে তুলে পরীক্ষণীয়ভাবে অনুভব করে ততক্ষণ এই ধারণা গঠিত হয় না। লম্বা, খাটোর ধারণাও অনুরূপে গঠিত হয়।

(৩) **তৃতীয় স্তর**— এটি প্রতীকের মাধ্যমে ধারণা গঠনের স্তর। যেমন সাতটি মার্বেল থেকে পাঁচটি সরিয়ে নিলে অবশিষ্ট থাকে দুইটি। অন্য কোনো শিক্ষা উপকরণ দিয়ে কোনো বিষয় যখন ইন্দ্রিয় ও সক্রিয়তার মাধ্যমে শেখা হয় তখন সত্যিকার LTM দরকার নাও হতে পারে। এখানে সাত, পাঁচ, দুই-এর প্রতীক চিহ্নই যথেষ্ট।

ব্রুনারের পদ্ধতি অনুযায়ী শিক্ষক শুধুমাত্র সহায়ক বা আয়োজকের কাজ করেন ও কয়েকটি ধাপে ছাত্রছাত্রীদের সাহায্য করেন। পরে শিক্ষার্থীরা নিজেরাই আবিষ্কার করতে শেখে। যেমন প্রথমে একটি নাম দিয়ে শুরু করা হয় যেমন আকার বা আকৃতি (shape)।

উদাহরণ : ছাত্রছাত্রীদের বিভিন্ন আকারের বস্তুর উদাহরণ দিতে বলা হবে যা তার পরিবেশে ছড়িয়ে আছে।

নমুনা সংগ্রহ : শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন আকারের বস্তু সংগ্রহ করবে।

শ্রেণিবিভাগ (Classification) : সংগৃহীত নমুনাগুলিকে সম্ভাব্য শ্রেণিতে সাজাতে বলা হবে এবং প্রয়োজনে শিক্ষার্থীরা নিজেরাই ঠিক করবে কীভাবে তারা শ্রেণিবিভক্ত করবে। প্রয়োজনে শিক্ষকের সাহায্য দরকার হবে।

● **বৈশিষ্ট্য নিরূপণ (Characterisation) :** সংগৃহীত বস্তুগুলির প্রথমে বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে তালিকা প্রস্তুত হবে যেমন জীব ও জড় বস্তু। পরে এখান থেকে তারা বিভিন্ন আকারের বস্তু চিহ্নিত করবে। যেমন কোনোগুলি গোলাকার, কোনোগুলি আয়তঘনকাকার (Cuboid) এবং কোনগুলি শঙ্কুর আকারের (Conical), কোনোগুলি বেলনাকার (Cylindrical) ইত্যাদি। পরে এদের আকারের সাধারণ বৈশিষ্ট্যগুলি চিহ্নিত করবে।

(1) **বিবরণ লিপিবদ্ধকরণ :** তালিকার এক একটি শ্রেণির বৈশিষ্ট্য ও বিবরণ তারা লিপিবদ্ধ করতে চেষ্টা করবে যথা গোলাকার, ঘনকাকার, দণ্ডাকার ইত্যাদি।

গণিতের ক্ষেত্রে ধারণা গড়ে ওঠা নিম্নরূপেও হয়ে থাকে।

যেমন জোড়-বিজোড় সংখ্যার ধারণা।

প্রথমে শিক্ষার্থীরা এক (1) থেকে নয় (9) পর্যন্ত সংখ্যাগুলি লিখবে এবং ২ দ্বারা ভাগ করে দেখবে।

সংখ্যা	2 দ্বারা বিভাজ্য কিনা ?
1	বিভাজ্য নয়
2	বিভাজ্য
3	বিভাজ্য নয়
4	বিভাজ্য
-------------	-------------
-------------	-------------
9	বিভাজ্য নয়

(2) বিশ্লেষণ (Analysis) :

বিভাজ্যতার নিরিখে দেখবে কোন কোন সংখ্যাগুলি 2 দ্বারা বিভাজ্য, কোনগুলি নয়।

2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা	2 দ্বারা বিভাজ্য নয় এরূপ সংখ্যা
2, 4, 6, 8	1, 3, 5, 7, 9

(3) তুলনা (Comparison) : আগের বিশ্লেষণ থেকে দেখবে কতকগুলি সংখ্যা 2 দ্বারা বিভাজ্য (যেমন 2, 4, 6, 8) এবং সংখ্যাগুলি 2টি দলে বিভক্ত এবং এদের মধ্যে যথেষ্ট পার্থক্য আছে।

(4) সংশ্লেষণ (Synthesis) : সমজাতীয় সংখ্যাগুলিকে একত্রে দলবিভক্ত করবে। ভাগের নিরিখে বলবে 2, 4, 6, 8 সংখ্যাগুলি 2 দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু 1, 3, 5, 7, 9 সংখ্যাগুলি 2 দ্বারা বিভাজ্য নয়।

(5) নামকরণ (Naming) :

শিক্ষকের সহযোগিতায় পূর্বোল্লিখিত শ্রেণিগুলির নামকরণ করবে।

2, 4, 6, 8 হল জোড় সংখ্যা।

1, 3, 5, 7, 9 হল বিজোড় সংখ্যা।

এরপর জোড় ও বিজোড় সংখ্যার সংজ্ঞা তৈরি করবে।

জোড় সংখ্যা : যে সংখ্যাগুলি 2 দ্বারা বিভাজ্য তাদের বলে জোড় সংখ্যা।

বিজোড় সংখ্যা : যে সংখ্যাগুলি 2 দ্বারা বিভাজ্য নয় তাদের বিজোড় সংখ্যা বলে।

অনুরূপভাবে ভগ্নাংশের প্রকারভেদ-এর ধারণাও (প্রকৃত, অপ্রকৃত ও মিশ্র ভগ্নাংশ) গঠন করানো যেতে পারে।

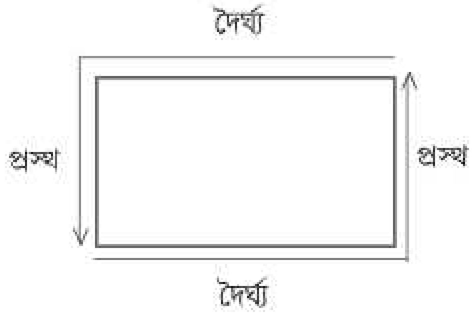
6.4.3 আরোহী চিন্তন ও অনুসন্ধানভিত্তিক শিখনের সংগঠিত কার্যাবলি (Structuring activities for inductive thinking and inquiry thinking) :

- **আরোহী চিন্তন (Inductive thinking) :**

যখন শিক্ষার্থীরা সমজাতীয় কতকগুলি বিশেষ দৃষ্টান্ত থেকে একটি সাধারণ সিন্ধান্তে (particulars to general) উপনীত হয় তখন সেটিই হল আরোহী চিন্তন (Inductive thinking) বিশেষ দৃষ্টান্তগুলি মূর্ত হলে তা থেকে উপনীত হয় বিমূর্ত সিন্ধান্তে অর্থাৎ মূর্ত থেকে বিমূর্ত (concrete to abstract)—এই শিক্ষানীতি অনুসৃত হয়। আবার বাস্তব অভিজ্ঞতার ওপর ভিত্তি করে বিশেষ সিন্ধান্তে আসত্তি (experience to conclusion) এই পন্ধতির অন্তর্গত। This method leads the learner to gain from concrete to abstract knowledge, particulars to general rule or law and examples to conclusion. যেমন মানুষ একটি নির্দিষ্ট বয়সসীমায় মারা যায় এই মূর্ত দৃষ্টান্ত থেকে সাধারণ সিন্ধান্ত বা বিমূর্ত সিন্ধান্তে আসা যায়। 'মানুষ মরণশীল'। গণিতে এই চিন্তন পন্ধতির প্রয়োগ ব্যাপকতর যেমন—

উদাহরণ 1 :

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয়ের সূত্র প্রতিষ্ঠা : বিভিন্ন দৈর্ঘ্য ও প্রস্থযুক্ত আয়তক্ষেত্র এঁকে সূত্রটি তৈরি করা যায়। একটি আয়তক্ষেত্র এঁকে তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থগুলি চিহ্নিত করা হল।



আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা =

আয়তক্ষেত্রটির চারিদিকের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি = দৈর্ঘ্য + প্রস্থ + দৈর্ঘ্য + প্রস্থ

= (দৈর্ঘ্য × 2) + (প্রস্থ × 2)

অথবা পরিসীমা = দৈর্ঘ্য + প্রস্থ + দৈর্ঘ্য + প্রস্থ = (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) × 2

উদাহরণ 2 :

$1 \times 0 = 0, 5 \times 0 = 0, 9 \times 0 = 0$ ইত্যাদি।

এই বিশেষ বিশেষ দৃষ্টান্তের ফল থেকে প্রাপ্ত সাধারণ সিন্ধান্তটি হল : যে-কোনো সংখ্যা × 0 = 0 অর্থাৎ যে-কোনো সংখ্যাকে শূন্য দিয়ে গুণ করলে গুণফল হয় শূন্য।

আরোহী চিন্তন-এ

(1) মূর্ত থেকে বিমূর্ত ধারণায় উপনীত হওয়া যায়।

(2) সহজ থেকে কঠিন ধারণায় পৌঁছানো সম্ভব হয়।

(3) বাস্তব উদাহরণ বা অভিজ্ঞতা থেকে শিশুর অপরিচিত অভিজ্ঞতা সঞ্চিত হয়।

(4) বিশেষ দৃষ্টান্ত থেকে সাধারণ দৃষ্টান্তে উপনীত হওয়া যায়।

(5) যুক্তিশীল মনোভাব গঠিত হয়।

- **অনুসন্ধানভিত্তিক শিখন (Inquiry Based Learning) :**

এই শিখনের প্রস্তাবক রিচার্ড শুচম্যান-এর মতে প্রতিটি মানুষের মধ্যে অনুসন্ধানের প্রবণতা থাকে। কোনো শিক্ষার্থীর অনুসন্ধানের প্রবণতাকে কাজে লাগিয়ে যদি শিখন পরিচালনা করা হয় তবে শিক্ষার্থীরা আবিষ্কারের আনন্দ পেতে পারে। ফলে শিখন দীর্ঘস্থায়ী হয়। তাঁর মতে শিক্ষণীয় বিষয়টিকে সমস্যার আকারে উপস্থাপন করা হয় পরে শিক্ষার্থীরা সেটি সমাধান করার চেষ্টা করে। এইভাবে শিক্ষার্থীর নতুন অভিজ্ঞতা সঞ্চিত হয় এবং নিজের চেষ্টায় শিখন সম্পূর্ণতা লাভ করে।

এরূপ শিখনের উপাদানগুলি হল :

(1) ফোকাস (Focus) : এই উপাদানের সাহায্যে শিক্ষার্থীর অনুসন্ধানের ইচ্ছা বাড়িয়ে দিয়ে শিখনে সহায়তা করা হয়।

(2) সিনট্যাক্স (Syntax) : এই উপাদানটি পাঁচটি পর্যায়ে কার্যকরী করা হয়।

(i) শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করতে উৎসাহদান করা হয় (creating questions of their own)

(ii) প্রশ্নগুলির উত্তরদানের জন্য সহায়ক সূত্র প্রাপ্তি (obtaining supporting evidence to an westh question (s))

(iii) প্রাপ্ত সূত্রগুলির ব্যাখ্যাকরণ। (Explaining the evidance collected)

(iv) প্রদত্ত ব্যাখ্যার সাঙ্গে অনুসন্ধানকারী পদ্ধতি থেকে প্রাপ্ত জ্ঞানের সংযোগ স্থাপন (correcting the explanation to the knowledge obtained from the investigating Process)

(v) ব্যাখ্যাকরণের জন্য যুক্তি ও বিচারবোধ গড়ে তোলা (creating an argument and justification for the explanation)

অনুসন্ধান পদ্ধতির মূলে আছে শিক্ষার্থীর অনুসন্ধানের স্পৃহা বা আগ্রহ। এই পদ্ধতিতে—

(1) শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন তথ্য সংগ্রহ করে অভিজ্ঞতা অর্জন করতে পারে।

(2) শিক্ষার্থীরা নিজেরাই প্রশ্ন তৈরি করে এবং যুক্তিগ্রাহ্য ব্যাখ্যা দানের মাধ্যমে উত্তর দেওয়ার চেষ্টা করে।

(3) নতুন নতুন প্রশ্নের সৃষ্টি হয় এবং উত্তর খোঁজার কাজও শুরু হয়।

(4) এই পদ্ধতি তথ্য প্রমাণসহ সঠিক প্রশ্ন করতে শেখায়। পরবর্তী পর্যায়ে প্রশ্নগুলির উত্তর অনুসন্ধান করতে এবং প্রাপ্ত উত্তরকে বিশ্লেষণ করতে শেখায়।

(5) শিক্ষার্থীরা পূর্বের ধারণা ও জ্ঞানের সাহায্যে অনুসন্ধান করে। ফলে পূর্বের ধারণার বাস্তব মূল্যায়ন হয় এবং নতুন জ্ঞান সংগৃহীত হয়।

(6) এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীরা তাদের নিজেদের চিন্তাধারা আদান প্রদানের সুযোগ পায়।

6.4.4 কাঠামোগত শিখন (Structuring learning) :

এই শিখন পদ্ধতিতে একটি সমস্যাকে ছোটো ছোটো ধাপে ভেঙে ফেলা হয়। গণিত শিখনে এই পদ্ধতি বিশেষভাবে ব্যবহৃত হয়। শিক্ষার্থীদের নিকটবর্তী ক্ষেত্র বা তাদের উন্নয়নের জোন থেকে একটি পর্যায় শুরু করা যেতে পারে।

সমস্যা সমাধান ও প্রকল্প পদ্ধতির মতো কাঠামোগত শিখন তত্ত্ব বা পদ্ধতিকে বিশ্লেষণ করলে মোট ছয়টি প্রধান উপাদান পাওয়া যায় যেগুলি নিম্নরূপ :

(1) একটি ক্ষেত্র বা ডোমেন নির্ধারণ করা হয়।

(2) পূর্বের শিখন বা নতুন ডোমেন থেকে সমস্যা নির্বাচন করা হয়।

(3) প্রতিটি সমস্যা সমাধানের সঠিক পদ্ধতি শনাক্ত করা যায়

(4) সব সমস্যার সমাধানে একটি সেট তৈরি করা হয়, উচ্চতর নিয়ম তৈরি করা হয় এদের পুনরাবৃত্তি করা হয় এবং একত্রিত করা হয়।

(5) সেটগুলির একত্রীকরণ ও সরলীকরণ করা হয়।

(6) নতুন সমস্যার সমাধান করা হয় এবং উচ্চতর অর্ডার ব্যবহার করা হয়।

সমস্যা সমাধানের উচ্চতর অর্ডার অনুযায়ী নিয়ম তৈরি করা হয় এবং পুনরাবৃত্তি নিয়ম একত্রিত করা হয়।

উদাহরণ 1 :

বিয়োগের সমস্যা ঃ 345 – 121

নিয়ম :

১) প্রথমে নম্বরগুলি/সংখ্যাগুলিকে কলামে সাজাতে হবে

২) এককের কলামে 5 থেকে 1 বাদ দিতে হবে

দশকের কলমে 4 ,, 2 ,, ,, ,,

শতকের কলমের বিয়োগ হবে।

শতক	দশক	একক
3	4	5
– 1	2	1
2	2	4

উদাহরণ 2 : অনেক সময় বিয়োগের ক্ষেত্রে ধার করা পদ্ধতি (Take away method), সরল ধার (Simple borrowing) বা পৃথকীকরণ (Decomposition)-এর সাহায্য নিতে হয়।

যেমন— 54 – 38 এভাবে করা হয়।

দশক	একক
5	4
– 3	8

দশক	একক
5	4 + 10
–(3 + 1)	8

দশক	একক
5	14
– 4	8
1	6

এটি (Borrow & repayment method) নামে পরিচিত।

6.4.5 গণিতে ম্যানিপুলেটিভ ব্যবহার (Activities Using Manipulative) :

ম্যানিপুলেটিভ হল ফিজিক্যাল অবজেক্ট বা ভৌত বস্তু যা শিক্ষার্থীদের হাত দিয়ে ছুঁয়ে, নাড়াচাড়া করে এবং পরীক্ষা করে গণিতের ধারণা বুঝতে সাহায্য করে। এগুলি শিশুদের জন্য জটিল গণিতের বিষয়গুলিকে সহজ এবং আকর্ষণীয় করে তোলে। বিশেষ করে প্রাথমিক স্তরের শিক্ষায়, ম্যানিপুলেটিভস শেখার প্রক্রিয়াকে আরও কার্যকর করে তোলে। এগুলি শিক্ষার্থীদের হাতেকলমে কাজ করার মাধ্যমে গণিতের ধারণা বোঝায়। ম্যানিপুলেটিভ ব্যবহার করলে জটিল ধারণাগুলি সহজে বোঝা যায় এবং শিখন আকর্ষণীয় হয়ে ওঠে।

সাধারণ ম্যানিপুলেটিভের উদাহরণ :

- গণনা এবং সংখ্যা চিনতে শেখার জন্য কাউন্টিং ব্লকস
- যোগ এবং বিয়োগ শেখানোর জন্য মুদ্রা
- জ্যামিতির জন্য ট্যাংগ্রাম বা প্যাটার্ন ব্লকস (ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, ষড়ভুজ ইত্যাদি)
- সংখ্যা লাইন
- স্থানীয় মান শেখাবার জন্য বেস-১০ ব্লক (একক, দশক, শতক ......)
- ভগ্নাংশ টাইলস বা ভগ্নাংশ বল
- মাপার যন্ত্র (স্কেল, মাপার ফিতা, পরিমাপের পাত্র ইত্যাদি)
- গুণ এবং ভাগের জন্য এরেটাইলস বা লেগো ব্লকস

ম্যানিপুলেটিভ ব্যবহার করে শিশুরা হাতে কলমে কাজ করার মাধ্যমে শেখে, যা তাদের শেখার আগ্রহ বাড়ায় এবং সমস্যা সমাধানের দক্ষতা তৈরি করে।

গণিতে ম্যানিপুলেটিভ ব্যবহার করার কার্যকলাপের উদাহরণ

1. গণনা এবং প্রাথমিক যোগ-বিয়োগ

- ম্যানিপুলেটিভ : বোতাম বা ছোটো খেলনা।
- কার্যকলাপ :
    - শিক্ষার্থীদের নির্দিষ্ট সংখ্যার বস্তু দিতে হবে (যেমন, 5টি বোতাম)।
    - যোগের জন্য : দুটি গ্রুপ মিশিয়ে (যেমন, 3টি বোতাম এবং 2টি বোতাম) মোট সংখ্যা গণনা করতে বলতে হবে (যেমন, $3 + 2 = 5$)।
    - বিয়োগের জন্য : একটি গ্রুপ থেকে নির্দিষ্ট সংখ্যক বস্তু সরিয়ে বাকিগুলি গণনা করতে বলতে হবে (যেমন, $5 - 2 = 3$)।

শিক্ষার্থীরা পরিমাণ এবং যোগ-বিয়োগের ধারণা স্পষ্টভাবে বুঝতে পারে।

2. পরিমাপ

ম্যানিপুলেটিভ : রুলার, মাপার ফিতা এবং পাত্র।

- কার্যকলাপ :
    - স্কেল বা মাপার ফিতা দিয়ে শিক্ষার্থীদের ক্লাসরুমের বস্তু পরিমাপ করতে বলতে হবে।
    - পাত্র এবং মাপার কাপ ব্যবহার করে জল বা বালির পরিমাণ মাপতে বলা যেতে পারে।

শেখার ফলাফল :

পরিমাপের ধারণার সাঙ্গে বাস্তব জীবনের সংযোগ ঘটে।

ম্যানিপুলেটিভ ব্যবহারের উপকারিতা ঃ

1. জটিল গণিত ধারণাকে দৃশ্যমান এবং সহজ করে তোলে।
2. শিশুরা হাতেকলমে কাজ করে শিখতে পারে।
3. চাক্ষুষ (visual) এবং ব্যাবহারিক (Practical) শেখার জন্য উপযোগী।
4. শিশুরা স্বাধীনভাবে ধারণাগুলি অন্বেষণ করতে পারে ফলে তাদের আত্মবিশ্বাস বাড়ে।
5. ম্যানিপুলেটিভ ব্যবহার করে গণিত শেখানো সহজ এবং মজাদার হয়, যা শিশুদের শেখার প্রতি আগ্রহ বাড়ায়।

6.4.6 গণিতে গল্প সমস্যা (Story Problem) :

গণিতে গল্প সমস্যা যা শব্দ সমস্যা হিসাবেও পরিচিত, এমন সমস্যা যা গাণিতিক পরিস্থিতি বা ধারণাকে বাস্তব জীবনের পরিপ্রেক্ষিতে উপস্থাপন করে। এই ধরনের সমস্যা শিক্ষার্থীদের বাস্তব ঘটনা বা পরিস্থিতিকে গাণিতিক অভিব্যক্তি বা সমীকরণে রূপান্তর করতে সহায়তা করে এবং বিমূর্ত গাণিতিক ধারণাগুলিকে বাস্তব দৃষ্টিতে প্রয়োগ করতে উৎসাহিত করে। গল্প সমস্যাগুলি গণিত শেখানোর পাশাপাশি পাঠোদ্ধার ও যৌক্তিক চিন্তাভাবনার দক্ষতাও বাড়ায়।

গল্প সমস্যার বৈশিষ্ট্য

1. বাস্তব জীবনের প্রাসঙ্গিকতা :
   - গল্প সমস্যায় বাস্তব জীবনের উদাহরণ ব্যবহার করা হয় (যেমন— কেনাকাটা, ভাগাভাগি, ভ্রমণ)।
   - উদাহরণ : "একটি পেনসিলের দাম 5 টাকা। তুমি 4টি পেনসিল কিনলে মোট কত টাকা লাগবে?"
2. সমালোচনামূলক চিন্তা :
   - শিক্ষার্থীরা কোন তথ্য গুরুত্বপূর্ণ এবং কোনটি অপ্রয়োজনীয় তা চিহ্নিত করে।
3. ধারণার প্রয়োগ :
   - গল্প সমস্যার মাধ্যমে যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ, ভগ্নাংশ বা জ্যামিতির মতো গণিতের ধারণা ব্যবহার করতে হয়।
4. ধাপে ধাপে চিন্তা :
   - অনেক গল্প সমস্যা একাধিক ধাপে সমাধান করতে হয়, যা শিক্ষার্থীদের যৌক্তিক চিন্তাভাবনার দক্ষতা বাড়ায়।

গল্প সমস্যা সমাধানের ধাপ

1. সমস্যা পড়া এবং বোঝা :
   - পুরো সমস্যাটি ভালো করে পড়ে বোঝার চেষ্টা করতে হবে। কী চাওয়া হয়েছে, কী উত্তর প্রয়োজন এবং কী একক হবে, কোন প্রক্রিয়া (যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ) ব্যবহার করতে হবে সেটা ঠিক করতে হবে। মূল তথ্যগুলি চিহ্নিত করতে হবে।
2. গুরুত্বপূর্ণ তথ্য চিহ্নিত করা : প্রাসঙ্গিক তথ্য এবং সংখ্যাগুলির একটি তালিকা তৈরি করতে হবে।
3. গণিতের সমীকরণ তৈরি করা :
   - শব্দের সমস্যাকে গাণিতিক সমীকরণে রূপান্তর করতে হবে।
4. সমীকরণ সমাধান করা :
   - ধাপে ধাপে প্রয়োজনীয় কৌশল বা পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমীকরণটি সমাধান করতে হবে।
5. মূল্যায়ন :
   - সমাধানটি বাস্তব জীবনের পরিস্থিতির সাথে মানানসই কিনা তা যাচাই করতে হবে। প্রশ্নটি পুনরায় পড়ে উত্তরের সঙ্গে কাহিনির সংযোগ ঠিক আছে কিনা এবং হিসাবটি সঠিক কিনা যাচাই করতে হবে।

গণিতে গল্প সমস্যার উদাহরণ ঃ

1. যোগের উদাহরণ :

   "রবি 8টি আম পেয়েছে, এবং তার বন্ধু তাকে আরও 5টি আম দিয়েছে। রবির কাছে মোট কতগুলি আম হল?"

   - সমাধান : $8 + 5 = 13$টি আম।

2. গুণের উদাহরণ :

"একটি বাক্সে 6টি বিস্কুটের প্যাকেট রয়েছে, প্রতিটি প্যাকেটে 10টি করে বিস্কুট আছে। মোট কতগুলি বিস্কুট রয়েছে?"

- সমাধান : 6 × 10 = 60টি বিস্কুট।

3. ভাগের উদাহরণ :

"একজন শিক্ষকের কাছে 20টি পেনসিল আছে। তিনি এগুলি 4জন শিক্ষার্থীর মধ্যে সমানভাবে ভাগ করতে চান। প্রতিটি শিক্ষার্থী কতগুলি করে পেনসিল পাবে?"

- সমাধান : 20 ÷ 4 = 5টি পেনসিল।

4. একাধিক ধাপের উদাহরণ :

"সীতা 3টি পেন কিনেছে যার প্রতিটির দাম 10 টাকা এবং 2টি নোটবুক কিনেছে যার প্রতিটির দাম 15 টাকা। সীতার মোট খরচ কত?"

- সমাধান :

  পেনের খরচ = 3×10 = 30 টাকা

  নোটবুকের খরচ = 2 × 15 = 30 টাকা

  মোট খরচ = (30 + 30) টাকা = 60 টাকা

৫. ভগ্নাংশের উদাহরণ :

"একটি পিজ্জা 8টি টুকরোতে ভাগ করা হয়েছে। রমেশ 3টি টুকরো খেল। পিজ্জার কত অংশ বাকি আছে?"

- সমাধান :

  খাওয়া অংশ = 3/8

  বাকি অংশ = 1 – 3/8 = 5 /8

গল্প সমস্যার গুরুত্ব :

শিক্ষার্থীরা গণিতের ব্যাবহারিক দিকটি বুঝতে পারো

পড়া এবং গণিতের সমন্বয়ে শিখন দক্ষতা বৃদ্ধি পায়।

- তথ্য বিশ্লেষণ এবং ক্রমান্বয়ে সমাধান করার দক্ষতা তৈরি হয়।
- শিক্ষার্থীদের যৌক্তিক চিন্তাশক্তি এবং কৌশল বা পদ্ধতি ব্যবহারের দক্ষতা বৃদ্ধি পায়।

গল্প সমস্যা শিক্ষার্থীদের গণিতের তাত্ত্বিক জ্ঞানকে বাস্তব জীবনের সঙ্গে সংযোগ করতে সাহায্য করে। এটি শুধু সংখ্যা নিয়ে কাজ করা নয়, বরং যৌক্তিক চিন্তা এবং সমস্যার সমাধানের দক্ষতাও বাড়ায়।

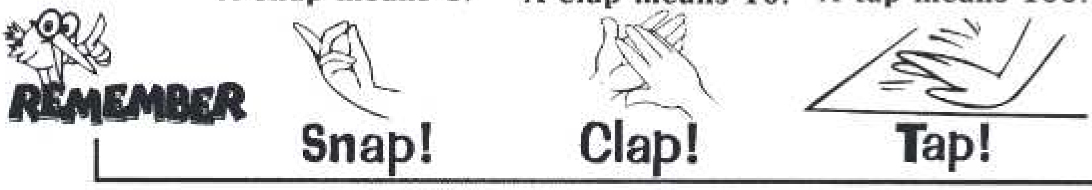
6.4.7 গণিতের খেলা (Games) :

প্রচলিত গণিত শিক্ষাদান ব্যবস্থায় শিশুর ক্লান্তি আসে। অধিকাংশ শিশু গণিত শ্রেণিতে নীরব শ্রোতা হয়ে থাকে। কারণ গণিতের মধ্যেকার বিমূর্ত বিষয় শিশুর কাছে অর্থহীন হয়ে পড়ে। কিন্তু খেলার মধ্য দিয়ে গণিত শিখলে এই পরিস্থিতি এড়ানো যায়।

আধুনিক মনোস্তত্ত্বে বলা হয়েছে — শিশুর খেলা নিছক সময় ও শক্তির অপচয় নয়। খেলা শিশুর একটি গুরুত্বপূর্ণ কাজ। খেলা আসলে দাঁড়িয়ে আছে আত্মসক্রিয়তা তত্ত্বের ওপর ভর করে। সকল শিশুই খেলা ভালোবাসে। খেলার মধ্য দিয়ে সে অন্তর্নিহিত শক্তির বিকাশ ঘটায়। আধুনিক শিক্ষার বৈশষ্ট্য হল শিশু কেন্দ্রিকতা। শিশুর ইচ্ছা, আগ্রহ, ক্ষমতা ও প্রবণতা অনুযায়ী শিক্ষা ব্যবস্থা নির্ধারিত হবে। খেলা হল স্বতঃস্ফূর্ত, সৃজনশীল, আনন্দদায়ক একটি ক্রিয়া।

Tap-clap-snap

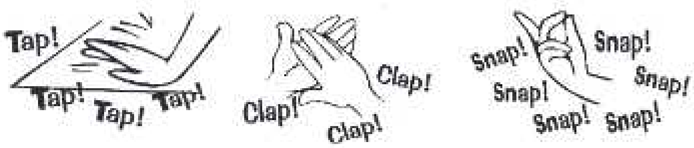
A snap means 1. A clap means 10. A tap means 100.



How much?

= 235

= 324



= 436

= 630

= 200

Play the tap-clap-snap game in class.

খেলার মাধ্যমে গণিতের বিভিন্ন ধারণা ও প্রক্রিয়াকে বাস্তবধর্মী ও অর্থপূর্ণ করা সম্ভব। খেলার মাধ্যমে গণিত শিক্ষাকে খেলাভিত্তিক শিখন পদ্ধতি বলে।

খেলাভিত্তিক শিক্ষার মাধ্যমে শিশুর নিম্নলিখিত আচরণগুলির বিকাশ ঘটে —

(i) স্বতঃস্ফূর্ত আচরণ

(ii) পূর্ববর্তী মানুষের কর্মপ্রবাহ

(iii) কল্পনা প্রবণতা

(iv) সৃজনশীলতা

(v) জীবনের সক্রিয়তা গঠন

(vi) বৈচিত্র্যময় প্রতিযোগিতামূলক জীবন তৈরি

(vii) দেহমনের চর্চা

(viii) সংযত আচরণ ও শৃঙ্খলাবোধ

গাণিতিক খেলাভিত্তিক পদ্ধতির গুরুত্ব :

(i) খেলা শিশুদের স্বতঃস্ফূর্ত ক্রিয়া, শক্তি ও প্রেষণার উৎস। তাই খেলাভিত্তিক পদ্ধতিতে গণিত শিক্ষা হলে শিখনে আগ্রহ ও মনোযোগ বৃদ্ধি পায়।

(ii) গণিতের মধ্যেও খেলার স্থান থাকায় গণিত ভীতি দূর হয়। বিদ্যালয়ের কার্যাবলিকে শিশু ভালোবাসে বলে সে নিয়মিত বিদ্যালয়ে আসতে চায়।

(iii) গাণিতিক খেলার মধ্য দিয়ে বিমূর্ত ধারণাগুলি মূর্ত হয়ে ওঠে। ফলে শিখনে শিশু আনন্দ পায় ও শিক্ষাগ্রহণে অধিকতর আগ্রহী হয়।

(iv) গাণিতিক খেলার মাধ্যমে ভয়, রাগ, ঘৃণা প্রভৃতি ক্ষতিকারক প্রক্ষোভগুলিকে সহজে সুপথে চালিত করা যায়।

(v) গণিত অনুশীলন অপরিহার্য। অনুশীলনে গাণিতিক খেলা পদ্ধতি ব্যবহৃত হলে গণিত বিষয়ে শিশুর একঘেয়েমি আসার সম্ভাবনা থাকে না।

(vi) এই পদ্ধতি প্রয়োগ হয় চার দেওয়ালের গন্ডির বাইরে মুক্ত পরিবেশে। ফলে শিশুর শিখন পরিবেশের মধ্যে স্বাভাবিকভাবেই বটে নিছক এই পদ্ধতিতে শিশুরা লেখাপড়াকে আনন্দ সহকারে গ্রহণ করে। ফলে শিখন বিষয়ের অর্জিত ধারণা সহজ, সুস্পষ্ট ও দীর্ঘস্থায়ী হয়।

(vii) একাধিক ইন্দ্রিয়ের ব্যবহারের ফলে গণিত শিখন অধিকতর স্পষ্ট ও বাস্তবসম্মত হয়।

(ix) এই পদ্ধতিতে বিশেষ করে প্রথম ও দ্বিতীয় শ্রেণিতে শিশু সক্রিয়তা নীতি অনুসৃত হয়। সক্রিয়তাবাদের সমস্ত সুফল এক্ষেত্রে পাওয়া যায়।

(x) গাণিতিক খেলার মধ্য দিয়ে শিশুর কিছু প্রকৃতি যেমন— কৌতূহল, নির্মাণ, সংরক্ষণ ইত্যাদি সার্থকভাবে বিকশিত হয়।

(xi) খেলার মাধ্যমে গণিত শিক্ষায় শিশু স্বাভাবিকভাবে শিক্ষা পায় বলে শিখন সঞ্চালনের কাজটি সহজ হয়।

(xii) স্বল্পবুদ্ধি সম্পন্ন শিশুরা এই পদ্ধতিতে বিশেষভাবে উপকৃত হয়।

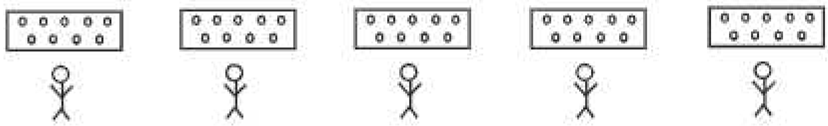
উদাহরণ বা শ্রেণিকক্ষে প্রয়োগ :

শ্রেণি — প্রথম

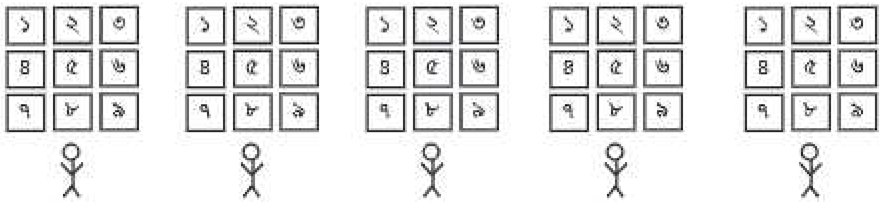
বিষয় — গণিত

পাঠ — সংখ্যা ও সংখ্যার প্রতীক

পদ্ধতি : (1) একটি সারিতে শিশুরা পাশাপাশি খানিকটা করে ফাঁকা রেখে দাঁড়াবে। একটু দূরে প্রত্যেকের সোজাসুজি মার্বেল থাকবে। শিক্ষক যত সংখ্যক মার্বেল আনতে বলবেন শিক্ষার্থীরা তত সংখ্যক মার্বেল নিয়ে পূর্ব স্থানে আসবে। খেলা শেষে শিক্ষক সঠিক সংখ্যক মার্বেল কে কে এনেছে ও কে কে আগে এসেছে সেই অনুযায়ী খেলায় প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় স্থান নির্বাচন করবেন।



(2) একটি সারিতে শিশুরা পাশাপাশি একটু দূরে দাঁড়াবে। প্রত্যেকে সোজাসুজি একাধিক সংখ্যার কার্ড সাজানো থাকবে। শিক্ষক নির্দিষ্ট সংখ্যার কার্ড ছুটে গিয়ে নিয়ে আসতে বলবেন। বাঁশি দিয়ে খেলা আরম্ভ হবে। ক্রমানুসারে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় নির্বাচিত হবে।



6.4.8 বিদ্যালয় বহিস্থ কার্যকলাপ ও বাস্তব পরিস্থিতি (Outdoor Activities and Real Life Situations) :

Out door activities-এর অঙ্গ হল বিদ্যালয়ের গণ্ডী পেরিয়ে বাইরে বিভিন্ন ধরনের activity। আগে বিশ্বাস করা হত যে, জ্ঞানের অনুশীলনের জন্য ভাবগম্ভীর পরিবেশের প্রয়োজন। তাই বিদ্যালয়গুলিকে কঠোর নিয়ম নিষেধের জালে আবদ্ধ করা হত। প্রাচীন শিক্ষা ব্যবস্থার বিরুদ্ধে প্রথম সোচ্চার হয়েছিলেন ফরাসি চিন্তাবিদ রুশো। তাঁর মতে, শিশুরা স্বাভাবিক পরিবেশের মধ্যে স্বভাব অনুযায়ী প্রকৃতির সঙ্গে সক্রিয়ভাবে অংশগ্রহণ করে শিক্ষালাভ করবে। বর্তমানে শিক্ষাক্ষেত্রে ব্যাপক পরিবর্তন এসেছে। শিক্ষার জন্য শিশু নয়, শিশুর জন্যই শিক্ষা। তাই একদিকে শিশুকে শিক্ষার কেন্দ্রবিন্দুতে রাখা যেমন আধুনিক শিক্ষা পদ্ধতির একটি মূল নীতি, অপরদিকে তেমনি শিশুর অভিজ্ঞতাকে কাজে লাগিয়ে শিশু শিক্ষার ব্যবস্থা করা আধুনিক শিক্ষার একটি গুরুত্বপূর্ণ নীতি।

জীবনকেন্দ্রিক অবস্থা বা সমস্যা শিক্ষার্থী বা ব্যক্তি স্বাভাবিক পরিবেশ, বাস্তব পরিবেশ বা সামাজিক পরিবেশে স্বতঃস্ফূর্তভাবে সমাধান করবে কিছু নীতি অনুসরণ করে —

(i) স্বতঃস্ফূর্ততার নীতি : শিক্ষার্থীরা নিজেরা কাজ সম্পূর্ণ করে সিদ্ধান্ত নেয়। ফলে তাদের মধ্যে স্বতঃস্ফূর্ততা দেখা দেয়।

(ii) উদ্দেশ্যের নীতি : বাস্তব জীবন এমন হওয়া উচিত যা শিক্ষার্থীদের আগ্রহ সঞ্চারে সক্ষম হয় ও কাজটি যেন উদ্দেশ্যমূলক হয়।

(iii) সক্রিয়তার নীতি : শিক্ষার্থী চুপচাপ না বসে থেকে সক্রিয়তার মধ্যে আনন্দ পায়। সক্রিয়তা শিশুর মধ্যে সৃষ্টি করার অনুপ্রেরণা জোগায়।

(iv) বাস্তবতার নীতি : বাস্তব জীবনের সঙ্গে সংগতি স্থাপন করে বলে একটি বাস্তবভিত্তিক হয়।

(v) সামাজিক অভিজ্ঞতার নীতি : সমাজের সকলের সহযোগিতা, চিন্তা ও কর্মের আদানপ্রদানের মাধ্যমে এই কাজের রূপদান সম্ভব হয়। বিদ্যালয়ের বাইরে বাস্তব জীবন পরিস্থিতিতে (Real life Situation) বিদ্যালয়ের সমস্ত শিক্ষার্থীদের গোষ্ঠীতে (group) ভাগ করে বিভিন্ন জীবনকেন্দ্রিক বিষয়ের ওপর গণিতের ব্যবহার করা যায়। যেমন— বাজার করা, পোস্ট অফিসে পাঠানো, হাসপাতালে গিয়ে গণিতভিত্তিক অভিজ্ঞতা অর্জন করানো, বিভিন্ন জিনিসের প্রকৃতি ও হিসাব, রেজিস্ট্রেশন করানো ইত্যাদি।

সপ্তাহের নির্দিষ্ট দিনে বিদ্যালয়ে শিক্ষার্থীদের গোষ্ঠীতে ভাগ করে বিভিন্ন বিষয় নিয়ে পরিকল্পনা, উদ্দেশ্য স্থাপন, কার্য সম্পাদন ও বিচারকরণের দ্বারা বাস্তব জীবনে গণিতকে বিদ্যালয়ের বাইরে ব্যবহার করা যেতে পারে।

বিদ্যালয় বহির্ভূত কাজে গণিতের ব্যবহার :

আমরা জানি গণিতের ব্যবহার মূল্য অপরিসীম। প্রতিটি মানুষের দৈনন্দিন জীবনে গণিতের সাধারণ প্রক্রিয়াগুলি ব্যবহার করতে হয়। এগুলি হল — সংখ্যা, ভগ্নাংশ, যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ, শতকরা, সুদ কষা, লাভ-ক্ষতি, ঐকিক নিয়ম ইত্যাদি পাটিগণিতের প্রক্রিয়া ছাড়াও বিভিন্ন জ্যামিতির বিষয় ব্যবহার করা হয়। বিদ্যালয় বহির্ভূত কাজে গণিত ব্যবহারের কিছু দিক হল—

(i) ব্যক্তির নিজের জন্য টাকা পয়সার হিসেব, জমা-খরচের হিসেব হয়।

(ii) বাজারে কেনাবেচার ক্ষেত্রে ওজনের বিভিন্ন পরিমাণ, দাম নির্ণয় ইত্যাদি।

(iii) ব্যাবসায়িক জীবনে লাভ-ক্ষতি ও শতকরার হিসাব ইত্যাদি।

(iv) বিভিন্ন পেশাগত কাজের হিসাবে গণিত লাগে। যেমন— ছুতোর মিস্ত্রির কাঠের মাপ, দর্জির জামাকাপড়ের মাপ ইত্যাদি। বিভিন্ন পেশার কাজকর্মের জন্য সময়ের হিসাবে গণিত লাগে।

(v) যানবাহনের গতিবেগ জানতে ও জ্বালানির খরচ নির্ধারণ করতে গণিতের ব্যবহার অপরিহার্য।

(vi) বাড়ি তৈরির সময় জায়গার পরিমাপ, খরচ ইত্যাদির হিসাব।

(vii) খেলার জন্য বিভিন্ন মাঠের পরিমাপ, ব্যবহার ও নকশা তৈরির ক্ষেত্রে।

(viii) কৃষিক্ষেত্রের বিভিন্ন খরচের হিসাব, সার, কীটনাশক ইত্যাদি প্রয়োগ পরিমাপের হিসাব ইত্যাদি।

(ix) অর্থ গচ্ছিত রাখার জন্য প্রাপ্ত বাড়তি টাকার হিসাব।

(x) শিল্পক্ষেত্রে লাভ-ক্ষতির হিসাব নিকাশ, কর্মচারী ও কাঁচামাল বাবদ খরচের হিসাব ইত্যাদি।

(xi) সময় জেনে বিভিন্ন কাজের জন্য প্রস্তুত হওয়া ইত্যাদি।

(xii) রান্নাঘরে রান্নার সময় রান্নার বিভিন্ন উপকরণের পরিমাপ, বিভিন্ন রান্নার সময়ের পরিমাপ ইত্যাদি।

এক কথায়, আমাদের জীবনের প্রতিটি পদক্ষেপে গণিত আমাদের সাথী, বন্ধু ও পথ প্রদর্শক।

6.5 সমবায় শিখন — পদ্ধতি বা সহযোগী শিখন পদ্ধতি (Cooperative Learning strategies or learning together technique)

সহযোগী শিক্ষণ বা Cooperative learning একটি পঠন-পাঠন কৌশল বা প্রক্রিয়া যাতে শিক্ষার্থী বিভিন্ন ধীশক্তির (Different levels of ability) ছোটো ছোটো দলে বিভক্ত হয়ে দলগতভাবে পারস্পরিক সহযোগিতার ভিত্তিতে শিক্ষার্থীরা নিজেরাই বিভিন্ন শিক্ষন কার্যাবলি ব্যবহার করে তাদের বিষয় জ্ঞানের ওপর বোধমূলক সামর্থ্যের বিকাশ ঘটাবে। [Cooperative learning is a successful teaching strategy in which small teams, each with students of different levels of ability use a variety of learning activities to improve their understanding of a subject] সমবায় শিখনের অর্থ হল নিজে শেখা এবং সঙ্গে সঙ্গে সহপাঠীদের শিখতে সাহায্য করা অথবা শেখার উপযোগী সহায়তা প্রদান করা।

ক্লাসের শিক্ষার্থীদের শিখন ক্ষমতা একরকম নয়। প্রত্যেক ছাত্রছাত্রীর দৈনন্দিন জীবনের অভিজ্ঞতা সমস্ত ছাত্রছাত্রীর বোধকে সমানভাবে উদ্দীপিত করে না। এই জন্য শিক্ষার্থীদের পারস্পরিক সহযোগিতা বা সমবায় শিখন বিশেষভাবে কার্যকর।

এরূপ শিখনে প্রত্যেকেই জানবে তার সাফল্য সকলের সমবেত প্রচেষ্টার ফল। প্রত্যেকের পারদর্শিতা অর্জনের জন্য সমবেতভাবে গর্ববোধ করে ও উদ্‌যাপনের বহিঃপ্রকাশ ঘটায়। অন্যভাবে বললে দাঁড়ায় আমরা সকলে অভিনন্দন জানাই তোমাদের সম্পাদিত কার্যের জন্য।

6.5.1 সমবায় বা সহযোগী শিখনের উপযোগিতা ও গুরুত্ব :

(i) সমবায় শিক্ষণ সম্পূর্ণভাবে শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক (Learner Centric) হওয়ায় এটি আধুনিক পঠন-পাঠন প্রক্রিয়ার অনুসারী।

(ii) পারস্পরিক সহযোগিতার মাধ্যমে শিক্ষার্থীর শিখন খুব ভালো হয়।

(iii) এই শিখন প্রক্রিয়া শিক্ষার্থীর ধারণ ক্ষমতার উন্নতি ঘটায়।

(iv) সমবায় শিখন শিক্ষার্থীকে শিখনে ও পারদর্শিতা অর্জনে উন্নীত করে।

(v) এই শিখনে নিজেকে শিখতে সাহায্য করে এবং দলের সদস্যদের শেখার উৎসাহ বৃদ্ধি করে ও দক্ষতা বাড়ায়।

(vi) সমবায় শিখনে প্রত্যেক সদস্যের আত্মবিশ্বাস বাড়ে এবং ক্রমশ স্বনির্ভর হয়ে ওঠে।

(vii) এই প্রক্রিয়ার মধ্যে দিয়ে শিক্ষার্থীর আত্মাভিমান (নিজের সম্পর্কে ভালো মতামত বৃদ্ধি পায়)।

(vii) ব্যক্তি সাফল্যের পরিবর্তে সমবায় সাফল্য — এই অনুভূতি গড়ে ওঠে যা সমাজজীবনের একটি প্রধান স্তম্ভ।

(ix) সুস্থ প্রতিযোগিতার মনোভাব গঠিত হয়।

(x) শিক্ষার্থীরা বিকাশের সর্বোচ্চ স্তরে পৌঁছাতে পারে — কারণ এক্ষেত্রে পারস্পরিক সহযোগিতা ও ভাব বিনিময়ের মাধ্যমে শিখন ঘটে।

(xi) স্বতঃস্ফূর্ত সম্মিলিত পরিবেশে শিখন কার্য সম্পন্ন হয়।

(xii) শিক্ষার্থীর মৌলিক যোগাযোগ দক্ষতা (oral communication skill) বিকশিত হয়।

6.5.2 কী কী ভাবে সমবায় শিখন হতে পারে :

ছাত্রীছাত্রীদের জ্ঞাত তথ্যগুলির আদানপ্রদানের মাধ্যমে —

- একত্রে তথ্য সংগ্রহ করে।
- একজনের ভুল অন্য জনের দ্বারা সংশোধনের মাধ্যমে।
- একজনের দুর্বলতম জায়গাগুলি অপরের দ্বারা আলোকপাতের বা অভিজ্ঞতা দ্বারা ফলপ্রসূ ব্যাখ্যা দানের মাধ্যমে।
- ব্যর্থতার সময় দলের অন্য সদস্যের সাহস ও উদ্দেশ্য যোগানোর চেষ্টার মাধ্যমে।
- সমবেত সকলের সম্মিলিত চেষ্টা থেকে সকলের শিখনের মাধ্যমে।

6.5.3 সমবায় বা সহযোগী শিখনের শর্ত বা উপাদান :

নিম্নলিখিত উপধারাগুলি কার্যকরী হলে সমবায় শিখন সার্থক হয়।

(1) পারস্পরিক প্রতিক্রিয়া (Intraction) **:**

প্রত্যেকে অপরের সাফল্যের জন্য উদ্দীপ্ত হবে।

- একজনের জ্ঞান অন্যদের মধ্যে সঞ্চারিত হবে।
- পূর্ব-শিখনের সাঙ্গে বর্তমান শিখনের সংযোগ ঘটাতে হবে।
- সমস্যা সমাধানের উপায়গুলি নিজেদের মধ্যে আলোচনা করবে ও মৌখিকভাবে ব্যাখ্যা করবে।
- নিজের বোধগম্যতা অন্যদের দিয়ে যাচাই করতে হবে।

(2) পারস্পরিক নির্ভরশীলতা— (Positive Interdependance) **:**

- দলগত উন্নতিতে প্রত্যেক সদস্যের প্রচেষ্টা প্রয়োজনীয় ও অপরিহার্য।
- যৌথ কর্মপ্রচেষ্টায় প্রতিটি সদস্যের নিজস্ব অবদান থাকে কারণ এতে প্রত্যেকের কাজ করার দায়িত্ব থাকে।

(3) ব্যক্তিগত ও দলগত বাধ্যবাধকতা (Individual and Group Accountability) :

- দলের আকার (Size) যত ছোটো হবে প্রত্যেকের দায়িত্ববোধ তত বাড়বে।
- প্রতিটি শিক্ষার্থীর জন্য পৃথক পরীক্ষা ব্যবস্থা থাকবে।
- প্রতিজনের ধারণার বিনিময় ঘটবে।
- দলগত কাজ বা ধারণা গঠনে প্রতিটি সদস্যের অবদান লিখিত থাকবে।

(4) ব্যক্তিগত ও ছোটো দলগত দক্ষতা (Interpersonel and small group skiller) :

যে সামাজিক গুণগুলি গড়ে উঠবে তা হল—

a. নিজস্ব সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষমতা অর্জিত হবে

b. দায়িত্ববোধ গঠিত হবে

c. নেতৃত্ব দেওয়ার ক্ষমতা লাভ করবে।

d. দলগতভাবে কাজের দক্ষতা বাড়বে।

e. পারস্পরিক যোগাযোগ ও ভাব বিনিময় করার ক্ষমতা বাড়বে।

(5) দলগত কার্যধারা (Group Processing) :

(i) কাজটি সুসম্পন্ন করার জন্য দলের সদস্যরা— নিজেদের মধ্যে আলাপ-আলোচনা করবে এবং লক্ষ্যপূরণে উদ্যোগী হবে।

(ii) যে সমস্ত আচরণগুলি অপ্রয়োজনীয় সেগুলি বাদ দিতে হবে এবং যে সমস্ত আচরণের উন্নতি সাধন দরকার তার ব্যাপারে সিদ্ধান্ত নিতে পারবে।

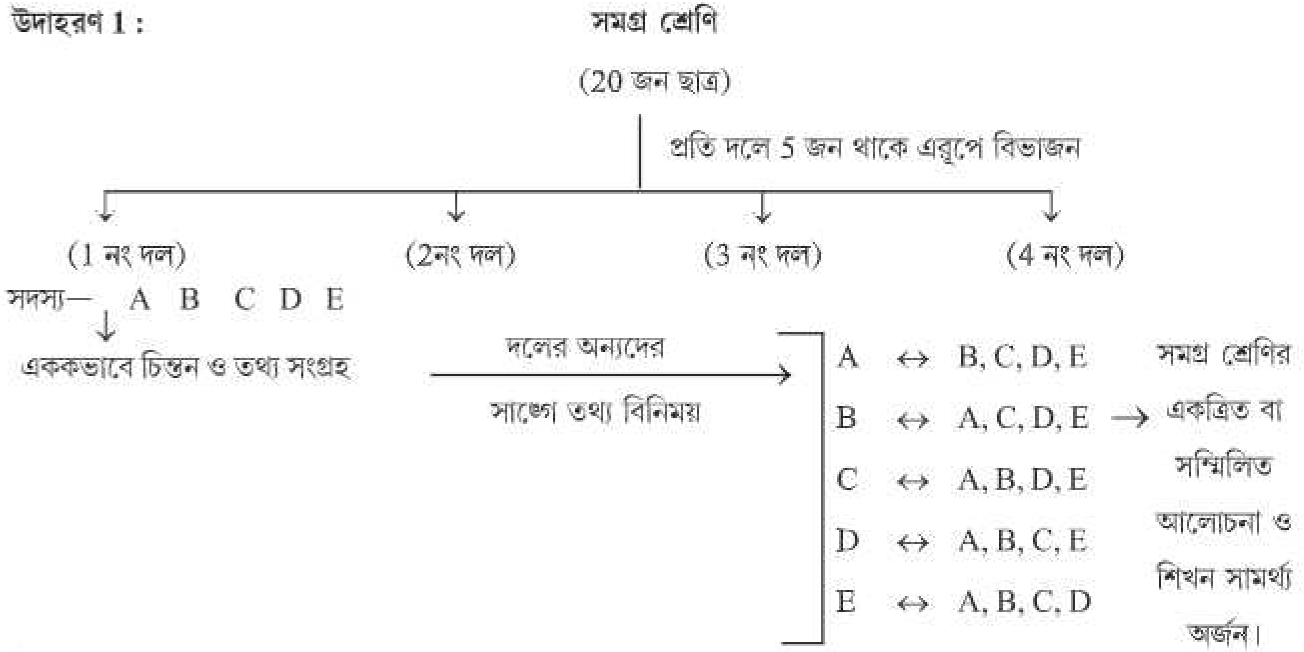
(iii) দলের সদস্যদের মধ্যে যাদের কাজোপযোগী তা উল্লেখ করতে হবে এবং যাদের কাজ অনুপোযোগী তাও বর্ণনা করতে হবে।

6.5.4 সমবায় শিখনের প্রয়োগ :

কয়েকটি উদাহরণ-এর সাহায্যে শিখন পদ্ধতির প্রয়োগ দেখানো হল।

- **Jigsaw Method :** প্রথমে শ্রেণির সমস্ত শিক্ষার্থীদের 5 জনের কয়েকটি ছোটো ছোটো দলে ভাগ করা হবে যাতে বিভিন্ন মেধার শিক্ষার্থী থাকবে এবং প্রতিটি দলের জন্য পৃথক পৃথক বিষয় বণ্টন করা হবে। অর্থাৎ সমস্যা সমাধানের ভার দেওয়া হবে। প্রতিটি দল তাদের সদস্যদের তাদের নিজস্ব শিখন অভিজ্ঞতা ও কর্মপদ্ধতি থেকে উপযুক্ত তথ্য সংগ্রহ করবে। পরে একে বাকি অন্য সদস্যদের মধ্যে নিজের শিখন সামর্থ্য জানাবে ও অর্জিত জ্ঞানের বিনিময় ঘটাবে। এরূপে সমস্ত জনের আলোচনা ও জ্ঞানের বিনিময়ের পর সমস্ত একত্রিত হয়ে একসঙ্গে পাঠদানের মাধ্যমে নতুন শিখন অভিজ্ঞতা আলোচনার মাধ্যমে সঠিক শিখন সামর্থ্য অর্জন করে।

উদাহরণ 1 :



উদাহরণ 2 : চিন্তা জোড় গঠন— বিনিময় পদ্ধতি

উত্থাপিত সমস্যা : ৭ − ৫ + ১ বা 7 − 5 + 1

1 ম স্তর : সমস্ত শিক্ষার্থীকে পৃথক-পৃথকভাবে সমস্যা সমাধানের প্রক্রিয়াটি ঠিক করতে বলা হবে।

2 য় স্তর : এবার দুজনের জুটি তৈরি করে যেমন (A, B), (C, D), (E, F), (G, H) .... প্রতি জুটির দুজনের মধ্যে আলোচনা করে সমস্যাটির সমাধান ও সমাধানের নিয়মটি তৈরি করতে বলা হবে।

সম্ভাব্য সমাধান :

(i) $7 - 5 + 1 = 2 + 1 = 3$

(ii) $7 - 5 + 1 = 7 + 1 - 5 = 8 - 5 = 3$

3য় স্তর : পুরাতন জুটি ভেঙে নতুন জুটি যেমন (A, C), (B, D) (E, G), (F, H)........... প্রভৃতি তৈরি করে নিজেদের মধ্যে পৃথকভাবে আলোচনা করে সমাধানের উপায় বের করতে বলা হবে।

4র্থ স্তর : এই স্তরে সকলে মিলে আলোচনা করে সমাধানের সঠিক নিয়মটি ঠিক করবে।

সরলীকরণের নিয়ম মেনে নিয়মটি নির্ধারিত হবে।

নিয়ম : প্রথমে যোগ পরে বিয়োগ করা যাবে।

6.6 গণিত শিখনের তত্ত্ব : পিঁয়াজে, ভাইগট্স্কি, ব্রুনার ও ডাইনসের তত্ত্ব (Theory of Mathematics Learning : Piaget, Vygotsky, Burner, Dienes)

6.6.1 জঁ পিঁয়াজের (Jean Piaget) গণিত শিক্ষণের তত্ত্ব :

পিয়াজেঁ বৌদ্ধিক বিকাশের স্তরকে 4টি ভাগে ভাগ করেছেন।

i) **সংবেদন সঞ্চালন স্তর বা Psychomotor বা Sensorimotor Stage (0-2 বছর) :**

শিক্ষার্থীরা দেখা, চোষা, ধরা, শোনা এবং পরিবেশকে বুঝতে শুরু করে মানসিক প্রতিক্রিয়ার দ্বারা।

পুনরাবৃত্তি, সামান্যীকরণ, পৃথকীকরণ ইত্যাদির মাধ্যমে নতুন নতুন পরিস্থিতিতে অভিযোজন করতে পারে।

ii) **প্রাক্ ক্রিয়াশীল স্তর বা Pre-operational Stage (2-7 বছর) :**

শিক্ষার্থীরা ভাষা ও সংকেত ব্যবহার শুরু করে। ছোটো-বড়ো, কম-বেশি ইত্যাদি সম্পর্কে ধারণা গড়ে উঠলেও নির্দিষ্টভাবে পার্থক্য করতে পারে না। যেমন :— যে লম্বা সে বড়ো ইত্যাদি।

iii) **মূর্ত ক্রিয়াশীল স্তর বা Concrete Operational (7-11 বছর) :** শিক্ষার্থীরা বাস্তব উদাহরণ বুঝতে পারে এবং যোগ-বিয়োগ, গুণ-ভাগের মতো কাজ শিখলে করতে পারে। শ্রেণিবিভাগ, পার্থক্য, সরলীকরণ ইত্যাদি করতে পারে। অবরোহী চিন্তা করতে পারে।

iv) **প্রত্যক্ষ ক্রিয়াশীল স্তর বা Formal Operational (11+ বছর) :** শিক্ষার্থীদের বিমূর্ত চিন্তার এবং আরোহী চিন্তনের ক্ষমতা গড়ে ওঠে, যা বীজগণিত বা জ্যামিতি বোঝার জন্য প্রয়োজন। সমস্যার সমাধান এবং যুক্তিনির্ভর চিন্তনে অভ্যস্ত হয়ে ওঠে।

জ্ঞানমূলক বা ব্যক্তিগত নির্মিতিবাদ-এর প্রয়োগ :

১. **স্কিমা (Schema) :**

- স্কিমা হল একটি মানসিক কাঠামো যা তথ্যকে সংগঠিত করতে এবং বুঝতে সাহায্য করে।
- গণিতে স্কিমা হল এমন মানসিক ধারণা বা ধরন যা শিশুদের বিভিন্ন ধারণা বুঝতে সহায়তা করে।

উদাহরণ :

- একটি শিশু যোগের জন্য একটি স্কিমা তৈরি করেছে যে "জিনিস একসঙ্গে মেলানো" মানে যোগ। যেমন, ২টি আপেল + ৩টি আপেল = ৫টি আপেল।
- এই স্কিমাটি ব্যবহার করে শিশু যোগসংক্রান্ত বিভিন্ন সমস্যা বুঝতে পারে।

২. **আত্তীকরণ (Assimilation) :**

- আত্তীকরণ হল নতুন তথ্যকে বিদ্যমান স্কিমার মধ্যে মেলানোর প্রক্রিয়া, যেখানে স্কিমা অপরিবর্তিত থাকে।
- শিশু তাদের পূর্ববর্তী জ্ঞান ব্যবহার করে নতুন সমস্যার সমাধান করতে পারে।

উদাহরণ :

- একটি শিশু এক অঙ্কের সংখ্যা যোগ করতে (যেমন ৩ + ৪) জানে এবং ১২ + ৫-এর মতো সমস্যা পেতে পারে।
- তারা আগের যোগের ধারণা ব্যবহার করে এই সমস্যার সমাধান করে, যেমন তারা ১২ থেকে "গোনা শুরু" করে এবং ৫ যোগ করে।

৩. **সহযোজন (Accommodation) :**

- সহযোজন তখন হয় যখন নতুন তথ্য বিদ্যমান স্কিমার সঙ্গে মেলে না, এবং স্কিমা পরিবর্তন বা নতুন স্কিমা তৈরি করতে হয়।
- এটি শেখার এবং মানসিক বিকাশের জন্য গুরুত্বপূর্ণ।

উদাহরণ :

- একটি শিশু প্রথমে ভাবে বিয়োগ মানেই "কিছু কমিয়ে নেওয়া" (যেমন ৫ – ৩ = ২)।
- পরে, যখন তারা ৫ - (-৩)-এর মতো সমস্যা দেখে, এটি তাদের ধারণাকে চ্যালেঞ্জ করে। এখানে বিয়োগ মানে সংখ্যার বিপরীত দিকে যাওয়া।
- তারা নতুন ধারণাটি গ্রহণ করে এবং তাদের স্কিমা সংশোধন করে।

৪. **স্থিতিকরণ (Equilibration) :**

- স্থিতিকরণ হল আত্তীকরণ এবং সহযোজনের মধ্যে ভারসাম্য স্থাপন করার প্রক্রিয়া।
- এটি শেখার প্রক্রিয়াকে চালিত করে এবং শিশুদের নতুন পর্যায়ে উন্নীত হতে সাহায্য করে।

উদাহরণ :

- একটি শিশু প্রথমে ভগ্নাংশ (fraction) বুঝতে অসুবিধা অনুভব করে, যেমন ১/২-কে শুধুমাত্র "১ এবং ২" হিসাবে দেখে।
- পরে, তারা ভগ্নাংশ মানে একটি সম্পূর্ণ অংশের একটি অংশ বোঝে এবং তাদের পুরনো স্কিমার সাঙ্গে সামঞ্জস্য বিধান করে।
- ধীরে ধীরে তারা ভগ্নাংশ, যোগ করা, তুলনা করা ইত্যাদি শিখে ভারসাম্য অর্জন করে।
- স্কিমা : "পরিমাণ যোগ করা" সম্পর্কে ধারণা।
- আত্তীকরণ: আগের ধারণা ব্যবহার করে নতুন যোগ সমস্যার সমাধান (যেমন এক অঙ্ক থেকে দুই অঙ্ক পর্যন্ত)।
- সহযোজন: ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক সংখ্যা বোঝার জন্য স্কিমা পরিবর্তন।
- স্থিতিকরণ: এই প্রক্রিয়াগুলোর মধ্যে ভারসাম্য তৈরি করে গণিতের বিষয়গুলোর পূর্ণাঙ্গ ধারণা তৈরি করে।

এই ধারণাগুলি দেখায় কীভাবে শিশু ধাপে ধাপে তাদের গণিতের বোঝাপড়া গড়ে তোলে এবং পরিশীলিত করে।

6.6.2 ভাইগট্স্কির সামাজিক নির্মিতিবাদ (Vygotsky's Social Constructivism) :

ভাইগট্স্কির সামাজিক নির্মিতিবাদ বা Social Constructivism তত্ত্বে শেখার ক্ষেত্রে সামাজিক যোগাযোগ, সাংস্কৃতিক উপকরণ এবং ভাষার ভূমিকার উপর জোর দেওয়া হয়েছে। ভাইগট্স্কি বিশ্বাস করতেন যে, শেখা একটি সহযোগিতামূলক প্রক্রিয়া, যেখানে শিশু জ্ঞান অর্জন করে শিক্ষক, সহপাঠী বা অভিজ্ঞ ব্যক্তিদের সাহায্যে।

সোশ্যাল কন্সট্রাকটিভিজমের মূল ধারণা ঃ

১. **সন্নিহিত বিকাশের সীমা বা Zone of Proximal Development (ZPD) :**

- ZPD হল শিখন বিকাশের এমন একটি সীমা, যা একটি শিশু নিজের থেকে করতে পারে এবং যা তারা সাহায্য নিয়ে করতে পারে। হয়তো একটি সামাজিক পরিবেশে শিশু শুধুমাত্র গণনা করতে শিখেছে, ভিন্ন একটি সামাজিক পরিবেশে

আর একজন শিশু যোগ করা শিখে ফেলে, যদিও দুজনের বিকাশের স্তর একই। শিক্ষক একটু চেষ্টা করলেই প্রথম শিশুটিকে আরেকটু এগিয়ে নিয়ে যেতে পারেন।

- কার্যকর শেখা এই সীমার মধ্যে ঘটে।

উদাহরণ :

- একটি শিশু সহজ যোগ (যেমন, 3 + 23 + 23 + 2) নিজের থেকে করতে পারে।
- কিন্তু দুই অঙ্কের যোগ (যেমন, 23 + 1723 + 1723 + 17) সমাধান করতে পারে না।
- শিক্ষক যদি সংখ্যা গুনতি বোঝানোর মাধ্যমে সাহায্য করেন, তখন শিশু সেই সমস্যার সমাধান করতে পারে। এটি ZPD-এর মধ্যে পড়ে।
- কোনো কোনো শিশুর ভাগের ধারণা থাকলেও অনেক সময় তারা ভগ্নাংশের ধারণা করতে পারে না। তখন শিক্ষক একটি পিৎজা 4 টুকরো করে 4 জন শিশুর মধ্যে ভাগ করে দেবার মাধ্যমে ভগ্নাংশ (যেমন, "প্রতি জন 1/4 ভাগ পাবে")-এর ধারণা দেন।

২. **সহায়তা দান বা Scaffolding :**

- সহায়তা দান হলো শেখানোর সময়ে শিশুদের সহায়তার জন্য ধাপে ধাপে সাহায্য প্রদান।
- সহায়তা বলতে বোঝায় ইঙ্গিত দেওয়া, ধরিয়ে দেওয়া, অর্থ বুঝিয়ে বলা, প্রশ্ন করে উত্তর দিতে সাহায্য করা ইত্যাদি। কতটা সহায়তা দিতে হবে তা শিক্ষকই ঠিক করেন।
- যখন শিশু আরও দক্ষ হয়ে ওঠে, তখন এই সাহায্য ধীরে ধীরে সরিয়ে নেওয়া হয়।

উদাহরণ :

- শিক্ষক একটি নম্বর লাইন ব্যবহার করে বিয়োগ শেখান। উদাহরণস্বরূপ, 10-4-এর সমাধান করতে "10 থেকে 4টি স্টেপ পিছনে যাওয়া" শেখান।
- প্রথমে শিক্ষক নির্দেশ দেন, কিন্তু পরে শিশু এটি নিজে করতে পারে।
- শিক্ষক গণনা ব্লক ব্যবহার করে যোগ শেখান (যেমন, দুই সেট ব্লক একসাঙ্গে যোগ করা)।
- প্রথমে শিক্ষক দেখান, পরে শিশু এটি নিজে করতে শিখে।

৩. **ভাষা শেখার হাতিয়ার (Language as a Tool for Learning) :**

- ভাষা জ্ঞানমূলক বিকাশ এবং সমস্যা সমাধানের জন্য গুরুত্বপূর্ণ।
- সমস্যা সমাধানের সময় কথোপকথনের মাধ্যমে শিশু ধারণাগুলি ভালোভাবে বুঝতে পারে।

উদাহরণ :

- যখন একটি শিশু 15 + 615 + 615 + 6 সমাধান করছে, শিক্ষক তাকে তার চিন্তাভাবনা উচ্চস্বরে বলার জন্য উৎসাহিত করেন :
    - "প্রথমে আমি 5 এবং 5 যোগ করি, 10 পাই, তারপর বাকি 6 যোগ করি, মোট হয় 16।"
- এর ফলে শিশু নতুন কৌশল শিখে এবং তা মনের মধ্যে স্থায়ী হয়।

৪. **সামাজিক মিথস্ক্রিয়া এবং সহযোগিতামূলক শেখা (Social Interaction and Collaborative Learning) :**

- শেখা একটি সামাজিক প্রক্রিয়া। শিক্ষক বা সহপাঠীর সাঙ্গে কাজ করার মাধ্যমে শিশুরা নতুন জ্ঞান অর্জন করে।
- জ্ঞান বিকাশের ক্ষেত্রে সমাজের প্রভাব খুবই গুরুত্বপূর্ণ— বিভিন্ন সামাজিক আচার-অনুষ্ঠানে যোগদান, অংশগ্রহণ এবং বিভিন্ন মানুষের সঙ্গে মিথস্ক্রিয়ার মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা যে অভিজ্ঞতার সঞ্চয় করে তার ফলে তাদের কৃষ্টিগত ও জ্ঞানমূলক বিকাশ ঘটতে থাকে।

উদাহরণ :

- একটি গ্রুপ অ্যাক্টিভিটিতে, শিশুরা সংখ্যাগুলো ছোটো থেকে বড়ো ক্রমে সাজানোর কাজ পায়।
- যে শিশু এটি বুঝতে পারে না, সে তার সহপাঠীদের দেখে ও আলোচনা করে শেখে।
- একটি শিশু 3×4 বুঝতে অসুবিধায় পড়ে। তার সহপাঠী বরাবর যোগ, (যেমন, $3 + 3 + 3 + 3 = 12$) দেখিয়ে বোঝায়।
- এই সামাজিক মিথস্ক্রিয়া শিশুকে গুণ শেখায়।

ভাইগট্স্কির পদ্ধতি শেখাকে একটি সামাজিক প্রক্রিয়া হিসাবে তুলে ধরে এবং গণিতের বিষয়গুলি শিশুদের জন্য আকর্ষণীয় ও সহজ করে তোলে।

ভাইগটস্কি শিশুদের বৌদ্ধিক বিকাশ এবং ভাষা ও বাচনিক বিকাশপ্রিয় গুরুত্বপূর্ণ গবেষণা করেছেন। তাঁর মতে বৌদ্ধিক বিকাশের— দুটি ভিত্তি আছে— (1) নৈতিক ভিত্তি ও (2) সামাজিক ও কৃষ্টিমূলক ভিত্তি। তাঁর মতে যখন শিশুর পাশে বা শিশুর সঙ্গে নিজেদের মধ্যে ভাব বিনিময় বা কথোপকথন হয় তখন শুধুমাত্র একটি ভাষায় আদান-প্রদান ছাড়া শিশুর অগ্রগতি সম্ভব নয়। ভাইগট্স্কি মনে করেন, শিখন প্রক্রিয়া সবসময় শিশুর বিকাশের সাঙ্গে সামঞ্জস্যপূর্ণ হওয়া উচিত। কোনো একটি পরিবেশে হয়তো কোনো শিক্ষার্থী শুধুমাত্র গণনা করতে শেখে অন্য পরিবেশে অপর একজন শিক্ষার্থী যোগ বা বিয়োগ করার পদ্ধতিও আয়ত্ত করে ফেলে যদিও উভয়েরই বিকাশের মান একই। বিকাশের স্তর এইভাবে কতটা উন্নীত হয় তাকেই তিনি বলেছেন সন্নিহিত বিকাশের স্তর।

ভাইগট্স্কি তত্ত্বের প্রয়োগ :

(1) শিক্ষার্থীদের বিকাশের স্তরের পর্যায় নির্ণয়।

(2) সন্নিহিত বিকাশের সীমা স্থির করা।

(3) শিশুর কী ধরনের সহায়তাদান প্রয়োজন তা ঠিক করা।

(4) শিশুদের সামাজিক আদান প্রদানের মাধ্যমে ও নিজেদের অভিজ্ঞতার বিনিময়ে জীবনের মূল ধারায় পৌঁছে দেওয়া।

সুবিধা :

(1) গাণিতিক বিমূর্ত নিয়ম ও সূত্র প্রতিষ্ঠায় এই চিন্তন সাহায্য করে।

(2) এটি মনোবিজ্ঞানসম্মত চিন্তন।

(3) ভবিষ্যতে পরীক্ষানিরীক্ষার মাধ্যমে অনেক বিমূর্ত সিদ্ধান্ত নিতে শিক্ষার্থীকে সাহায্য করে।

(4) এরূপ চিন্তন যুক্তিপূর্ণ ও গ্রহণযোগ্য ফলে এটি সহজবোধ্য ও স্মৃতি নির্ভর চিন্তন।

(5) শিক্ষার্থীরা আবিষ্কারকের ভূমিকা গ্রহণ করে এবং যথেষ্ট সক্রিয় থাকে।

(6) এটি পর্যবেক্ষণ, চিন্তন ও পরীক্ষণের উপর ভিত্তি করে প্রতিষ্ঠা লাভ করে।

(7) শিশুকেন্দ্রিক শিক্ষাদানের প্রধান উদ্দেশ্য হল শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ যা এরূপ চিন্তনে হয়ে থাকে।

(8) এই চিন্তনে মুখস্থ করার উপর বিশেষ জোর দেওয়া হয় না বা গৃহকাজের ওপর ও বিশেষ গুরুত্ব আরোপিত হয় না।

(9) শিক্ষার্থীরা বিমূর্ত সিদ্ধান্ত গ্রহণের উপায় অনুসরণ করতে শেখে ফলে তার আবিষ্কারধর্মী মনোভাব গঠনে সাহায্য করে।

6.6.3 গণিত শিক্ষণে ডাইন্‌সের অবদান (Dienes Contribution to Teaching mathematics) :

J. P. Dienes একদিকে মনোবিজ্ঞানী অপরদিকে গণিতজ্ঞ। গণিত শিক্ষণের ক্ষেত্রে পরিকাঠামোমূলক প্রদীপন, ক্রিয়াভিত্তিক মতবাদ এবং গণিত শিক্ষণের আন্তর্জাতিক গঠন গোষ্ঠীসৃষ্টিতে Dienes-এর অবদান অনস্বীকার্য। তাঁর মতে গণিত শিক্ষণের ছয়টি স্তর আছে।

(1) ক্রীড়া স্তর— এই স্তরে শিশু পরিবেশ থেকে কিছু গাণিতিক পরিকাঠামো আহরণ করে।

(2) গঠনমূলক খেলাস্তর — এই স্তরে সাধারণ কাঠামো অনুধাবিত হয়।

(3) বিমূর্তকরণের সূচনার স্তর

(4) সাধারণ কাঠামোগুলিকে লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপনের স্তর বা বিমূর্তকরণের পরীক্ষণের স্তর।

(5) প্রতীকের সাহায্যে শিশুর বিমূর্তজ্ঞান আহরণের স্তর বা বিমূর্তকরণের মূল্যায়নের স্তর

(6) প্রতিপাদ্যের মাধ্যমে গাণিতিক সমস্যার সমাধানের পারদর্শিতার স্তর বা উন্নত ও বিধিবন্ধ গাণিতিক ধারণা অর্জনের স্তর।

Dienes-এর গণিতশিক্ষা পদ্ধতির সোপানগুলি হল—

তথ্যের বিবরণ → আবিষ্কার → তত্ত্ব → মডেল

ডাইন্‌সের শিক্ষাতত্ত্বের উপযোগিতা হল গণিত শিক্ষণের পাঠক্রমে আমূল সংস্কারও পরিবর্তন; না হলে ডাইন্‌সের শিক্ষানীতি অনুসরণ সম্ভব নয়। গণিতের প্রাথমিক ধারণাগুলি উপযুক্তভাবে আয়ত্ত না হলে গণিতের জ্ঞান যথাযথ না হওয়ার সম্ভাবনাই বেশি।

অসুবিধা :

(1) আরোহী চিন্তন প্রাথমিক স্তরের শিশুদের পরিণমন স্তরের স্বল্পতার কারণে বিমূর্ত সিদ্ধান্ত গ্রহণে খুব বেশি কার্যকরী হয় না।

(2) এটি তুলনামূলকভাবে উঁচু স্তরের শিক্ষার্থীদের পক্ষে কার্যকরী।

(3) এরূপ চিন্তনে অনেক সময় লাগে এছাড়া এটি ক্লান্তিকরও বটে।

(4) এরূপ চিন্তনে অনেক সময় শিক্ষক ক্রিয়াশীল ধাপগুলি করে দেখান তাই শিশুর সক্রিয়তা খুব বেশি কার্যকরী হয় না।

প্রয়োগ :

উদাহরণ 1 : দুটি করে মৌলিক সংখ্যার জোড় নিয়ে এদের গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. নির্ণয় করা হল।

মৌলিক সংখ্যা	গ.সা.গু.	ল.সা.গু.
3, 5	1	3×5
3, 7	1	3×7
3, 11	1	3×11
3, 13	1	3×13
5, 7	1	5×7

* প্রাপ্ত সাধারণ সিদ্ধান্তটি হল : দুটি মৌলিক সংখ্যার গ.সা.গু. সর্বদাই 1 এবং ল.সা.গু. সর্বদাই সংখ্যা দুটির গুণফল।

উদাহরণ 2 :

12, 15, 18, 21, 51, 81 সংখ্যাগুলি 3 দ্বারা বিভাজ্য। আবার প্রদত্ত সংখ্যাগুলির অঙ্ক সমষ্টিও (যেমন $1 + 2 = 3$, $1 + 5 = 6$, $1 + 8 = 9$, $2 + 1 = 3$, $5 + 1 = 6$, $8 + 1 = 9$ অর্থাৎ 3, 6, 9, 3, 6, 9 সংখ্যাগুলিও) 3 দ্বারা বিভাজ্য।

* প্রাপ্ত সাধারণ সিদ্ধান্তটি হল কোনো সংখ্যার অঙ্কগুলির সমষ্টি 3 দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটিও 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

6.6.4 গণিত শিক্ষণে জেরোম ব্রুনারের সূত্র (Bruner's Theory) :

1960 খ্রিঃ হতে ব্রুনারের গণিত সম্বন্ধীয় সূত্রগুলি প্রকাশিত হতে শুরু করে। তাঁর তত্ত্বটি শিক্ষণ প্রক্রিয়ার উপর প্রতিষ্ঠিত। ব্রুনার তত্ত্ব অনুযায়ী শিশুর বৌদ্ধির বিকাশ-বোধগম্যতা, দক্ষতা ও শিক্ষণের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত। তাঁর ধারণা অনুযায়ী তিনটি স্তরে সম্পন্ন হয়।

- **প্রথম স্তর** — ইন্দ্রিয়ের মাধ্যমে শিখন। এই স্তরে শিক্ষার্থীরা পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে একটি প্রাথমিক ধারণা তৈরি করে। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের পর্যবেক্ষণের সুযোগ দেওয়া অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। এটি সাধারণত পরীক্ষার মাধ্যমে ভালোভাবে দেখা যেতে পারে। যেমন— শিক্ষার্থীদের সমান মাপের দুটি বর্গাকার রঙিন কাগজ নিয়ে ভাঁজ করে সমান 4 ভাগ করতে বলা হল, এরপর প্রথম কাগজটি হতে 1টি সমান ভাগ এবং অপরটি হতে সমান তিনটি ভাগ নিতে বলা হল। অর্থাৎ 1/4 এবং 3/4 অংশ নেওয়া হল। এরপর প্রশ্নের মাধ্যমে কম-বেশি চিহ্নিত করতে বলা হল। শিক্ষার্থীরা পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে জানলি 3/4, 1/4 অপেক্ষা বড়ো বা বেশি।

- **দ্বিতীয় স্তর — সক্রিয়তার স্তর**— এই স্তরে শিক্ষার্থীদের হাতে-কলমে কাজের সুযোগ করে দেওয়া হয়। যেমন— দুটি সমান মাপের ফল (আপেল/পেয়ারা/কলা) বা পাঁউরুটি নিয়ে একজনের হাতে 4 ভাগের 1 ভাগ দেওয়া হল এবং অন্যজনের হাতে সমান 4 ভাগের 3 ভাগ দেওয়া হল। শিক্ষার্থীরা পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে দেখবে 3/4,1/4-এর তুলনায় বেশি।

- **তৃতীয় স্তর** — বিমূর্ত ধারণা গঠনের স্তর : এই স্তরে শিক্ষার্থীরা গণিতের চিহ্ন দ্বারা সম্পর্কটি গণিতের ভাষায় লিখবে। এক্ষেত্রে $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$.

6.7 পরিমাপ সম্পর্কিত অনুমানের ধারণা (Concept of Estimation - Measurement related)

পরিসংখ্যাবিদ্যার ফল অনেক সময়ই সঠিক (Accurate) নয় বরং আনুমানিক (Approximate) কোনো বস্তুর দৈর্ঘ্য মাপা হয় তার মাপে অনেক সময়ই আমাদের দেখার ভুল হয় যার ফলে বিভিন্ন জনের বিভিন্ন রকমের উত্তর আসে। তবে আগে থেকে ধারণা থাকলে কোনো সমস্যার সমাধান করলে যে উত্তর পাওয়া যায়, তা অনেক সময়ই অবাস্তব হয়। এই অবাস্তব উত্তরকে দেখে শিক্ষার্থীরা ভুলের ব্যাপারে সচেতন হয় এবং ভুল নির্ণয় করে ঠিক উত্তর খোঁজার ব্যাপারে সচেষ্ট হয়।

কোনো বহুভুজের অন্তঃ কোণগুলির সমষ্টি দেওয়া আছে। সেখানে বাহুর সংখ্যা n ধরে সমীকরণ গঠন করে সমাধান করলে n-এর মান অনেক সময় একাধিক আসে। এই n-এর সব মানুগলি সত্য নয় কারণ কোনো কোণের মান যদি 180°-এর থেকে বেশি হয় তখন n-এর ওই মানটি বাতিল করা হবে।

কোনো কাজ করতে গিয়ে যদি দেখা যায় সেই কাজটি সম্পূর্ণ করতে $5^1/_2$ টি লোক লাগবে সেক্ষেত্রে 6টি লোক নিযুক্ত করে কাজটি সম্পূর্ণ করতে হবে।

100 টাকাকে 3 জনের মধ্যে বিভক্ত করলে 33 টাকা 33 পয়সা করে দেওয়া গেলেও 1 পয়সা বাকি থাকবে। এখানে এক একজন 33 টাকা 33 পয়সা করে পাবে, যথার্থ মান নির্ণয় করা যায় না।

কোনো রাশির এককের অঙ্কে 0 থাকলে বর্গ করলে অবশ্যই একক এবং দশকের অঙ্কগুলি শূন্য হবেই।

যেমন $40^2 = 1600$, $70^2 = 4900$

আবার তিন অঙ্কের কোনো রাশিকে দুই অঙ্কের রাশি দ্বারা ভাগ করলে প্রথমে দুই অঙ্ক পর্যন্ত ভাগ করতে হবে। যেমন 286-কে 22 দ্বারা ভাগ করতে গিয়ে প্রথমে 286-এর 28-কে ধরে ভাগ করতে হবে এবং 6 বাকি রইল 66 কে 22 দ্বারা ভাগ করতে হবে।

$$
\begin{array}{r|l|l}
22 & 286 & 13 \\
 & \underline{22} & \\
 & 66 & \\
 & \underline{66} & \\
 & \times &
\end{array}
$$

কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ছোটো হলে কখনোই ত্রিভুজটি অঙ্কন করা যাবে না। সুতরাং এই অনুমান থেকেই বলা যায় যে 7, 6, 15 সেমি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে না।

6.8 প্রথাগত গণিতের ধারণাকরণে বিদ্যালয় বহির্ভূত গণিতের ব্যবহার (Use of Out of school Mathematics for Conceptualization of Formal Mathematics)

মানুষের প্রয়োজনের তাগিদে মানুষ গণিতের ব্যবস্থা আরও উন্নতভাবে করেছে। ব্যবহারিক জীবন আরও উন্নত করতে গণিতকে আরও উন্নতশীল, সৃষ্টিশীল জায়গায় গিয়ে দাঁড় করানো হয়েছে।

গণিতের ধারণা শুধু যে পুস্তক থেকেই পাবে তা নয় ধারণা সে সমাজ জীবন তথা বিভিন্ন কাজের মাধ্যমে পেয়ে থাকে। বিভিন্ন জীবিকার মানুষ তারা গণিতকে নিজেদের মতো করে ধারণা গঠন করে গণিতের ব্যবহার করে চলেছে যেমন— দরজি, ছুতোর, রাজমিস্ত্রি, দোকানদার, মৎস্য বিক্রেতা।

তারা প্রত্যেকেই তাদের কাজের রকম অনুসারে তাদের গণিতের বিষয়গুলি যেমন— হিসাবনিকাশ, আয়তনের পরিমাপ, অনুপাত করা, মূল্য নির্ণয় করা প্রভৃতি খুব সহজেই তারা ধারণা গঠন করেছে।

বর্তমানে দুটি বিষয়ই গণিত নির্ভর

এক— জীবনধারণ

দুই— জীবিকা

আজকাল বিভিন্ন কাজের মধ্যে তথ্য ব্যাংকিং লেনদেন, গ্যাসের ভরতুকি, দৈনন্দিন বাজারের হিসাবনিকাশ তো মানুষের মুখে মুখে, সুতরাং গণিতের এই হিসাব শিক্ষা পরিমাপ সমাজ থেকে গ্রহণ করে খুব সহজ পদ্ধতিগতভাবে শিখে নিয়ে বিদ্যালয়ে তা প্রয়োগ করতে পারে।

যেমন: স্কুলের বাইরে কলা বিক্রেতার কাছে টিফিনের সময় কলা কিনে খাওয়া ও তার হিসাব করা সে খুব সহজে শিখে নেয়। বাজারে মাছ কিনতে গেলে খুব জটিল হিসাব বা খুব কম পরিমাপের হিসাবনিকাশ যে খুব সহজে হয়ে যায় তার উদাহরণ আমরা দেখেছি। সেখান থেকে তাদের পদ্ধতিগত শর্টকাট নিয়ম এখন বিদ্যালয় শিখনের সঞ্চালন ঘটায়।

এইভাবে স্কুলের বইয়ে, গ্রামে-গঞ্জে, হাটে-বাজারে ও বিভিন্ন জায়গায় শিক্ষিত, অশিক্ষিত ব্যক্তির মধ্যে Formal mathematics-এর ধারণা বিভিন্নভাবে ব্যবহার হয়ে থাকে।

6.9 সারসংক্ষেপ (Summary)

নির্মিতিবাদ-এর মাধ্যমে গণিত শিক্ষণ কার্যকরী করা যায়— সে সম্পর্কে পিঁয়াজে, ভাইগটস্কি, ডাইনস এবং ব্রুনারের অবদান অনস্বীকার্য। সময়ের সঙ্গে সঙ্গে চাহিদা অনুসারে বিভিন্ন গবেষণার মাধ্যমে গণিত শিক্ষণের ধারাগুলি আরও বেশি ফলপ্রসূ হয়েছে।

- সক্রিয়তাভিত্তিক শিখনের মাধ্যমে শিক্ষার্থীর জ্ঞান আহরণ সম্পূর্ণরূপে শিশুকেন্দ্রিক শিখন (Child Centric learning)।
- ধারণা গঠনের মতবাদগুলির দ্বারা শিক্ষার্থীদের ধারণা গঠন সম্পূর্ণতা লাভ করে।
- সমবায় শিখনের মাধ্যমে দলগতভাবে শিখন সম্পূর্ণ হয়।
- আগে থেকে ধারণার ফলে শিক্ষার্থী তার উত্তর থেকে পদ্ধতি ও উত্তরের যথার্থতা নির্ধারণ করতে পারে।

6.10 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1. বহু নির্বাচনধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) সামাজিক নির্মিতিবাদের প্রবক্তা —

(i) পিয়াজেঁ (ii) ডাইনস্ (iii) ব্রুম (iv) ভাইগট্স্কি

(খ) স্কিমা বলতে বোঝায় —

(i) মানসিক চিন্তা (ii) ধারণা গঠনের ক্ষমতা (iii) খেলাধুলায় ব্যবহৃত শব্দ (iv) মানসিক সুস্থতা

(গ) স্ক্যাফোল্ডিং বলতে বোঝায় —

(i) ছাতার ব্যবহার (ii) শিক্ষার্থীর প্রজ্ঞা (iii) শিক্ষকের সহায়তা দান (iv) স্কিমা

(ঘ) 7, 6, 15 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন করা —

(i) যাবে (ii) যাবে না (iii) দুটোই (iv) কোনোটি নয়

(ঙ) দুটি মৌলিক সংখ্যার গ.সা.গু. সর্বদাই ________ এবং ল.সা.গু. সর্বদাই সংখ্যা দুটির ________

(i) 1, গুণফল (ii) 0, গুণফল (iii) 1, ভাগফল (iv) 0, ভাগফল

2. অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি :

(ক) ZPD কী?

(খ) নির্মিতিবাদ কাকে বলে?

(গ) সমবায় শিখনের দুটি গুরুত্ব লিখুন।

(ঘ) একটি ভাষা সমস্যামূলক অঙ্ক তৈরি করুন তৃতীয় শ্রেণির জন্য

3. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি :

(ক) একটি গাণিতিক খেলার উদাহরণসহ খেলাভিত্তিক পদ্ধতিটি ব্যাখ্যা করুন।

(খ) উদাহরণসহ বিদ্যালয় বহিস্থ কার্যকলাপ বলতে কী বোঝায় লিখুন।

(গ) গণিতে ম্যানিপুলেটিভ বলতে কী বোঝায়?

(ঘ) ভাইগট্স্কিয়াম শ্রেণিকক্ষ বর্ণনা করুন।

4. রচনাধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) গণিত শিখনে প্রজ্ঞামূলক নির্মিতিবাদ বিশদে বর্ণনা করুন।

(খ) ব্রুনারের শিখনতত্ত্ব আলোচনা করুন। এই তত্ত্বের প্রয়োগ দেখান।

(গ) সমবায় শিখন বিশদে লিখুন।

অধ্যায় 7

গণিত শিখনে সম্পদ
(Resource in Mathematics Learning)

7.1 ভূমিকা (Introduction)

7.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

7.3 গণিত শিখনের উপাদান (Learning Materials of Mathematics)

7.4 গণিত শিখন উপাদানের প্রস্তুতি ও ব্যবহার (Preparation of TLM & their use)

7.5 গণিতের শিখন উপাদান বা প্রদীপন নির্বাচনের নীতি ও কার্যকরী ব্যবহার (Principles of Selection and Effective use of LTM)

7.6 সারসংক্ষেপ (Summary)

7.7 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

7.1 ভূমিকা (Introduction)

গণিত মূলত বিমূর্ত বিষয়। যে সমস্ত বস্তুসামগ্রী পাঠদানকালে ব্যবহার করে বিমূর্ত বিষয়কে মূর্ত করে শিক্ষার্থীদের আগ্রহ বৃদ্ধি করা যায় ও বিষয়কে বোধগম্য করে তোলা যায় সেগুলিকে শিখন উপাদান বলে। এই শিখন উপাদান ব্যবহার করে মূর্ত ধারণার মাধ্যমে বিমূর্ত ধারণা দিলে শিক্ষার্থীর কাছে বিষয় সহজবোধ্য হয় এবং শিখন সুস্পষ্ট এবং দীর্ঘস্থায়ী হয়।

শিক্ষার্থীকে সহজেই পাঠে সক্রিয় এবং আগ্রহী করে তুলতে শিখন উপাদান খুবই কার্যকরী। তাছাড়া শিক্ষার্থীর মধ্যে পর্যবেক্ষণ ক্ষমতা বৃদ্ধি করতে ও আনন্দপূর্ণ শিখন (Joyful Learning) পরিবেশ তৈরি করতে শিখন উপাদান অপরিহার্য। বাস্তব পরিবেশকে শিখন উপাদান হিসাবে ব্যবহার করা যেতে পারে।

7.2 উদ্দেশ্য

(i) গণিত শিখনের উপাদান তৈরি করতে পারবে।

(ii) কোনো বিষয় পড়ানোর জন্য কীরকম উপাদান ব্যবহার করা যায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।

(iii) শিখন উপাদানের নির্বাচন করার নীতি সম্পর্কে আলোচনা করতে পারবে।

(iv) শ্রেণিকক্ষে পাঠদানকালে উপাদান (LTM) কার্যকরীভাবে ব্যবহার করতে পারবে।

7.3 গণিত শিখনের উপাদান

যে সকল বস্তু বা কৌশল ব্যবহার করলে শিক্ষার্থীকে আগ্রহী করে তোলা যায়, শিক্ষণীয় বিষয়বস্তুকে প্রাঞ্জল ও সুষ্ঠু করে তোলা হয় তাদের শিখন উপাদান বলা হয়।

- **গণিত শিখনে উপাদানের গুরুত্ব :**

(i) জ্ঞানের বস্তুকে যদি ইন্দ্রিয়গ্রাহ্য করে তোলা যায় তবে শিক্ষা সম্পূর্ণ হয়। শুধু একটি ইন্দ্রিয় নয় যদি একসঙ্গে বিভিন্ন ইন্দ্রিয়কে কাজে লাগানো হয় তবে শিক্ষণ সার্থক হয়।

(ii) শিক্ষক শিখন উপাদানের সাহায্যে শিক্ষাদান করেন তাহলে শিক্ষার্থীদের অনুরাগ ও মনোযোগ কেন্দ্রীভূত হয়।

(iii) গণিতে বস্তুর সঙ্গে সংখ্যা সংকেতকে যুক্ত করে সংখ্যার ধারণা দিলে সংখ্যার ধারণা সুষ্ঠু হয়। জটিল ধারণা শিক্ষার্থীদের কাছে মূর্ত করে তুলে ধরতে পারলে শিখনের সুবিধা হয়।

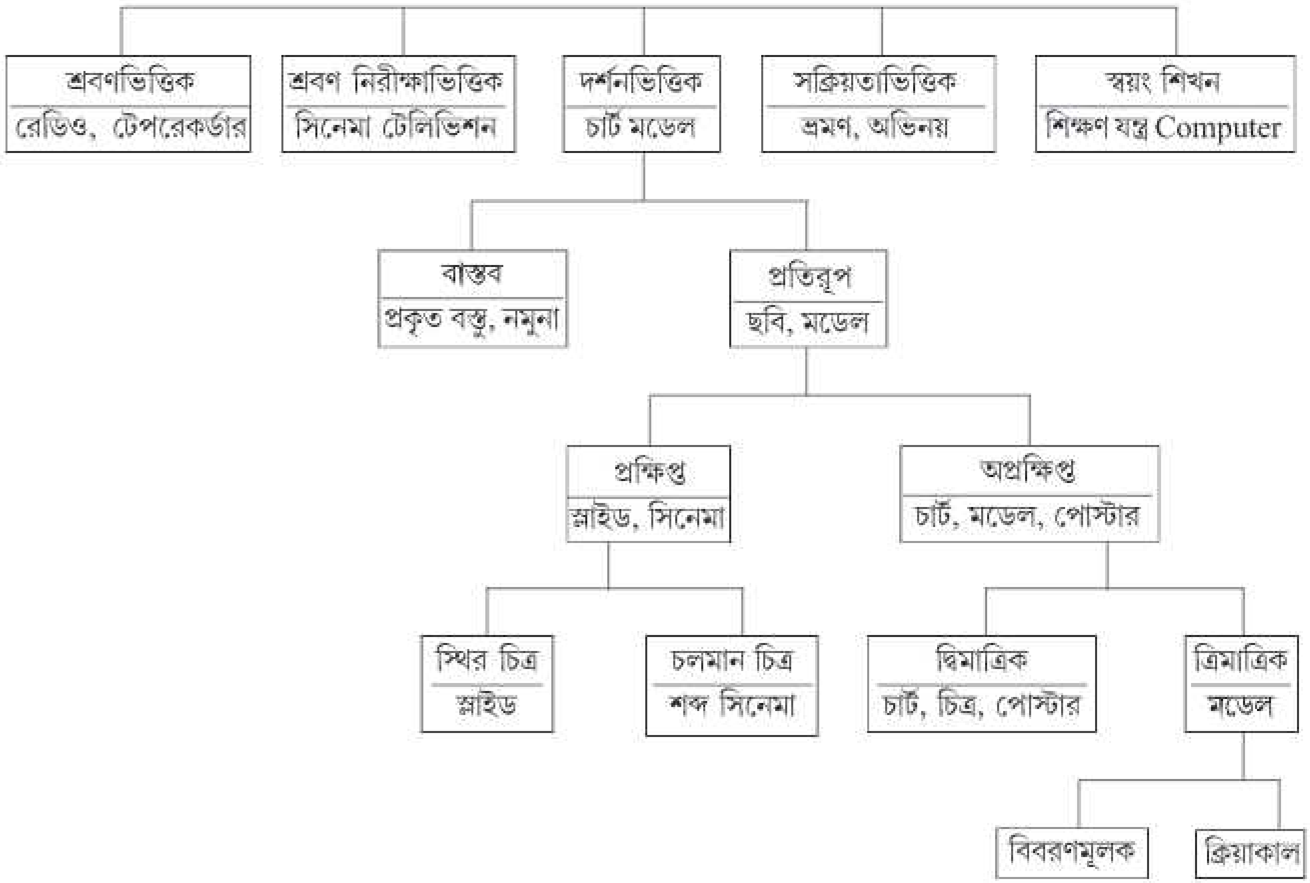
(iv) জ্ঞানের বিভিন্ন বিষয়বস্তুর মধ্যে সমন্বয়সাধন করলে পুরো বিষয় সম্পর্কে ধারণা হয়। গুণিতক, গুণনীয়ক শেখানোর পর গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. শেখালে শিক্ষণ সম্পূর্ণ হয়।

(v) বিভিন্ন বিষয়ের মধ্যে অনুবন্ধ (Correlation) করতে শিখন উপাদান সাহায্য করে।

(vi) কোনো প্রত্যক্ষ বস্তুর মাধ্যমে পাঠদান করলে শিক্ষার্থীরা যেমন একদিকে তার সম্পর্কে জ্ঞান আহরণ করে তেমনি সেই জ্ঞানের প্রয়াসও বস্তুর উপর করবে। যেমন জ্যামিতিক পাঠদান করতে গিয়ে শিক্ষক যদি কোনো মডেল ব্যবহার করেন তাহলে শিক্ষার্থীদের জ্ঞান আহরণে সুবিধা হয়।

(vii) Learning Material can make oral presentation glow with new meaning and more universal understanding. মৌখিক শিক্ষণ কৌশলসমূহের অনুষঙ্গ হিসাবে শিখন উপাদান বর্তমানকালে শিখনের অপরিহার্য অঙ্গ।

শিখন উপাদানের শ্রেণি বিভাগ



- **কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ শিখন উপাদান :**

(i) বাস্তব বস্তু : শ্রেণিকক্ষে পাঠ পরিচালনা করতে গিয়ে শিক্ষককে প্রদীপন হিসাবে যতদূর সম্ভব বাস্তব বস্তুকে ব্যবহার করা উচিত। লম্বা কাঠি থেকে দলগত ধারণা, একক দশকের বাস্তব ধারণা এবং তা থেকে বিমূর্ত ধারণা দেওয়া যাচ্ছে। দেশলাই বাক্স দিয়ে বিশেষ ঘনবস্তুর আকার ও তল সম্পর্কে মূর্ত ধারণা দেওয়া যায়। পাতা নিয়ে সংখ্যার ধারণা, মৌলিক যৌগিক সংখ্যার ধারণা দেওয়া যায়।

(ii) পাঠ্যপুস্তক : পাঠ্যপুস্তক হল সবচেয়ে বেশি ব্যবহৃত শিখন উপাদান। পাঠ্যপুস্তক হল মানবজাতির চিন্তাধারার বিবরণ এবং এর উদ্দেশ্য হল শিক্ষণে সহায়তা করা। পাঠ্যপুস্তকের ছাপার অক্ষর শিক্ষার্থীদের শিক্ষায় স্থির অপ্রক্ষিপ্ত শিখন উপাদান হিসাবে কাজ করে। আজকাল পাঠ্যপুস্তকের মধ্যে ছবি, লেখচিত্র, তালিকা ইত্যাদিও ছাপা হয়। সেগুলিও শিখন উপাদান হিসাবে কাজ করে। পাঠ্যপুস্তকে যথাযোগ্য মূর্তন ব্যবস্থা আছে কি না তা বিচার করে দেখার দরকার। মূর্তনের বিষয়বস্তু বিশ্লেষণের সময় তার উদ্দেশ্য, নির্ভুলতা ইত্যাদি বিচার করা প্রয়োজন।

(iii) ব্ল্যাকবোর্ড : ব্ল্যাকবোর্ড পাঠ্যপুস্তকের মতো শ্রেণিকক্ষের একটি আবশ্যিক শিখন উপাদান। খুব স্বল্প খরচে এই ব্ল্যাকবোর্ড তৈরি করা যায়। ব্ল্যাকবোর্ডে পাঠের মূল বক্তব্য, ফর্মুলা, চিত্র অঙ্কন প্রভৃতি পরিবেশন খুব সহজেই করা যায়। বোর্ডের লেখা বড়ো হওয়া ও পরিষ্কার-পরিচ্ছন্ন হওয়া উচিত। জ্যামিতিক ছবি, আঁকার সময় রঙিন চক ব্যবহার করা ভালো। আজকাল বোর্ডের রং কালো না করে সবুজ করা হয় তাতে লেখার জন্য হলুদ চক ব্যবহার করা হয়, এতে শিক্ষার্থীদের চোখের ওপর চাপ কম পড়ে। কোনো কোনো দেশে আবার ইস্পাতের তৈরি বোর্ড ব্যবহার করা হয় এবং ওই বোর্ডের উপর চুম্বক আটকে দেওয়া হয়। এই ধরনের বোর্ডকে চৌম্বক বোর্ড (Magnetic Board) বলে। বোর্ডে জটিল চিত্র, আঁকার জন্য আজকাল স্টেনসিল ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

(iv) ফ্ল্যানেল বোর্ড : কাঠের বোর্ডের উপর শক্ত করে মোটা খদ্দরের কাপড় লাগানো ফ্ল্যানেল বোর্ড তৈরি হয়। বোর্ডের উপর ফ্ল্যানেলের বদলে মোটা খদ্দরের কাপড় লাগালেও কাজ হয়। কোনো লেখা বা ছবি ইত্যাদি বোর্ডে সহজে আটকানোর জন্য ছোটো ছোটো কাগজের টুকরার পেছনে শিরীষ কাগজের টুকরো আটকে দেওয়া হয়। এই খণ্ড খণ্ড অংশগুলি ফ্ল্যানেল বোর্ডের উপর চেপে দিলে খুব সহজভাবে আটকে যায় আবার টান দিলেই খুলে আসে। ফ্ল্যানেল বোর্ডে ব্যবহৃত এই উপকরণগুলিকে বলা হয় ফ্ল্যানেল গ্রাফ। Milton Grassel বলেছেন, "The Flannel board is a versatile tool. In the hands of skilled operator, it can have a dramatic impact that ordinary chalk boards can not equal".

(v) বুলেটিন বোর্ড : প্রত্যেক শ্রেণিকক্ষে একটি করে বুলেটিন বোর্ড রাখা উচিত। এই বোর্ডের মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা তাদের সৃজনাত্মক বিভিন্ন কাজ সর্বসমক্ষে তুলে ধরতে পারে। শিখনের উপযোগী বিভিন্ন ধরনের চার্ট, লেখচিত্র, ছবি, সংবাদ পত্রের অংশ সর্বসমক্ষে তুলে ধরার জন্য বুলেটিন বোর্ডকে ব্যবহার করা হয়। এই ধরনের বিষয়বস্তু ছাড়া শিক্ষক তাঁর প্রয়োজন অনুযায়ী যে-কোনো শিক্ষামূলক বিষয়বস্তু বুলেটিন বোর্ডের মাধ্যমে উপস্থাপনা করতে পারেন।

(vi) চার্ট : এডগার ডেলের কথায় — "Chart is a visual symbol summarizing, compairing, contrasting or performing other helpful services in explaining subject matter". পাঠ্য বিষয়বস্তুর মূল বক্তব্য বা তুলনামূলক বিশ্লেষণকে শিক্ষার্থীদের সম্মুখে মূর্ত করে তোলার জন্য যে দর্শনধর্মী কৌশল তাকে চার্ট বলে।

(a) তালিকামূলক চার্ট : এই ধরনের চার্টে প্রয়োজনীয় কতকগুলি স্তম্ভ থাকে এবং প্রত্যক্ষ স্তম্ভে এক একটি তুলনীয় বিষয়বস্তুর জন্য স্থান নির্দিষ্ট করা হয়। পরে প্রত্যেক সারিতে বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যের পরিপ্রেক্ষিতে তুলনামূলক বিচার করা হয়।

(b) শাখামূলক চার্ট : সম্পূর্ণ জ্ঞানের বিষয়বস্তুকে একটি গাছের সঙ্গে তুলনা করা হয় এবং তার বিভিন্ন দিকের বিকাশ শাখা-প্রশাখার মাধ্যমে দেখানো হয়। যেমন সংখ্যা থেকে স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণ সংখ্যা, ভগ্নাংশ, বাস্তব সংখ্যা, মূলদ-অমূলদ সংখ্যা দেখানো হয়।

(c) ধারাবাহিক চার্ট : তীর চিহ্নের সাহায্যে বিষয়বস্তুর বিভিন্ন অংশের মধ্যে সমূর্ত বোঝানো হয় সাধারণ তীর চিহ্নের দ্বারা। যেমন ত্রিভুজের শ্রেণিবিভাগ।

(d) চিত্রযুক্ত চার্ট : বারগ্রাফ, পাইগ্রাফ, স্তম্ভগ্রাফ প্রভৃতির মাধ্যমে কোনো বিষয়ের বর্ণনা দেওয়া হয়।

(vii) রেখাচিত্র (Diagram) : রেখা ও জ্যামিতিক আকৃতির সাহায্যে অঙ্ককে বলে রেখাচিত্র। জ্যামিতির শিক্ষণে রেখাচিত্রকে শিখন উপাদান হিসাবে ব্যবহার করা হয়। রেখাচিত্রে বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ অংশ বোঝানোর জন্য রং ব্যবহার করা হয়।

(viii) মডেল : কোনো প্রকৃত বস্তুর প্রতিরূপকে মডেল বলে। মডেল সাধারণত ত্রিমাত্রিক হয়। যেসব ক্ষেত্রে প্রত্যক্ষ বস্তুকে শ্রেণিকক্ষে আনা সম্ভব নয় সেক্ষেত্রে মডেল শিখন উপাদান হিসাবে ব্যবহৃত হয়। রেল গাড়ির মডেল এলে একই দিকে দুটি গাড়ি গেলে এবং বিপরীত দিকে গেলে তাদের আপেক্ষিক গতিবেগ মডেল দিয়ে দেখানো হয়। ঘনক বা আয়তঘনের ক্ষেত্রেও ক্ষেত্রফল ও আয়তন বার করার জন্য মডেল ব্যবহার করা হয়।

(ix) স্থির প্রশিক্ষণ চিত্র : পাঠ্যবিষয় বস্তুর আলোচনাকে আরও হৃদয়গ্রাহী করে তোলার জন্য ছবি বা ফটোগ্রাফ Projector যন্ত্রের সাহায্য পর্দা বা দেওয়ালের উপর ফেলা হয়।

(x) স্লাইড : ক্যামেরার সাহায্যে ছবি তুলে স্লাইড তৈরি করে, স্লাইডগুলি পাঠের বিষয়বস্তুর উপস্থাপনের ক্রমানুসারে তৈরি করা হয় এবং স্লাইডটি প্রক্ষেপণ যন্ত্রের সাহায্যে শ্রেণির সামনে পর্দায় ফেলা হয়।

(xi) ফিল্মস্ট্রিপ : ফিল্মের ছোটো ছোটো খণ্ড, একটি খণ্ডে একটি চিত্র থাকে। পরপর চিত্রগুলি ক্রমানুসারে সাজানো থাকে। প্রয়োজন মতো এগুলি প্রক্ষিপ্ত করে শিক্ষণ হৃদয়গ্রাহী করা যায়।

(xii) ছবি : কোনো ছবিকে বৃহদাকারে প্রক্ষিপ্ত করে দেখানো যায়। স্থিরচিত্র প্রক্ষেপণ যন্ত্র, ওভারহেড প্রক্ষেপণ যন্ত্র, অস্বচ্ছ বস্তুর প্রক্ষেপণ প্রভৃতি স্থির প্রক্ষিপ্ত যন্ত্রের মাধ্যমে শুধু স্লাইড, ফিল্মস্ট্রিপ নয় বইয়ের চিত্র বা বইয়ের পাতায় কোনো তালিকা আছে সেই সম্পূর্ণ পাতাকে প্রক্ষেপণ যন্ত্রের সাহায্যে বৃহদাকারে প্রক্ষিপ্ত করা যায়।

(xiii) চলমান প্রক্ষিপ্ত চিত্র : স্থির প্রক্ষিপ্ত চিত্র অপেক্ষা চলমান চিত্র (শ্রবণ-নিরীক্ষা শিখন উপাদান) বেশি কার্যকরী। তবে এই ধরনের প্রক্ষেপণ যন্ত্রে শব্দ স্থানটির ব্যবস্থা থাকে বলে সবাক প্রক্ষেপণ যন্ত্র বলে।

স্বল্প দৈর্ঘ্যের ফিল্ম, পূর্ণ দৈর্ঘ্যের ফিল্ম, তথ্যমূলক ফিল্ম, ধীরগতি চিত্র শিক্ষার্থীদের আগ্রহের ক্ষেত্রকে বিস্তৃত করে এবং তাদের অনেক বেশি সক্রিয় করে। সবাক চিত্র ব্যবহার করে পাঠ্যবিষয়ের বিভিন্ন দুরূহ অংশের বিশ্লেষণ করা হয় এবং শিক্ষার্থীদের জ্ঞান, দক্ষতা, মনোভাব ও প্রেষণা ইত্যাদি বিকাশে সহায়তা করে। এই ধরনের প্রদর্শনীর পর সংক্ষিপ্ত আলোচনার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের সক্রিয় করে তোলা উচিত।

(xiv) শব্দ ও প্রচারমূলক উপাদান :

(a) রেডিও : বেতার প্রচারকে শিক্ষণের কাজে ব্যবহার করা যায় এখানেও মৌখিক শিক্ষণকে হৃদয়গ্রাহী করার জন্য বেতার যন্ত্রের সাহায্য নেওয়া হয়। রেডিওতে বিজ্ঞানভিত্তিক অনুষ্ঠান (জ্ঞান-বিজ্ঞানের আসর, বিজ্ঞান কুইজ) যেখানে গণিতের ও আলোচনা হয় তার মাধ্যমে গণিতের বিভিন্ন দিক সম্পর্কে শিক্ষক পুনরায় ছাত্রদের নিয়ে আলোচনা করবেন।

(b) টেলিভিশন : বর্তমানে টেলিভিশনের সাহায্যে গণিতের বিভিন্ন বিষয়ে বিশেষজ্ঞরা আলোচনা করেন এবং বিভিন্ন সময়ে (পূর্ব ঘোষিত) বিষয়বস্তুর মনোগ্রাহী প্রোগ্রাম করেন।

(c) টেপরেকর্ডার : টেপরেকর্ডার শ্রবণের সাহায্য শিক্ষার প্রেরণা জোগায় এবং মৌখিক শিক্ষণ পদ্ধতিকে আরও বেশি কার্যকরী করে তোলে।

(d) কম্প্যাক্ট ডিস্ক : CD-এর মাধ্যমে বর্তমানে রেকর্ড করে রাখা কোনো পাঠ বারবার শোনানোর মধ্যে দিয়ে শিক্ষণে সহায়তা করা যায়।

(e) কম্পিউটার : শিখন উপাদান হিসাবে কম্পিউটারের ব্যবহার ব্যাপক। CAI, CAL, CBT, CMI, CME ইত্যাদির মাধ্যমে শিক্ষাদান এখন প্রায় অবশ্যম্ভাবী হয়ে উঠেছে।

Computer ব্যবহারের মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা স্ব-স্ব চাহিদা অনুযায়ী শিক্ষালাভে সমর্থ হয়। এরূপ শিক্ষাদানে শিক্ষার্থীর অর্জিত জ্ঞান হয় নির্ভুল। সঙ্গে সঙ্গে Feed Back পাওয়ায় ভুল সহজে সংশোধন হয়। এবং আপন গতিতে অগ্রসর হতে পারে।

বর্তমানে ব্যবহৃত Programme learning-এর মাধ্যমে খুব সহজেই যে-কোনো টপিককে শেখানো যায়।

7.4 গণিত শিখন উপাদানের প্রস্তুতি ও ব্যবহার (Preparation of TLM & their use)

গণিতের শিখন উপাদান অনেক প্রকৃতির হয় যথা —

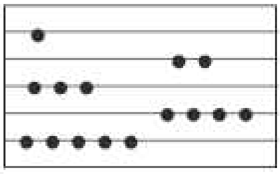
(i) দৃশ্যগত উপাদান : ব্ল্যাকবোর্ড, চার্ট, ছবি, গ্রাফ, চলচিত্র, স্লাইড, ফ্লানেল বোর্ড, ডায়াগ্রাম, আয়না, পুতুল, পুথি, বালির বাক্স, শিক্ষামূলক খেলনা, ঘড়ি, চশমা, আতস কাচ, স্কেচপেন।

(ii) দৃষ্টি-শ্রুতি নির্ভর : রেডিও, টেপরেকর্ডার, TV, ভিডিয়ো, ওভারহেড প্রজেক্টর, ম্যাজিক লণ্ঠন, লেখানো যন্ত্র, Computer।

(iii) কার্য উপকরণ : জাদুঘর, অ্যাকোয়ারিয়াম, বাগান, রান্নাঘর, মেলা, প্রদর্শনী, কর্মশালা। গণিতে যে-কোনো সামর্থ্য অর্জন করতে নিম্নলিখিত উপাদানগুলির সাহায্য নেওয়া হয় — গুলি, কাঠি, বীজ, ছবি, সংখ্যা কার্ড, চুম্বক মাছ, দশকের ও শতকের গুচ্ছ, অ্যাবাকাস, কৌটা ও শিশি, মাপন ফিতা, দাঁড়িপাল্লা, বাটখারা, ভাঙা ইট, পিচবোর্ড, লুডো, নামতার চার্ট, মাটির তৈরি ঘনবস্তু।

- **অ্যাবাকাস :**

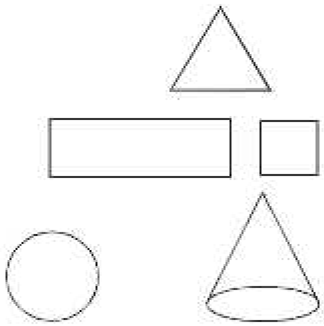
উপকরণ : আয়তাকার কাঠের কাঠামো, মাঝবরাবর ফুটো মাটির গুলি, সরু তার।



নির্মাণ পদ্ধতি : একটি আয়তাকার কাঠের কাঠামো তৈরি করে দৈর্ঘ্য বরাবর মেপে উপর-নীচে কটি লাইনে ছিদ্র করতে হবে। সম্ভব হলে নয়টি। প্রায় সমান মাপের পুটি বা মাটির গুলি মাঝখানে ফুটো করে তার পরিয়ে প্রথমটিতে একটি, পরেরটিতে দুটি তার, পরেরটিতে ৩টি এইভাবে কাঠামোতে পরপর লাইনে সাজিয়ে বেঁধে দিলে অ্যাবাকাস তৈরি হবে।

ব্যবহার : কম-বেশির ধারণা দিতে, সংখ্যার দলগত ধারণা, সমান-অসমানের ধারণা, যোগ-বিয়োগের ধারণা দিতে ব্যবহার হবে।

- **জ্যামিতিক ঘনবস্তু :**



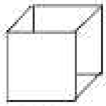
উপকরণ : শক্ত পিচবোর্ড, কাদামাটি, রং, বাঁশের পাতলা কাঠ।

ত্রিভুজ : শক্ত পিচবোর্ড কেটে তিন কোণা একত্রে করে আঠা দিয়ে ত্রিভুজাকৃতি হবে।

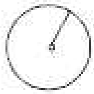
আয়তক্ষেত্র/বর্গক্ষেত্র : শক্ত পিচবোর্ড কেটে আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র তৈরি করা যায়।

গোলক ও শঙ্কু : কাদামাটি দিয়ে গোল ও শঙ্কু আকৃতি করে শুকিয়ে নিতে হবে। পরে রং করে দিতে হবে। বিয়ের টোপর এবং ফুটবল দেখিয়েও গোলক শঙ্কুর ধারণা দেওয়া যায়।

- **আয়তঘন ও ঘন :** পিচবোর্ড কেটে কেটে বাক্সের মতো তৈরি করে আয়তঘন ও ঘনবস্তু তৈরি করা যায়।



বৃত্ত : সাইকেলের চাকা দেখিয়ে বৃত্তের ধারণা দেওয়া যেতে পারে।



ব্যবহার : ঘন বস্তুগুলির নাম, আকার জানানো, বিভিন্ন প্রকার তল, তলের প্রকৃতি ও সংখ্যার ধারণা, ধার সংখ্যা, ত্রিভুজ, আয়তাকার ও গোলীয় তা দেখানো যাবে।

- **ঘড়ি :**

উপকরণ : আর্ট পেপার, ছোটো মাপের স্ক্রু বেল্টে নির্মাণ পদ্ধতি — বর্গাকার পিচবোর্ড থেকে একটা বৃত্ত কেটে নিয়ে ১ থেকে ১২ ভাগ করে লিখে দিতে হবে।

পিচবোর্ড কেটে তিনটি ঘড়ির কাঁটা তৈরি করতে হবে মোটা ও ছোটো ঘণ্টার কাঁটা, মোটা ও বড়ো মিনিটের কাঁটা, সরু ও বড়ো সেকেন্ডের কাঁটা, কাঁটা তিনটিকে ফুটো করে স্ক্রু-বেল্টে দিয়ে এমনভাবে আটকাতে হবে যে তিনটি কাঁটা সহজেই ঘুরতে পারে।

ব্যবহার : ঘড়ির গঠন সম্পর্কে জানতে এবং ঘড়ি দেখিয়ে সময় নির্ধারণ করার নিয়ম শেখানো হবে।

- **দাঁড়িপাল্লা :**

উপকরণ : একটি সোজা লাঠি, দড়ি দুটি, একই মাপের বেবিফুডের কৌটার ঢাকনা, বাটখারা (পাথর ছোটো বড়ো)।

পদ্ধতি : একই মাপের দুটি বেবিফুডের কৌটোর ঢাকনা দিয়ে ঢাকনাতে সমান দূরত্বে তিনটি করে ছিদ্র করা হল। সমান মাপের তিনটি দড়ি দিয়ে লাঠির দু-প্রান্তে বাঁধা হল। কাঠির ঠিক মাঝখানে একটি ছিদ্র করে একটি শক্ত সুতো আটকানো হল।

ব্যবহার : দুটি বস্তুর মধ্যে ভারী ও হালকার ধারণা দেওয়া যাবে, বিভিন্ন মাপ (গ্রাম, কিগ্রা) সম্পর্কে জানানো যাবে। পরিমাপ কীভাবে করতে হয় জানানো যাবে।

- **ভগ্নাংশ সম্পর্কিত শিক্ষা উপাদান :**

প্রাথমিক উপকরণ : বৃত্ত, পাঁউরুটি, কার্ডবোর্ড

পদ্ধতি : একটি বৃত্ত এঁকে তাতে 4 বা 5 ভাগ করে বিভিন্ন রকম রং করে ভগ্নাংশ বোঝানো যায়। পাঁউরুটিকে পিস করেও ভগ্নাংশের ধারণা দেওয়া যায় — $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ প্রভৃতি।

ভগ্নাংশের ছোটো-বড়ো এবং যোগ-বিয়োগের মূর্ত ধারণা দেওয়া যায়।

তাছাড়া শ্রেণিকক্ষের চেয়ার, টেবিল, দরজা, জানালা প্রভৃতির মাধ্যমে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ক্ষেত্রফল, আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র, পরিসীমা প্রভৃতি সম্পর্কে ধারণা দেওয়া হয়।

কাঠের বান্ডিল, পুঁতির মালা ব্যবহার করে স্থানীয় মানের ধারণা দেওয়া যেতে পারে।

7.5 গণিতের শিখন উপাদান বা প্রদীপন নির্বাচনের নীতি ও কার্যকরী ব্যবহার (Principles of Selection and Effective use of LTM)

(i) শিশুর নিকট পরিচিত পরিবেশের বিষয়বস্তু হবে পাঠদানের শিক্ষা প্রদীপন যা নিকট পরিবেশে সহজেই পাওয়া যায়। এমনকি ফেলে দেওয়া বস্তু থেকেও প্রদীপন তৈরি করা যায়।

(ii) শিক্ষা প্রদীপনগুলি বাস্তব ত্রিমাত্রিক এবং স্বল্পমূর্ত (চিত্র) দ্বিমাত্রিক উভয় প্রকারের হবে যাতে মূর্ত থেকে বিমূর্তে যাওয়া যায়।

(iii) বিষয়ের সঙ্গে সঠিক সম্পর্কযুক্ত বস্তুসামগ্রীকেই প্রদীপন হিসাবে নির্বাচিত করতে হবে।

(iv) প্রদীপনগুলি শিশুদের বয়সের সঙ্গে সামঞ্জস্যপূর্ণ হতে হবে।

(v) সৃজনাত্মক ও উৎপাদনাত্মক কাজে শিশুদের সক্রিয়ভাবে নিযুক্ত করে প্রদীপন তৈরি করলে ভালো হয়।

(vi) প্রদীপন স্বল্পমূল্যের উদ্ভাবনাভিত্তিক (Low cost improvised) হবে।

(vii) রঙিন উপকরণ সহজে শিশুদের দৃষ্টি আকর্ষণ করে তাই প্রদীপন তৈরি করার পর রং করলে ভালো হয়।

(viii) খুব বেশি পরিমাণে প্রদীপন ব্যবহার করে যেন বিষয়ের মূল কথা বা প্রাসঙ্গিকতা নষ্ট না হয় তা খেয়াল রাখতে হবে।

(ix) প্রদীপন নির্বাচনের সময় শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীদের পক্ষে উপযোগী হয় কিনা তা বিবেচনা করতে হবে।

(x) প্রদীপন নির্বাচন করার সময় শ্রেণিকক্ষের অবস্থাও বিচার করা দরকার, সাধারণ অবস্থায় ব্যবহারযোগ্য হতে হবে।

(xi) প্রদীপন নির্বাচন করার সময় তা কীভাবে শিক্ষার্থীদের চিন্তন প্রক্রিয়াকে সহায়তা করতে পারে, কৌতূহল প্রবৃত্তিকে নিবৃত্ত করতে পারে তা বিচার করা উচিত।

(xii) প্রদীপন যেন বিষয়বস্তুকে সরলীকরণ করতে পারে এবং শিক্ষার্থীদের মানসিক ক্ষমতার উপযোগী করে উপস্থাপনে সহায়তা করে।

- **প্রদীপনের কার্যকরী ব্যবহার (Effective use of LTM) :**

প্রদীপনকে কার্যকরীভাবে ব্যবহার করার দায়িত্ব শিক্ষকের। কোনো প্রদীপন শ্রেণিকক্ষে ব্যবহারের পর তার উপযোগিতা সম্পর্কে পুনর্বিচার করা উচিত।

(i) পাঠের অগ্রগতি ও আলোচনার ধারাবাহিকতার সঙ্গে সামঞ্জস্য রেখে প্রদীপন ব্যবহার করা উচিত।

(ii) প্রদীপন শ্রেণিতে এমন জায়গায় রাখবেন যেন শ্রেণির সমস্ত শিক্ষার্থীর দৃষ্টিগোচর হয় সহজ।

(iii) সহজ সরল প্রদীপন না হয়ে খুব চমকপ্রদ প্রদীপন হলে শিক্ষার্থীদের মন বিক্ষিপ্ত হয়, পাঠে মনোযোগ হারায়।

(iv) ঠিক যে মুহূর্তে প্রদীপন প্রয়োজন, সেই মুহূর্তে ব্যবহার এবং প্রয়োজনের পর সেটাকে সরিয়ে ফেলা উচিত।

(v) প্রদীপন ব্যবহার করার সময় যেন চুপ করে না থেকে বিভিন্নভাবে ব্যাখ্যা করে, প্রশ্ন করে শিক্ষার্থীদের সক্রিয় করে তোলা উচিত।

(vi) শ্রেণিকক্ষে প্রদীপন ব্যবহার করার সময় আগে সঠিকভাবে ব্যবহার করা যাচ্ছে কি না দেখা উচিত। যান্ত্রিক উপকরণের ক্ষেত্রে নিয়মবিধি (Manuals) পড়ে প্রস্তুতি নিয়ে প্রদীপন ব্যবহার করা উচিত।

7.6 সারসংক্ষেপ (Summary)

- যে সকল বস্তু বা কৌশল ব্যবহার করে শিক্ষার্থীদের কল্পনাশক্তিকে উদ্দীপ্ত করে তোলা যায় এবং শিক্ষণীয় বস্তুকে প্রাঞ্জল ও সুষ্ঠু করে তোলা যায় তাদের বলে শিখন উপাদান বা Learning Material.
- শিখন উপাদান বা প্রদীপন বিভিন্ন রকমের হয় তথা শ্রবণ (Audio), শ্রবণ-নিরীক্ষা (Audio-visual), দর্শন (Visual), সক্রিয়তা (Activity) এবং স্বয়ং শিখন (Self learning) ভিত্তিক হয়।

- কোনো বিষয় পড়ানোর জন্য কীরকম প্রদীপন তৈরি করলে পাঠদান কার্যকরী হয় তা ভেবে শিক্ষককে শিক্ষার্থীদের সাহায্য নিয়ে তৈরি করতে হবে।
- বাস্তব পরিবেশ থেকে মাটি, কাঠি, তেঁতুলবীজ, দেশলাই বা ইট, পাথরের টুকরো, শিশি, পুরানো কৌটা, গাছের পাতা গ্রন্থিকে কাজে লাগিয়ে অনেক প্রদীপন তৈরি করা যায়।
- প্রদীপন নির্বাচন করার সময় শিক্ষার্থীদের মানসিক অবস্থা, বয়স, বুদ্ধ্যাঙ্ক মাথায় রাখতে হবে। প্রদীপন যেন সহজে ব্যবহার করা যায় এবং সহজলভ্য কম ব্যয়ে জিনিসপত্র থেকে তৈরি করা যায়। প্রদীপনে যেন কখনো ভুল তথ্য থাকে না এবং সত্যই বিমূর্ত বিষয়কে মূর্ত করতে পারে।
- প্রদীপন ব্যবহার করার সময় যেন শিক্ষক সঠিকভাবে সেটা ব্যবহার করেন। কখন কোন সময় ব্যবহার করলে ফলপ্রসূ হবে তা যেন পাঠ-পরিকল্পনাতেই উল্লেখ থাকে।
- সব সময় শিক্ষক সহজ, সরল শিক্ষামূলক প্রদীপন ব্যবহারের চেষ্টা করবেন এবং ব্যবহারের পরও তার উপযোগিতা সম্পর্কে পুনর্বিচার করবেন।

অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1. বহু নির্বাচনধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) শিখন শিক্ষণ উপাদান জ্ঞানের বস্তুকে ________ করে তোলে

(i) বিমূর্ত (ii) ইন্দ্রিয়গ্রাহ্য (iii) সহজ (iv) কঠিন

(খ) শ্রেণিকক্ষের সাধারণ উপকরণ হল —

(i) ওভার হেড প্রজেক্টার (ii) চক (iii) অ্যাবাকাস (iv) রেডিও

(গ) শ্রবণযোগ্য উপকরণ হল —

(i) টেলিভিশন (ii) মডেল (iii) রেডিও (iv) চার্ট

(ঘ) LTM হওয়া উচিত —

(i) মূল্যবান (ii) ডিজিটাল (iii) স্বল্পমূল্য বা ফেলে দেওয়া জিনিসের (iv) মাটির

(ঙ) প্রক্ষিপ্ত শিখন শিক্ষণ উপাদান হল —

(i) সিনেমা (ii) পোস্টার (iii) চার্ট (iv) মডেল

2. অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি :

(ক) LTM বলতে কী বোঝো?

(খ) শিখন শিক্ষণ উপাদান নির্বাচনের চারটি নীতি লিখুন।

(গ) তৃতীয় শ্রেণিতে ব্যবহারযোগ্য দুটি LTM ও তার বিষয়ভিত্তিক ব্যবহার লেখো।

(ঘ) গণিতের পুস্তককে কীভাবে LTM হিসাবে কাজে লাগানো যায়?

3. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি :

(ক) গণিত শিক্ষায় LTM-এর প্রয়োজনীয়তা কী?

(খ) রান্নাঘরকে কাজে লাগিয়ে গণিতের কী কী শিক্ষা দেওয়া যাবে?

(গ) গণিতের ধারণা দিতে পরিবেশলব্ধ উপাদানের ব্যবহার লিখুন।

4. রচনাধর্মী উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি :

(ক) প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় এবং চতুর্থ শ্রেণির উপযুক্ত একটি করে শিখন শিক্ষণ উপাদানের প্রস্তুতি ও ব্যবহার লিখুন।

(খ) শিখন শিক্ষণ উপাদান কী কী ধরনের হতে পারে উদাহরণসহ বর্ণনা করুন।

অধ্যায় 8

গণিত শিখনে পদ্ধতি ও ধারা (Learning methods and approaches of Mathematics)

8.1 ভূমিকা (Introduction)

8.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

8.3 পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি, পরীক্ষণ পদ্ধতি, প্রতিপাদন বা প্রদর্শন পদ্ধতি, সমস্যা সমাধান পদ্ধতি (Observation, Experimentation, Demonstration, Problem Solving)

8.4 প্রকল্প পদ্ধতি বা কার্যকলাপ পদ্ধতি (Project Method)

8.5 সারসংক্ষেপ (Summary)

8.6 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

8.1 ভূমিকা (Introduction)

পাঠ্য বিষয়ের মাধ্যমে শিক্ষার্থীকে শিখন সামর্থ্যগুলি অর্জন করিয়ে দেওয়াই হল শিক্ষার মুল লক্ষ্য। আর এই পাঠ্যসূচি নির্ভর শিক্ষায় শিক্ষকের ভূমিকা গুরুত্বপূর্ণ, শিক্ষক এখানে শিক্ষার্থীদের পরিচালিত করেন।

যে প্রক্রিয়ায় শিক্ষক গণিত জ্ঞানের সঙ্গে শিক্ষার্থীর গুরুত্বপূর্ণ যোগাযোগ ঘটায়, তাকেই গণিত শিক্ষণ পদ্ধতি বলা হয়।

প্রত্যেক শিক্ষককে শিক্ষার্থীদের চাহিদা অনুসারে বিষয়বস্তুর উপস্থাপন করতে হয়। সেক্ষেত্রে বিষয়বস্তুর তারতম্য অনুসারে উপস্থাপন ভিন্ন হয়ে যায় আর এই ভিন্ন হওয়ার ফলে পঠনপাঠনে পরিবর্তন আসে সেটাই এখানে শিক্ষণ পদ্ধতি হিসাবে ধরে নেওয়া হয়।

গণিত শিক্ষাদানে বিভিন্ন পদ্ধতি আছে। তবে পদ্ধতিগুলি বিভিন্ন বিষয়ের অন্তর্ভুক্ত বিষয়গুলির উৎকর্ষ আনার জন্য শিক্ষকদের এই পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হয়। দেখা যায় অনেক সময় কোনো শিক্ষককে শিক্ষার্থীরা খুব বেশি পছন্দ করে আবার কোনো শিক্ষককে ততটা করে না। আসলে যাঁরা পাঠদানের উৎকৃষ্ট কৌশলগুলিকে প্রয়োগ করে তারাই শিক্ষার্থীর কাছে ভালো শিক্ষক।

গণিত শিখনে উৎকৃষ্ট পদ্ধতিগুলি বিষয়ভিত্তিক হিসাবে গুরুত্ব পায়। যেমন— আরোহী ও অবরোহী পদ্ধতি, সংশ্লেষণ ও বিশ্লেষণ পদ্ধতি, আবিষ্কার পদ্ধতি, সমস্যা সমাধান পদ্ধতি, প্রকল্প পদ্ধতি ইত্যাদি।

এই সমস্ত শিখন পদ্ধতিগুলি কার্যকরী হবে তা নির্ভর করে কয়েকটি বৈশিষ্ট্যের ওপর যথা— শিক্ষার স্তর, শিক্ষার্থীর বয়স ও তার মানসিক বিকাশ, ব্যক্তিগত পার্থক্য, শিক্ষণ উপকরণের প্রাপ্তি ইত্যাদি। তবে যে-কোনো পদ্ধতিই সাফল্য লাভ করবে প্রধানত শিক্ষকের চেষ্টা, অভিজ্ঞতা ও পারদর্শিতার ওপর।

এককথায় বলা যায়, প্রতিটি বিষয়বস্তুর জন্য এমন শিখন পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হবে যাতে করে শিক্ষার্থীরা চূড়ান্ত সামর্থ্য অর্জন করতে পারে।

8.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

(i) বিভিন্ন শিখন পদ্ধতি সম্পর্কে আলোচনা করতে পারবে।

(ii) পর্যবেক্ষণ, পরীক্ষণ, প্রদর্শন ও সমস্যা সমাধান শিখন পদ্ধতির ব্যবহার করতে পারবে।

(iii) শিখন পদ্ধতিগুলির সুবিধা ও অসুবিধাগুলি বলতে পারবে।

(iv) বিভিন্ন শিখন পদ্ধতির গুরুত্ব নিরূপণ করতে পারবে।

(v) প্রকল্প পদ্ধতির সম্বন্ধে ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং ছাত্রছাত্রীদের কীভাবে অংশগ্রহণ করাবেন তা নির্ধারণ করতে পারবে।

8.3 পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি, পরীক্ষণ পদ্ধতি, প্রতিপাদন বা প্রদর্শন পদ্ধতি, সমস্যা সমাধান পদ্ধতি (Observation, Experimentation, Demonstration, Problem Solving)

8.3.1 পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি (Observation Method) :

কোনো শিক্ষণীয় বিষয় শিক্ষার্থী যখন প্রত্যক্ষভাবে দেখে সেই সম্পর্কে সঠিকভাবে ধারণা গড়ে তোলে তাকে পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি বলে। গণিতের বিষয়ের ক্ষেত্রে পর্যবেক্ষণ সাধারণত কোনো গাণিতিক সমস্যা বা চিত্র অথবা ত্রিমাত্রিক শিক্ষা উপাদানের মাধ্যমেও উপস্থাপন করা যেতে পারে। তবে বাস্তব ক্ষেত্রে কোনো শিক্ষার্থী মুদিখানার দোকানে কোনো ওজন পরিমাপ ও দরদাম সম্পর্কে তথ্যের ধারণা গঠন করতে পারবে পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে। মিশরের পিরামিড দেখেও জ্যামিতিক ধারণা পাওয়া যাবে।

P.G. Gisbert পর্যবেক্ষণ পদ্ধতির সংজ্ঞা হিসাবে বলেছেন— Observation consists in the application of own mind and its cognitive powers to the phenomena which we are studying.

অর্থাৎ আমরা আমাদের অবগতি এবং চেতনাকে প্রয়োগ করে কোনো বস্তু বা ঘটনা সম্বন্ধে জ্ঞান অর্জনের চেষ্টা করি তাকেই বলা হয় পর্যবেক্ষণ।

পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি দুই ধরনের। যথা- 1) অনিয়ন্ত্রিত পর্যবেক্ষণ, 2) নিয়ন্ত্রিত পর্যবেক্ষণ।

(১) **অনিয়ন্ত্রিত পর্যবেক্ষণ :** পর্যবেক্ষণের নির্দেশিকা ছাড়াই শিক্ষার্থীরা কোনো বিষয় পর্যবেক্ষণ করলে তা অনিয়ন্ত্রিত পর্যবেক্ষণ।

(২) **নিয়ন্ত্রিত পর্যবেক্ষণ :** শিক্ষার্থীরা শিক্ষকের নির্দেশনা অনুসারে পর্যবেক্ষণ করলে তাকে নিয়ন্ত্রিত পর্যবেক্ষণ বলে।

- **পর্যবেক্ষণ পদ্ধতির প্রয়োগের পর্যায়ক্রমিক স্তর :**

পর্যবেক্ষণ পদ্ধতির মাধ্যমে বিষয়বস্তুকে শিক্ষার্থীদের কাছে উপস্থাপন করার জন্য নিম্নের কয়েকটি স্তর অনুসরণ করা প্রয়োজন। সেগুলি হল —

(1) **বিষয় পাঠ নির্বাচন :** যে বিষয়টি এই পদ্ধতির মাধ্যমে পড়াবেন তা আগে থেকেই নির্বাচন করতে হবে।

(2) **উদ্দেশ্য স্থিরীকরণ :** পাঠ্য বিষয়ে শিক্ষার্থীরা কী কী উদ্দেশ্য অর্থাৎ কী কী শিখন সামর্থ্য অর্জন করবে তার স্পষ্ট ধারণা দিতে হবে।

(3) **উদ্দেশ্যভিত্তিক পর্যবেক্ষণ-এর জন্য শিক্ষণ উপকরণ নির্মাণ :** পাঠ্য বিষয় ও উদ্দেশ্যগুলি পূরণ করার স্বার্থে শিক্ষা উপাদানটি তেমনভাবে তৈরি করে নিতে হবে।

(4) **পূর্ব পরিকল্পনা :** শ্রেণিকক্ষে কীভাবে উপস্থাপন করবেন তা আগে থেকে সুস্পষ্ট পরিকল্পনা করে নিতে হবে।

(5) **শ্রেণিতে প্রয়োগ :** পরিকল্পনা অনুসারে শ্রেণিকক্ষে পদ্ধতির প্রয়োগ করতে হবে।

(6) **গাণিতিক ধারণা গঠন :** প্রদর্শন থেকে শিক্ষার্থীরা শিক্ষকের সহায়তায় গাণিতিক ধারণা অর্জন করতে পারবে।

- **পর্যবেক্ষণ পদ্ধতির প্রয়োগ:**

উদাহরণ

1) **পাঠ : সমহরের ও সমলবের ভগ্নাংশের তুলনা :**

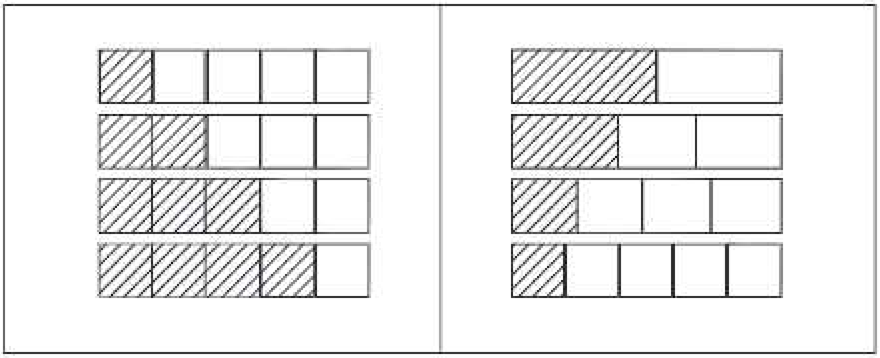
শ্রেণি : পঞ্চম

2) **উদ্দেশ্য :**

(1) লব বৃদ্ধি পেলে ভগ্নাংশের মান বাড়ে এবং বিপরীতক্রম

(2) হর বৃদ্ধি পেলে ভগ্নাংশের মান কমবে এবং বিপরীতক্রম

3) **পর্যবেক্ষণের জন্য শিক্ষা উপাদান নির্মাণ :**



অসম লব ও সম হর   সম লব ও অসম হর

(চার্ট)

4) **পরিকল্পনা :**

(1) শ্রেণিতে প্রস্তুতি স্তরের জন্য কয়েকটি প্রশ্ন করে চিত্রটি চার্টের দ্বারা শ্রেণিতে উপস্থাপন করা।

(2) চার্টের দুই দিকের চিত্রগুলিকে পর্যবেক্ষণ করে ভগ্নাংশের মিল-অমিল দেখতে বলা হবে।

(3) ছবিগুলি দেখিয়ে শিক্ষার্থীদের মধ্যে আলোচনা করতে দিতে হবে।

(4) শিক্ষার্থীরা আলোচনার মাধ্যমে গাণিতিক সিদ্ধান্ত গ্রহণ করবে।

5) **শ্রেণিকক্ষে প্রয়োগ :**

পূর্ব পরিকল্পনা অনুসারে শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীদের আলোচনার মাধ্যমে গাণিতিক সিদ্ধান্ত গ্রহণে সহায়তা করা —

শিক্ষকের কাজ	শিক্ষার্থীর দ্বারা পর্যবেক্ষণ
(1) বামদিকের চিহ্নিত ভগ্নাংশ চারটি কী কী?	(1) $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$
(2) ভগ্নাংশগুলির মধ্যে মিল ও অমিল কোথায়?	(2) লবগুলি অসমান কিন্তু হরগুলি সমান
(3) ছোটো থেকে বড়ো সাজাও?	(3) $\frac{1}{5} < \frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5}$
(4) ডানদিকে চিত্রগুলির ভগ্নাংশ কেমন?	(4) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$
(5) ভগ্নাংশের মিল ও অমিল কী?	(5) লব সমান হর অসমান
(6) ভগ্নাংশ ছোটো থেকে বড়ো সাজাও।	(6) $\frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

6) **গাণিতিক সিদ্ধান্ত গ্রহণ :**

(1) হর সমান থাকলে লব বড়ো হলে ভগ্নাংশটি বড়ো হবে।

(2) লব সমান হলে হর বাড়লে ভগ্নাংশটি কমবে।

● **পর্যবেক্ষণ পদ্ধতির সুবিধা :**

(1) শিক্ষার্থীরা পর্যবেক্ষণ নিজে করার ফলে তাদের প্রাপ্ত জ্ঞান/ অভিজ্ঞতা শিক্ষার্থীর নিজস্ব হয়।

(2) নিজে কাজ করে বলে আগ্রহ ও উৎসাহ বজায় থাকে।

(3) পর্যবেক্ষণের মাধ্যমে শিক্ষার্থী অনুসন্ধান ও প্রশ্নকরণের সুযোগ পায় যা আধুনিক শিক্ষার একটি মূলনীতি।

(4) যুক্তি ও বিচার বিশ্লেষণের মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা নিজেরা গাণিতিক সিদ্ধান্ত নিতে পারবে।

● **পর্যবেক্ষণ পদ্ধতির অসুবিধা :**

(1) সময়ের অপচয় হয় প্রচুর।

(2) শিক্ষার্থী সংখ্যায় প্রচুর হলে শ্রেণিকক্ষে শৃঙ্খলা থাকে না।

(3) উৎসাহী এবং আগ্রহী শিক্ষকের অভাব হলে এই পদ্ধতি কার্যকরী হয় না।

(4) প্রয়োগগত অসুবিধা থাকলে (স্থানের অভাব, সময়ের অভাব) এই পর্যবেক্ষণের উদ্দেশ্য ব্যর্থ হয়।

8.3.2 পরীক্ষণ পদ্ধতি (Experimentation Method) :

শিক্ষার্থীরা যখন নিজেরা পরীক্ষা (Experiment) করে কোন্ সমস্যা সমাধানে কিংবা সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়ার চেষ্টা করে তখন সেই পদ্ধতিকে পরীক্ষণ পদ্ধতি বলা হয়।

পরীক্ষাটি শিক্ষার্থীরা এককভাবে / দলগতভাবে করতে পারে।

● **বৈশিষ্ট্য :**

(1) পরীক্ষাটি শিক্ষার্থীরা নিজেরা করবে।

(2) পরীক্ষার মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা নিজেরাই সিদ্ধান্ত গ্রহণ করবে।

(3) সমস্যাটি শিক্ষক উপস্থাপন করবেন।

(4) শিক্ষক খুব বেশি শিক্ষার্থীদের সাহায্য করবেন না। নির্দেশনার মাধ্যমে তা করবেন।

(5) সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য যথেষ্ট কারণ থাকবে।

● **পরীক্ষণ পদ্ধতির প্রয়োগের স্তর :**

(1) শিক্ষার্থীদের জন্য পাঠ্য বিষয় নির্বাচন করে দেওয়া।

(2) পাঠ্য বিষয়ের উদ্দেশ্য নিরূপণ করা।

(3) পরীক্ষার জন্য প্রয়োজনীয় যন্ত্রপাতি সংগ্রহ ও সরবরাহ করা।

(4) সমস্যার উপস্থাপন।

(5) নির্দেশ দান শিক্ষকের (প্রয়োজন অনুযায়ী)।

(6) পরীক্ষালব্ধভাবে সিদ্ধান্ত গ্রহণ।

- **পরীক্ষণ পদ্ধতির প্রয়োগ:**

উদাহরণ - 1

পাঠ - ত্রিভুজ অঙ্কন

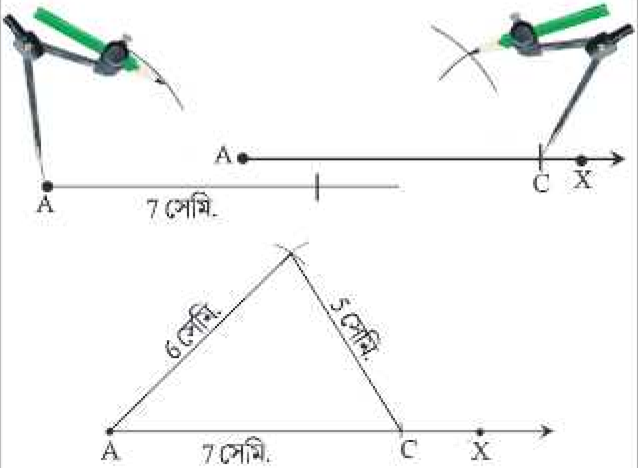
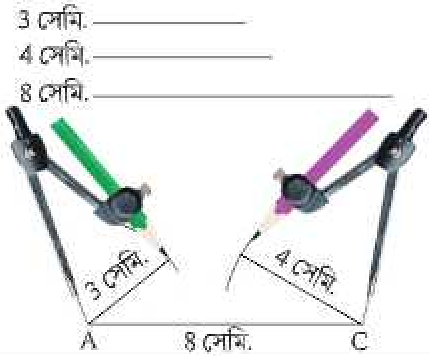
শ্রেণি - সপ্তম

সমস্যা উপস্থাপন - (i) 5 সেমি, 6 সেমি, 7 সেমি দৈর্ঘ্যের তিনটি রেখাংশ দিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন।
(ii) 3 সেমি, 4 সেমি, 8 সেমি দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ নিয়ে ত্রিভুজ অঙ্কন।

উপকরণ বা যন্ত্রপাতি : স্কেল, পেনসিল ও কম্পাস।

নির্দেশ দান : উপরোক্ত বাহুগুলি নিয়ে ত্রিভুজ দুটি অঙ্কন করার চেষ্টা করো —

পরীক্ষালব্ধভাবে সিদ্ধান্ত গ্রহণ :

পরীক্ষা	পর্যবেক্ষণ	সিদ্ধান্ত
(i) 5 cm. 6 cm. 7 cm.		i) প্রথমটিতে ত্রিভুজ অঙ্কন করা গেল
(ii) 3 cm. 4 cm. 8 cm.		ii) দ্বিতীয়টিতে গেল না। কারণ $5 + 6 = 11 > 7$ $3 + 4 = 7 < 8$ সুতরাং ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতম বাহু দুটির দৈর্ঘ্য তৃতীয় বাহু থেকে বড়ো হলে তবেই অঙ্কন সম্ভব।

উদাহরণ - 2

পাঠ - ভগ্নাংশ ছোটো-বড়ো নির্ণয়

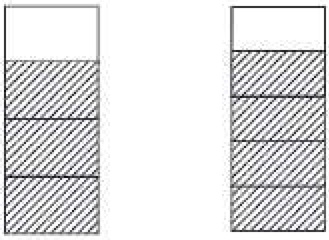
শ্রেণি - পঞ্চম

সমস্যা - $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$-এর মধ্যে কোনটি বড়ো

উপকরণ : দুটি একই মাপের পরীক্ষা নল যার একটি সমান চার ভাগ, অন্যটিতে সমান পাঁচ ভাগ দেওয়া আছে রঙিন জল।

নির্দেশ দান : পরীক্ষা নলে রঙিন জল ব্যবহার করে 3 ভাগ, আর চার ভাগ পূরণ করো।

পরীক্ষালব্ধভাবে সিদ্ধান্ত :

শিক্ষার্থীর কাজ	পর্যবেক্ষণ	সিদ্ধান্ত
পরীক্ষা নল দুটিতে যথাক্রমে 3 ভাগ ও 4 ভাগ রঙিন জল পূরণ করলাম	পাশাপাশি রেখে দেখা হল — 	দ্বিতীয়টিতে রঙিন জল বেশি আছে। সুতরাং $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$

- **পরীক্ষণমূলক পদ্ধতির সুবিধা :**

  (1) এটি একটি মনোবিজ্ঞানসম্মত প্রক্রিয়া।

  (2) হাতেনাতে কাজ করার দক্ষতা বাড়ে।

  (3) এই পদ্ধতি বেশ আনন্দদায়ক, চিত্তাকর্ষক এবং শিশুকেন্দ্রিক।

  (4) অর্জিত জ্ঞান অনেক বেশি দীর্ঘস্থায়ী হয়।

  (5) পর্যবেক্ষণ ক্ষমতার বিকাশ ঘটে যা শিশুদের বা শিক্ষার্থীদের যে-কোনো ঘটনার ব্যাখ্যা দানে সহায়তা করে।

  (6) বিষয়ের প্রতি আগ্রহ বাড়ে।

- **পরীক্ষণমূলক পদ্ধতির অসুবিধা :**

  (1) গণিতের সব বিষয় এই পদ্ধতিতে শেখানো যায় না।

  (2) অনেক বেশি শিক্ষার্থী থাকলে প্রত্যেককে পরীক্ষা করার সুযোগ দেওয়া সম্ভবপর হয়ে ওঠে না।

  (3) এই পদ্ধতির উপস্থাপন করার জন্য উপযুক্ত প্রশিক্ষণপ্রাপ্ত শিক্ষক-এর অভাব দেখা যায়।

  (4) প্রতিষ্ঠানে অনেক সময়-এর জন্য প্রয়োজনীয় যন্ত্রপাতি পাওয়া যায় না।

8.3.3 প্রতিপাদন বা প্রদর্শন পদ্ধতি (Demonstration Method) :

শিক্ষক ছাত্র-ছাত্রীদের সহযোগিতায় তাদের সামনে কিছু পরীক্ষার মাধ্যমে বিষয়বস্তুকে উপস্থাপন করে ধারণা দেন। এই পদ্ধতিই হল প্রতিপাদন বা প্রদর্শন পদ্ধতি।

পরীক্ষানিরীক্ষা চলাকালীন শিক্ষার্থীরা খুব ভালো করে পর্যবেক্ষণ করবে এবং নিজস্ব অভিজ্ঞতা সঞ্চয় করবে। সবশেষে সিদ্ধান্তটি শিক্ষক মহাশয় বলে দেবেন বা বোর্ডে লিখবেন যাতে করে শিক্ষার্থীরা নিজের খাতায় লিখতে পারবে।

- **প্রতিপাদন বা প্রদর্শন পদ্ধতির প্রয়োজনীয়তা :**

  (1) বৈজ্ঞানিক চিন্তাভাবনা ও দৃষ্টিভঙ্গি গড়ে উঠতে সাহায্য করে।

  (2) পাঠদান খুব আকর্ষণীয় হয়।

(3) বিভিন্ন আবিষ্কার বা সূত্রের সত্যতা নিরূপণ করা যায়।

(4) বিভিন্ন অজানা বিষয় খুব সহজে শিক্ষার্থীরা পর্যবেক্ষণ করতে পারবে।

(5) গাণিতিক বিষয় সমস্যায় বাস্তব ও যুক্তিপূর্ণ সমাধান করতে পারবে।

- **বৈশিষ্ট্য :**

(1) শিক্ষক নিজের হাতে পরীক্ষাটি করে দেখাবেন।

(2) শিক্ষার্থীরা পর্যবেক্ষণ করবে, খুব বেশি হলে শিক্ষককে সাহায্য করতে পারে।

(3) প্রতিটি বিষয়বস্তুর বাস্তব রূপায়ণ ঘটানো সম্ভব।

(4) বিভিন্ন বিষয়বস্তুর বিভিন্ন পদ্ধতি অথবা কৌশলগুলি শিক্ষার্থীরা রপ্ত করতে পারবে।

(5) বিভিন্ন বস্তু ও নমুনা শিক্ষার্থীরা পর্যবেক্ষণ করবে।

- **প্রদর্শন পদ্ধতি প্রয়োগের স্তর :**

(1) পরীক্ষা নির্ভর পাঠ নির্বাচন।

(2) পাঠটির সুনির্দিষ্ট উদ্দেশ্য নির্ধারণ।

(3) পরীক্ষা প্রদর্শনের জন্য প্রয়োজনীয় যন্ত্রপাতি সংগ্রহ।

(4) যন্ত্রপাতিগুলির যাচাইকরণ (কার্যকারিতার বিচারে)।

(5) প্রদর্শন বা উপস্থাপনের পরিকল্পনা —

(a) পরীক্ষা প্রদর্শনের সময় বা পর্যায়।

(b) বিশেষ অংশগুলি চিহ্নিত করা।

(c) শিক্ষক-শিক্ষার্থীদের মধ্যে সংযোগস্থাপন।

(6) শ্রেণিকক্ষে উপস্থাপন —

(a) শিক্ষার্থীদের মনোযোগ সৃষ্টি করে পাঠ্য বিষয়ের প্রবেশের পরিকল্পনা করা।

(b) শিক্ষার্থীদের ধারণাগুলি স্পষ্টকরণ করা।

(c) শিক্ষার্থীদের নতুন শিখন যাচাইকরণ।

- **প্রতিপাদন বা প্রদর্শন পদ্ধতির প্রয়োগ:**

উদাহরণ

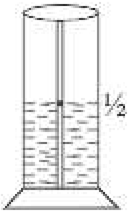
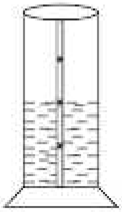
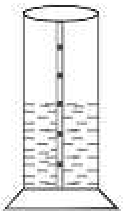
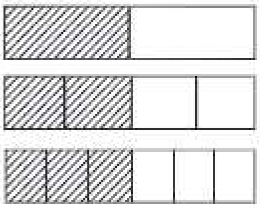
পাঠ - সম ভগ্নাংশের ধারণা গঠন

শ্রেণি - চতুর্থ

উপকরণ বা যন্ত্রপাতি : মাপনি চোঙ, রঙিন জল, রঙিন কাগজের অংশ, আঠা

একটি কাগজকে সমান দুইভাগ, অন্য একটিকে সমান চারভাগ, আর একটি কাগজকে সমান ছয়ভাগ করে চোঙের তিনদিকে তিনটি কাগজকে আটকানো থাকবে। রঙিন জলগুলি ঢালার জন্য অন্য পাত্র থাকবে।

পরীক্ষা প্রদর্শন ও বিষয়ের ধারণা গঠন :

পরীক্ষা প্রদর্শন	পর্যবেক্ষণ	সিদ্ধান্ত
(a) মাপনি চোঙে অর্ধেক রঙিন জল নিয়ে শিক্ষার্থীদের দুই ভাগ চিহ্নিত অংশ দেখানো হবে- 	(1) দাগ দেখে বলোতো কতটা জল ভরলাম (2) এটি গণিতের ভাষায় কী হবে	(1) রঙিন জল অর্ধেক ভরেছেন (2) $\frac{1}{2}$
(b) পাত্রটি ঘুরিয়ে চারভাগের দিক রেখে মাপনি চোঙেটিকে সামনে আনা হল 	(3) দাগ দেখে বলোতো কতটা জল নেওয়া হল (4) গণিতের ভাষায় কত হবে	(3) দুই ভাগ নেওয়া হয়েছে। (4) $\frac{2}{4}$
(c) এবার মাপনি চোঙের ছয়ভাগের দিকটি সামানে দিকে নিয়ে আনা হল 	(5) এবার দেখে বলো কতটা রঙিন জল (6) অঙ্কের ভাষায় কী হবে (7) আচ্ছা তাহলে তিন ক্ষেত্রেই জলের পরিমাণ কি সমান (8) তাহলে ভগ্নাংশগুলি সমান হবে (9) তাহলে গণিতের ভাষায় কীভাবে লিখব	(5) ছয়ভাগের তিনভাগ (6) $\frac{3}{6}$ (7) হ্যাঁ সমান (8) ভগ্নাংশগুলি সমান (9) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$
(d) ভগ্নাংশ তিনটির $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ 	(10) চিত্র দেখে কী মনে হচ্ছে ভগ্নাংশগুলি কেমন (11) $\frac{1}{2}$ -এর লব ও হরকে একই সংখ্যা দিয়ে যোগ / বিয়োগ / গুণ / ভাগ কী করলে $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ পাওয়া যাবে।	(10) ভগ্নাংশগুলি পরস্পর সমান (11) $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$ $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$

	(12) $\frac{2}{4}$ ও $\frac{3}{6}$ কে কী করলে $\frac{1}{2}$ পাওয়া যাবে	(12) $\frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$ $\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$
	(13) সুতরাং, কোনো ভগ্নাংশকে সম ভগ্নাংশে তৈরি করার নিয়মটি কী হল?	(13) একই সংখ্যা দিয়ে লব ও হরকে গুণ বা ভাগ করতে হবে।
	(14) দুটি সমভগ্নাংশ কোণাকুণি গুণ করলে কী হবে দেখো, ($\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$)	(14) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}$ $1 \times 4 = 4$ $2 \times 2 = 4$ সমান।
	(15) দুটি ভগ্নাংশ সমান যাচাইকরণ কীভাবে করা যাবে?	(15) ভগ্নাংশগুলিকে কোণাকুণি গুণ করে। যদি সমান হয় তবে সমান। না হলে নয়।
	(16) কোনো ভগ্নাংশের বড়ো আকারের সমান ভগ্নাংশ কীভাবে নির্ণয় করবে	(16) লব ও হরকে সমান সংখ্যা দিয়ে গুণ করে
	(17) কোনো ভগ্নাংশের ছোটো আকারের ভগ্নাংশ কীভাবে বের করবে	(17) লব ও হরকে সমান সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে পাওয়া যাবে।

- **প্রদর্শন পদ্ধতির সুবিধা :**

(1) পরীক্ষার মাধ্যমে একটি বৈজ্ঞানিক দৃষ্টিভঙ্গি, বৈজ্ঞানিক চিন্তাধারা গড়ে ওঠে।

(2) প্রদর্শনের মাধ্যমে গণিত শেখায় শিক্ষার্থীদের প্রচণ্ড আগ্রহ সৃষ্টি হয়।

(3) স্বল্প সময়ে অনেক বেশি পাঠ্য বিষয় পড়ানো যায় এবং খুব সহজে উপস্থাপন করাও যায়।

(4) পাঠ্য বিষয়ের একঘেয়েমিও দূর হয় কেন না এখানে শিক্ষার্থীরা বেশ মনোযোগের সঙ্গে বিষয়টি পর্যবেক্ষণ করে।

(5) পরীক্ষাটি পর্যবেক্ষণ করে শিক্ষার্থী বিষয়ের একটি পরীক্ষালবদ্ধ সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারে।

- **প্রদর্শন পদ্ধতির অসুবিধা :**

(1) পরীক্ষাটির সমস্ত অংশ অনেক সময় যন্ত্রাংশের অভাবে দেখানো সম্ভবপর হয়ে ওঠে না।

(2) শিক্ষার্থীরা নিজে হাতে কাজ না করার ফলে তাদের মতে সক্রিয়তাভিত্তিক শিক্ষা গড়ে ওঠে না।

(3) শিক্ষার্থীদের চাহিদার উপর (ব্যক্তিগত চাহিদা, মানসিক চাহিদা) গুরুত্ব দেওয়া হয় না।

(4) শ্রেণিকক্ষে বিশৃঙ্খলা সৃষ্টি হয় অনেক ক্ষেত্রে।

(5) উপযুক্ত অভিজ্ঞ শিক্ষক না থাকলে এই পদ্ধতি প্রয়োগ করা যায় না।

8.3.4 সমস্যা সমাধান পদ্ধতি (Problem Solving Method) :

গণিত হল সমস্যা সংক্রান্ত বিষয়। একে সমাধান করাই হল গণিত বিষয়ের শিখনের মূল উদ্দেশ্য। পাঠ্য বিষয়ের সমস্যাগুলি নির্বাচন করে তার সমাধান স্বরূপ যে পদ্ধতিগুলি অবলম্বন করা হয় তা হল সমস্যা সমাধান পদ্ধতি।

সমস্যা সমাধান পদ্ধতির জনক হলেন (George Polya) (1887 - 1985)। আচরণ ও সক্রিয়তা তার প্রবৃত্তির উপর নির্ভর করে। (Thinking is the function of activity) শিক্ষার মাধ্যমে সমস্যার সঙ্গে পরিচিত হওয়া এবং শিখনের সঞ্চালন হওয়াই হল এই পদ্ধতির মূল উদ্দেশ্য।

L. A. Averill বলেছেন — The only worthwhile life is a life which containts its problem to live without any longings and ambition is to live only halfway.

- **সমস্যা সমাধান পদ্ধতির প্রয়োগের স্তরসমূহ :**

(1) **সমস্যা উপস্থাপন :** সমস্যাটি শিক্ষার্থীর পরিণমন অনুযায়ী উপস্থাপন করতে হবে।

(2) **সমস্যার বিশ্লেষণ :** সমস্যাটি কয়েকটি অংশে বিশ্লেষণ করে তার সমাধানের দিকে অগ্রসর হওয়া, কী সমস্যা আছে কী কী চাওয়া আছে, তা ছোটো ছোটো অংশে পরিণত করা।

(3) **তথ্যসংগ্রহ :** শিক্ষার্থী সমস্যাটি সমাধানের জন্য —

(i) সমস্যা সম্পর্কে নিজস্ব অভিজ্ঞতা থেকে সংগ্রহ করতে পারবে।

(ii) অন্যান্য অভিজ্ঞতার কেন্দ্র (শিক্ষক) থেকে তথ্য সংগ্রহ।

(iii) তথ্য সংগ্রহের জন্য অন্যান্য বই ও Internet.

(4) **তথ্য বিশ্লেষণ :** গৃহীত তথ্য শিক্ষার্থী তার বুদ্ধি ও দক্ষতার দ্বারা বিচার করে তথ্যগুলি বিশ্লেষণ করবে এবং সম্পর্ক খুঁজে বের করে সিদ্ধান্তের দিকে এগিয়ে আসবে।

(5) **সম্ভাব্য সমাধানের রূপরেখা তৈরি করে তার সিদ্ধান্ত গ্রহণ :** সঠিক তথ্যগুলি নিয়ে সমাধানের একটি রূপরেখা নির্মাণ করে সমাধান করা।

(6) **যথার্থতা নির্ণয় :** তথ্য বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত হয়েছে কিনা তা বিভিন্ন পরীক্ষার মাধ্যমে তা যাচাই করা।

(7) **সিদ্ধান্তের যথার্থ বাস্তব প্রয়োগ :** যাচাই করা সিদ্ধান্তটি সমস্যা সমাধান-এর ক্ষেত্রে বাস্তবভাবে প্রয়োগ করতে হবে।

- **সমস্যা সমাধান পদ্ধতির প্রয়োগ :**

উদাহরণ-1 — শ্রেণি ষষ্ঠ (পরিসীমা ও ক্ষেত্রফলের তুলনা)

একই পরিসীমা বিশিষ্ট বর্গাকার ও আয়তাকার মাঠের কোনটিতে জমির পরিমাণ বেশি?

(ক) সমস্যা উপস্থাপন

একই পরিসীমাবিশিষ্ট বর্গাকার ও আয়তাকার মাঠের কোনটিতে জমির পরিমাণ বেশি?

(খ) সমস্যার বিশ্লেষণ

প্রথমে কয়েকটি দলে ভাগ করে পৃথকভাবে পরিসীমা নিয়ে পরীক্ষা করবে।

প্রথম দল	দ্বিতীয় দল	তৃতীয় দল
12 সেমি পরিসীমা নিয়ে আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্র অঙ্কন	16 সেমি পরিসীমা নিয়ে আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্র অঙ্কন	20 সেমি পরিসীমা নিয়ে আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্র অঙ্কন

(গ) তথ্য সংগ্রহ

বিভিন্ন উৎস থেকে তথ্য সংগ্রহ করার পর নিম্নলিখিত সম্ভাবনা তৈরি করা হল—

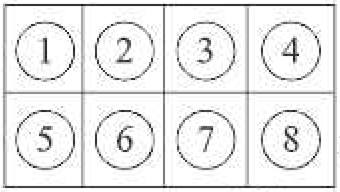
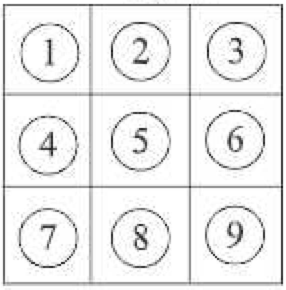
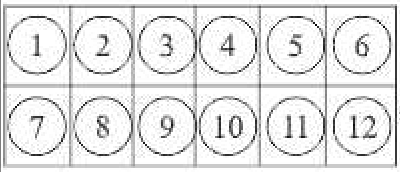
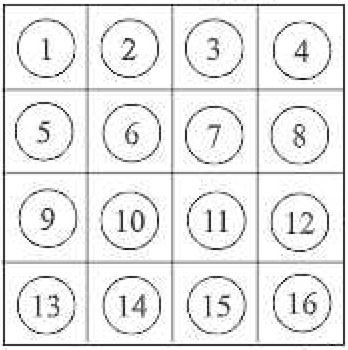
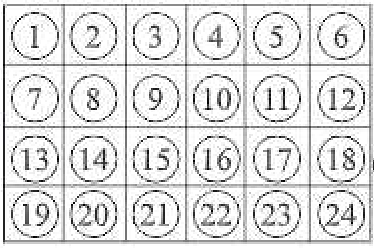
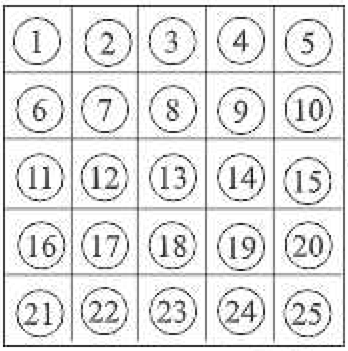
(1) বর্গক্ষেত্রের জমির পরিমাণ বেশি

(2) আয়তাকার মাঠের জমির পরিমাণ বেশি

(3) উভয়ের জমির পরিমাণ সমান

(4) নির্দিষ্ট করে কিছু বলা যায় না।

(ঘ) তথ্য বিশ্লেষণ

প্রথম দল	দ্বিতীয় দল	তৃতীয় দল
12 সেমি পরিসীমা সুতরাং বর্গক্ষেত্রের বাহু 12 ÷ 4 = 3 সেমি আয়তক্ষেত্রের বাহু 4 সেমি 2 সেমি ক্ষেত্রফল 4 সেমি  2 সেমি 8 বর্গসেমি বর্গক্ষেত্র 3 সেমি  3 সেমি 9 বর্গসেমি	16 সেমি পরিসীমা আয়তক্ষেত্র 6 সেমি  2 সেমি 12 বর্গসেমি বর্গক্ষেত্র 4 সেমি  4 সেমি 16 বর্গসেমি সুতরাং বর্গক্ষেত্রের জমির পরিমাণ বেশি	20 সেমি পরিসীমা আয়তক্ষেত্র 6 সেমি  4 সেমি 24 বর্গসেমি বর্গক্ষেত্র 5 সেমি  5 সেমি 25 বর্গসেমি

(ঙ) সম্ভাব্য সমাধানের রূপরেখা ও সিদ্ধান্ত গ্রহণ

বিশ্লেষণ করে শিক্ষার্থীরা জানাল— সমান পরিসীমাবিশিষ্ট বর্গাকার জমির মাঠ আয়তাকার জমির মাঠ থেকে সর্বদা বেশি।

(চ) যথার্থতা নির্ণয়

প্রত্যেকটি বিভিন্ন পরিসীমা নিয়ে যাচাইকরণ করা হবে এবং তার একটি সাধারণ সিদ্ধান্তে উপনীত হবে।

(ছ) সিদ্ধান্তের যথার্থ বাস্তব প্রয়োগ

এরকম আরও কয়েকটি একই পরিসীমাবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রকে তা বাস্তব প্রয়োগ করতে হবে।
যেমন- 24 সেমি, 36 সেমি ইত্যাদি

- **সমস্যা সমাধান পদ্ধতির সুবিধা :**

(1) সমস্যা সমাধানের মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যা তথা জীবনকেন্দ্রিক সমস্যার সমাধান খুঁজে পায়।

(2) এই পদ্ধতিটির মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের চিন্তন ক্ষমতা, যুক্তিকরণ ও বিচারকরণের সামর্থ্য জন্মায়।

(3) শিক্ষার্থীদের নিজ প্রচেষ্টায় কাজ করার ক্ষমতা বৃদ্ধি পায়।

(4) এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থী ও শিক্ষকের মধ্যে পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়া ঘটে ফলে শিক্ষক ও শিক্ষার্থীদের মধ্যে দূরত্ব কমে।

(5) শিক্ষার্থীদের ধৈর্যশীলতা, সহযোগিতা, আত্মনির্ভরতা প্রভৃতি সামাজিক গুণগুলি বৃদ্ধি পায়।

(6) সঠিক তাৎক্ষণিক অনুমান গঠন ও যুক্তিভিত্তিক মনোভাব দিয়ে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারে।

- **সমস্যা সমাধান পদ্ধতির অসুবিধা :**

(1) সঠিকভাবে পদ্ধতিটি প্রয়োগ না করলে পদ্ধতিটি ব্যর্থ হয়।

(2) শিক্ষকের সাহায্য ছাড়া এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীর শিখন বাস্তবে সম্ভব করা কঠিন।

(3) এই পদ্ধতি প্রচুর সময়সাপেক্ষ।

(4) পদ্ধতিগতভাবে পরিচালনা করার আদর্শ শিক্ষকের অভাব থাকে।

(5) পাঠ্যপুস্তকের সমস্ত পাঠ বিষয় এই পদ্ধতিতে প্রয়োগ করা যায় না।

(6) তথ্য সংগ্রহ ও তথ্যের আদানপ্রদানে অনেক সময় সমস্যা হয়।

সমস্যা সমাধান পদ্ধতি গাণিতিক শিখনে খুব কার্যকরী কেননা গণিত হল সমস্ত সমস্যা সমাধানের সঠিক নির্দেশনামা। গণিতের বিষয়গুলিকে তবে এমনভাবে সমস্যা সমাধান পদ্ধতিতে প্রয়োগ করা হবে যাতে তার একটি শিক্ষামূল্য থাকে।

8.4 প্রকল্প পদ্ধতি বা কার্যকলাপ পদ্ধতি (Project Method)

জ্ঞান ও শিক্ষালাভের জন্য দুটি উপাদান — একটি সমস্যা (Problem) অপরটি সক্রিয়তা (Activity)। আর এই দুই উপাদানের সমন্বয়ে গঠিত হয়েছে প্রকল্প পদ্ধতি (Project Method)।

কিলপ্যাট্রিক প্রোজেক্ট সম্পর্কে বলেছেন — "Project is a whole – Purposeful activity executed in a Social Environment" অর্থাৎ Project হল একটি উদ্দেশ্যমূলক কাজ যা সামাজিক পরিবেশে সম্পাদিত হয়।

Stevenson প্রোজেক্ট সম্বন্ধে বলেছেন — "It is a problematic act carried to completion in its natural setting" অর্থাৎ সমস্যামূলক কাজ যখন স্বাভাবিক পরিবেশে সম্পন্ন হয় তখন তাকে Project Method বলে।

Ballard-এর মতে, "Project is a bit of real life that has been imparted into the School" অর্থাৎ বিদ্যালয়ে প্রোজেক্টের মাধ্যমে বাস্তব জীবনের কিছু অংশ খুঁজে পাওয়া যায়।

- **প্রকল্প পদ্ধতির স্তর :**

(1) **উদ্দেশ্য নির্ধারণ ও প্রকল্প গ্রহণ (Purposing) :** শিক্ষক কয়েকটি গাণিতিক উদ্দেশ্য নিয়ে শিক্ষার্থীদের কাছে একটি সমস্যা উপস্থাপন করবেন। সমস্যাগুলি বাস্তবধর্মী হবে।

(2) **পরিকল্পনা (Planning) :** উদ্দেশ্য সম্পর্কে পরিষ্কার ধারণা গঠন করে কী কী উপায়ে সমস্যা সমাধান করা যায় সে সম্পর্কে একটি পরিকল্পনা করে নিতে হবে।

(3) **কর্ম সম্পাদন (Executing) :** পূর্ব নির্ধারিত পরিকল্পনা মতো কাজটি শিক্ষার্থীরা সম্পন্ন করবে। শিক্ষক প্রয়োজনে তাদের সাহায্য করবেন।

(4) **মূল্যায়ন / বিচারকরণ (Judgement) :** উদ্দেশ্যমূলক কাজগুলি পরিকল্পনা মাফিক সম্পন্ন করার পর মূল্য বিচার করতে হবে। শিক্ষার্থীদের করা কাজগুলির ভুল-ত্রুটি বিচার করে সংশোধনের উপায় বলে দেবেন শিক্ষক।

- **প্রোজেক্ট বা প্রকল্প পদ্ধতির প্রয়োগ :**

উদাহরণ

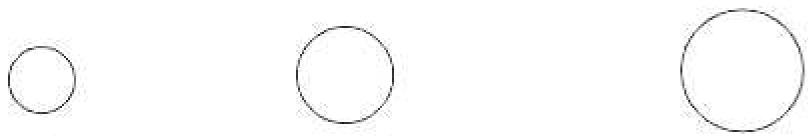
পাঠ - বৃত্তের পরিধি

শ্রেণি - অষ্টম

এই পদ্ধতিতে বৃত্তের পরিধি পড়ালে শিক্ষার্থীদের মধ্যে জ্ঞান, বোধ, প্রয়োগ ও দক্ষতা এই আচরণগুলির পরিবর্তন আনতে যে ধাপগুলি অনুসরণ করতে হবে —

(a) **উদ্দেশ্য নির্ধারণ ও প্রকল্প গ্রহণ :** শিক্ষার্থীরা বৃত্তের পরিধি নির্ণয়ের সূত্রটি $2\pi r$ প্রমাণ করবে। সেই জন্য তারা পরিধি কাকে বলে, ব্যাস কাকে বলে জানবে।

(b) **পরিকল্পনা :** তিনটি বিভিন্ন মাপের বৃত্ত নেওয়া হবে।



ছোটো মাঝারি বড়ো

তিনটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাস মাপা হবে। পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত একটি সূচক, যার মান 22/7, তিনটি ক্ষেত্রে তা সমান

সুতরাং, $\frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{\text{বৃত্তের ব্যাস}} = \pi$, বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$

(c) **কর্ম সম্পাদনা :** উপরোক্ত তথ্যগুলি শিক্ষার্থীরা নিজেরাই সংগ্রহ করবে। কোন দল ছোটো বৃত্তের পরিধি মাপবে তার পরিধি দেখা গেল 22 সেমি. ব্যাস 7 সেমি.।

আর একটা দল বড়ো বৃত্তের পরিধি এবং ব্যাস মাপলো। দেখল পরিধি 66 সেমি. এবং ব্যাস 21 সেমি.।

∴ শিক্ষার্থীরা তিনটি বৃত্তের ক্ষেত্রে দেখল

$$= \frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{\text{বৃত্তের ব্যাস}}$$

$$= \frac{22}{7}$$

$$= \pi$$

সুতরাং, শিক্ষার্থী শিখবে বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$

[বৃত্তের ব্যাস = $2r$]

(d) **মূল্যায়ন / বিচারকরণ :** প্রতিটি শিক্ষার্থী শিক্ষকের উপস্থিতিতে শ্রেণিকক্ষে কে কেমনভাবে উপস্থাপন করল তা মূল্যায়ন করবে। শিক্ষক বিভিন্নভাবে শিক্ষার্থীদের অন্যান্য উদাহরণের মাধ্যমে তাদের মূল্যায়ন করবেন।

- **প্রকল্প পদ্ধতির সুবিধা :**

(1) কর্মের মাধ্যমে শিক্ষালাভ হওয়ার ফলে ভুলে যাবার সম্ভাবনা কম।

(2) সহযোগিতার মনোভাব, আত্মপ্রত্যয়, স্বাধীন চিন্তা করার ক্ষমতা প্রভৃতি মানসিক ক্ষমতাগুলির বিকাশ ঘটে।

(3) গাণিতিক সমস্যাগুলির ক্ষেত্রে বৈজ্ঞানিক সূত্র, তথ্য সম্বন্ধে জ্ঞানলাভ করতে পারবে।

(4) শিক্ষার্থীরা আলোচনায় অংশগ্রহণ করে, প্রোজেক্টের জন্য বিভিন্নভাবে মডেল করা অর্থাৎ সৃজনশীল কারণে শিক্ষার্থীদের উৎসাহ বাড়ে।

(5) শিক্ষার্থীরা নিজেদের দ্বারা কৃতকার্যের ফল তাদেরকে শিক্ষায় অনুপ্রাণিত করে।

(6) কাজটি জীবনের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত বলে অর্জিত অভিজ্ঞতা বাস্তব জীবনে শিক্ষার্থীরা প্রয়োগ করতে পারে।

- **প্রকল্প পদ্ধতির অসুবিধা :**

(1) এই পদ্ধতি অত্যন্ত ব্যয়বহুল। তাই এই পদ্ধতি প্রয়োগ করা অসুবিধাজনক।

(2) ছাত্র-ছাত্রী অধিক থাকলে এই পদ্ধতি সার্থকভাবে রূপ পায় না।

(3) গণিতের সমস্ত এককগুলি এই পদ্ধতিতে শেখানো সম্ভব নয়।

(4) বর্তমানে বিদ্যালয়ের পরিবেশে এই পদ্ধতির দ্বারা শিক্ষাদান খুব জটিল হয়ে পড়ে।

(5) অধিকাংশ প্রোজেক্টে হাতেকলমে কাজের অংশ বেশি থাকার ফলে তাত্ত্বিক জ্ঞান অর্জনের দিকটা অবহেলিত হয়।

(6) দক্ষ অভিজ্ঞ শিক্ষক না থাকলে এই পদ্ধতি কার্যকারী হওয়া কঠিন।

8.5 সারসংক্ষেপ (Summary)

- এইপাঠ এককের উদ্দেশ্য
- পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি স্তর, সুবিধা, অসুবিধা

- পরীক্ষণ পদ্ধতির প্রয়োগ, সুবিধা ও অসুবিধা
- প্রদর্শন পদ্ধতি সম্পর্কে ধারণা ও প্রয়োগ
- সমস্যা সমাধান পদ্ধতির ধারণা, শ্রেণিকক্ষে প্রয়োগ, সুবিধা ও অসুবিধা
- প্রোজেক্ট পদ্ধতির ধারণা, বাস্তব প্রয়োগ ও এই পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধা।

সুতরাং বিভিন্ন শিখন পদ্ধতির দ্বারা বিষয়বস্তুর উপস্থাপন খুব সহজে শিক্ষার্থীর মধ্যে দেওয়া সম্ভব যার ফলে শিক্ষার্থীদের শিখন ক্ষমতা বৃদ্ধি পায়। যদিও বিভিন্ন পদ্ধতির কিছু অসুবিধা থাকে তা সত্ত্বেও বিষয়গত বা পাঠাংশের অন্তর্গত বিভিন্ন বিষয় এই পদ্ধতির মাধ্যমে শিখনের সঞ্চালন খুব ভালো হয়।

8.6 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1. বহু নির্বাচনধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) সমস্যা সমাধান পদ্ধতির প্রবক্তা হলেন —

(i) রুশো (ii) জন ডিউই (iii) স্টিভেনসন (iv) কিলপ্যাট্রিক

(খ) পরীক্ষণ পদ্ধতিতে —

(i) শিক্ষকের ভূমিকাই মুখ্য (ii) শিক্ষার্থীর ভূমিকাই মুখ্য (iii) বিদ্যালয়ের ভূমিকাই মুখ্য (iv) কোনোটি নয়

(গ) যে দুটি উপাদানের সমন্বয়ে প্রকল্প পদ্ধতি গঠিত হয়েছে, সেগুলি হল —

(i) সমস্যা ও সক্রিয়তা (ii) সমস্যা ও খেলা (iii) সমস্যা ও গবেষণা (iv) সবকয়টি

(ঘ) পরীক্ষণমূলক পদ্ধতিতে অর্জিত জ্ঞান —

(i) স্বল্পস্থায়ী হয় (ii) দীর্ঘস্থায়ী হয় (iii) তাৎক্ষণিক হয় (iv) কোনওটি নয়

(ঙ) কোন পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীর সক্রিয়তার সুযোগ সবথেকে বেশি?

(i) পর্যবেক্ষণ (ii) প্রকল্প (iii) পরীক্ষণ (iv) প্রদর্শন

2. অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) পরীক্ষণ এবং প্রদর্শন পদ্ধতির পার্থক্য লিখুন।

(খ) পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি কত প্রকার ও কী কী?

(গ) প্রদর্শন পদ্ধতির সুবিধাগুলি কী কী?

(ঘ) সমস্যা সমাধান পদ্ধতি কাকে বলে?

3 সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) গণিতের কয়েকটি শিখন পদ্ধতির নাম লিখুন। কোন পদ্ধতিটি আপনার সবথেকে মনোবিজ্ঞানসম্মত বলে মনে হয় তা যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করুন।

(খ) প্রাথমিক স্তরে গণিত পাঠদানের ক্ষেত্রে পাঠদান পদ্ধতির প্রয়োজনীয়তা আছে কিনা আলোচনা করুন।

(গ) 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা কি 6 দ্বারা বিভাজ্য — তা সমস্যা সমাধান পদ্ধতির মাধ্যমে প্রয়োগ করুন।

4. রচনাধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) গণিতের প্রকল্প পদ্ধতির মাধ্যমে পিথাগোরাস উপপাদ্যটি ব্যাখ্যা করুন।

(খ) পরীক্ষণ পদ্ধতি প্রয়োগ করে ভগ্নাংশের যোগ কীভাবে শেখাবেন?

অধ্যায় 9

গণিত শিক্ষণের পরিকল্পনা
(Planning for Teaching Mathematics)

9.1 ভূমিকা (Introduction)

9.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

9.3 একক অনুযায়ী পদ্ধতিভিত্তিক পাঠ পরিকল্পনা (Unit wise process based lesson planning)

9.4 সামর্থ্যভিত্তিক পাঠটীকা প্রস্তুতকরণ (Preparation of Lesson Notes on the basis of competencis)

9.5 শিক্ষণ পরিকল্পনা (Planning of Teaching)

9.6 সারসংক্ষেপ (Summary)

9.7 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

9.1 ভূমিকা (Introduction)

গণিত শিক্ষণের কাজ সুষ্ঠুভাবে পরিকল্পনা করার জন্য শিক্ষক/শিক্ষিকার গুরুত্ব অপরিসীম। আর সুষ্ঠুভাবে পরিচালনা করার জন্য শিক্ষক/শিক্ষিকাদের কিছু দক্ষতার প্রয়োজন হয়। দক্ষতা বৃদ্ধির জন্য বিভিন্ন কৌশল অবলম্বন করা হয়। বিভিন্ন ধরনের কৌশলগুলির মধ্যে উল্লেখযোগ্য হল— গণিত শিক্ষণে 'পাঠ পরিকল্পনা'।

পাঠ পরিকল্পনা হল পাঠদানের উদ্দেশ্য পূরণ করার পূর্ব প্রস্তুতি। কোনো কিছু উদ্দেশ্যমূলক কাজ ভালোভাবে করতে হলে দরকার হল সঠিক পরিকল্পনা। সঠিক পরিকল্পনা ছাড়া কোনো কাজ সফলভাবে সম্পন্ন করা যায় না। তাই পাঠ শিখনের আগে যদি পাঠটির পরিকল্পনা ঠিকমতো করা হয় তাহলে শিখনের উদ্দেশ্যগুলি সঠিকভাবে সংগঠিত হয়।

গণিত শিক্ষণে পাঠপরিকল্পনা গণিত শিখনকে সমৃদ্ধ করে। পরিকল্পনা একমাত্র গণিত শিক্ষণের উদ্দেশ্যগুলিকে প্রয়োজনমতো পূরণ করতে পারে। শ্রেণিকক্ষে শিক্ষক/শিক্ষিকা তাদের পাঠ পরিকল্পনা শিক্ষার্থীদের মধ্যে প্রয়োগ করে শিক্ষার্থীদের ভিতরের জ্ঞান-ভান্ডারকে বের করে নিয়ে আসে। আর পাঠ পরিকল্পনা শিক্ষককে আত্মবিশ্বাসের সঙ্গে ক্লাসে পাঠ দিতে সাহায্য করে।

9.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

(i) একক অনুযায়ী পদ্ধতিভিত্তিক পাঠ পরিকল্পনা সম্পর্কে জানতে পারবে।

(ii) পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্বপূর্ণ দিকগুলি নির্ণয় করতে পারবে।

(iii) পাঠ পরিকল্পনার ছক বা বিভিন্ন অংশ জানতে পারবে।

(iv) 5E Model সম্পর্কে ধারণা জন্মাবে।

(v) পাঠ পরিকল্পনা রচনা করতে পারবে।

(vi) পাঠ পরিকল্পনা রচনায় গণিত শিক্ষণে অসুবিধা ও তার সমাধান সম্পর্কে সচেতন হতে পারবে।

(vii) গণিত ভীতি সম্পর্কে ধারণা জন্মাবে।

(viii) গণিতের পারদর্শিতা সম্পর্কে কীভাবে এগিয়ে যাবে তা জানতে পারবে।

9.3 একক অনুযায়ী পদ্ধতিভিত্তিক পাঠ পরিকল্পনা (Unit wise process based lesson planning)

একক অনুযায়ী পাঠ পরিকল্পনা সাধারণত বিষয়বস্তুর বিবরণ খুব ভালো করে পদ্ধতিগতভাবে এগিয়ে চলবে। যেখানে বিষয়বস্তুর সম্পর্কে বিবরণ, সংজ্ঞা, কীভাবে ঘটে, বিষয়বস্তুর বস্তুগুলির প্রয়োজনীয়তা পদ্ধতিগতভাবে ধীরে ধীরে দলগতভাবে প্রশ্ন উত্তরের মাধ্যমে বিষয়বস্তু সম্পর্কে জ্ঞান অর্জন করা হবে শিক্ষার্থীদের এখানে শিক্ষক শিক্ষার্থীদের ভুল ধারণা বা বিভিন্ন বিষয় সংখ্যা ধারণার শূন্যস্থানগুলি পূরণ করে দেবেন।

পাঠ্য বিষয়ের পাঠ পরিকল্পনাটি শিক্ষণীয় বিষয়ের মূলভাবে যথাযথ গুরুত্ব দিতে হবে এবং শিক্ষককে শিক্ষার্থীদের সাথে সামঞ্জস্য রেখে প্রশ্নকরণ বা কর্মপত্রের মাধ্যমে দলগতভাবে শিক্ষার্থীদের সঙ্গে আলোচনা করে বিষয়ের (এককের) ধারণা গঠন করাতে হবে।

একক অনুযায়ী পদ্ধতিভিত্তিক পাঠ পরিকল্পনা (Unit wise process based Lesson Planning) :

ভূমিকা (Introduction) : এক্ষেত্রে পাঠ্যক্রমকে কতকগুলি একক বা উপএককে ভাগ করে ধাপে ধাপে পরীক্ষা করা হয়। শিক্ষণ একটি দক্ষতামূলক কাজ। শিক্ষণ বা পাঠদানের কাজ সুষ্ঠুভাবে সম্পাদানের জন্য শিক্ষক-শিক্ষিকার কিছু দক্ষতার প্রয়োজন হয়। এই দক্ষতা বৃদ্ধির জন্য বিভিন্ন কৌশল অবলম্বন করা হয়। অণুশিক্ষণ (Micro Teaching) বা অণুপাঠটীকা এই রকম একটি শিক্ষণ কৌশল। আণবিক শিক্ষণের জনক বলা হয় Dr Dwight W. Allen-কে (1960s, Stanford University)। তিনি ভিডিও টেপরেকর্ডারকে শিক্ষণের কাজে ব্যবহার করেছিলেন এবং প্রস্তাব করেন যে, এই ধরনের যান্ত্রিক কৌশলের মাধ্যমে অপেক্ষাকৃত নৈর্ব্যক্তিকভাবে (objectively) শিক্ষণ দক্ষতার (Teaching skill) বিকাশ ঘটানো সম্ভব। তাঁর সঙ্গে Kith Acheson এবং Robert Bush ও এই ধারণার বিকল্প ঘটাতে সহায়তা করেন। তাদের এই প্রারম্ভিক প্রস্তাব পরবর্তীকালে নতুন শিক্ষণ কৌশল হিসাবে প্রতিষ্ঠালাভ করে। এই শিক্ষণ কৌশলকে বলা হয় আণবিক শিক্ষণ বা অণুপাঠদান।

অণুশিক্ষণের সংজ্ঞা (Definition of Micro teaching) :

অণুশিক্ষণের সর্বজনগ্রাহ্য কোনো একক সংজ্ঞা নেই। বিভিন্ন শিক্ষাবিদ একে বিভিন্নভাবে ব্যাখ্যা করছেন। শিক্ষাবিদ বুশ (Bush) বলেছেন, 'অণুশিক্ষণ হল এমন এক ধরনের শিক্ষণ-প্রশিক্ষণ কৌশল, যার মাধ্যমে শিক্ষার্থী-শিক্ষক নির্দিষ্ট কয়েকটি দক্ষতা স্বল্প সময়ের জন্য অপেক্ষাকৃত নিয়ন্ত্রিত শ্রেণির মধ্যে চর্চার সুযোগ পান। শিক্ষাবিদ ডি ডবলু অ্যালেন (DW Allen) অণুপাঠটীকার সংজ্ঞা দিতে গিয়ে বলেছেন, সময় ও শ্রেণি আয়তনের দিক থেকে সংক্ষিপ্ত শিক্ষণ হল অণুশিক্ষণ। আধুনিককালে শিক্ষাবিদ ও মনোবিদগণ অণুশিক্ষণের একটি সর্বজনগ্রাহ্য সংজ্ঞা নির্ধারণ করেছেন— "শিক্ষণ-সংক্রান্ত একক দক্ষতার অপেক্ষাকৃত ক্ষুদ্র সরল পরিবেশে স্বল্প সময়ে চর্চার জন্য যে শিক্ষণ, তাই হল আণবিক শিক্ষণ।"

আণবিক শিক্ষণের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of Micro Teaching) :

অণুশিক্ষণের (Micro Teaching) কতকগুলি বৈশিষ্ট্য আছে। এগুলি হল—

(i) **স্বাভাবিক শিক্ষণ প্রক্রিয়া :** আণবিক শিক্ষণ কোনো যান্ত্রিক শিক্ষণ প্রক্রিয়া নয়। এটি একটি স্বাভাবিক শিক্ষণ প্রক্রিয়া।

(ii) **শিক্ষক-শিক্ষিকার আচরণের উন্নতি :** আণবিক শিক্ষণ শিক্ষাবোধ আচরণের উন্নতি ঘটায় এবং শিক্ষকের শ্রেণিশিক্ষণের ক্ষমতা বৃদ্ধি করে।

(iii) **বিশ্লেষণাত্মক :** অণুশিক্ষণ বিশ্লেষণাত্মক। এখানে শিক্ষণ পরিস্থিতির বিশ্লিষ্ট একটি অংশের ওপর গুরুত্ব দেওয়া হয়।

(iv) **অল্পসংখ্যক শিক্ষার্থীর শিক্ষণ :** অণুশিক্ষণে শ্রেণিতে অল্প সংখ্যক শিক্ষার্থীকে শিক্ষণ দেওয়া হয়।

(v) **স্বল্পস্থায়ী শিক্ষণ :** অণুশিক্ষণে সাধারণ শিক্ষণের মতো দীর্ঘ সময় ব্যয় হয় না। সাধারণত একটি দক্ষতা চর্চা করার জন্য ৬ থেকে ৮ মিনিট ব্যয় করা হয়।

(vi) **তাৎক্ষণিক সংস্কারমূলক শিক্ষণ :** অণুশিক্ষণে তাৎক্ষণিক সংস্কারের ওপর গুরুত্ব দেওয়া হয়। এই শিক্ষণে feed back তাৎক্ষণিকভাবে গ্রহণ করা হয়।

এছাড়া অণুশিক্ষণ সংস্কারমূলক এবং এই শিক্ষণ প্রক্রিয়া ৬টি পর্যায়ের মধ্য দিয়ে অগ্রসর হয়। এই পর্যায়গুলি হল — (ক) পর্যবেক্ষণ (খ) বিশ্লেষণ (গ) প্রস্তুতি (ঘ) অনুশীলন (ঙ) মূল্যায়ন এবং (চ) সঞ্চালন।

অণুশিক্ষণ চক্র (Micro Teaching Cycle) :

অণুশিক্ষণ হল দক্ষতাভিত্তিক শিক্ষক— প্রশিক্ষণ প্রোগ্রাম। শিক্ষার্থী-শিক্ষক এই শিক্ষণ দক্ষতার দ্বারা পাঠদান করার সর্বোচ্চ কৌশল আয়ত্ত করে। অণুশিক্ষণের দক্ষতাগুলি অর্জন করতে হলে বিভিন্ন ধাপের (উপরে উল্লেখিত ৬টি ধাপ) মধ্য দিয়ে এগোতে হয়। এই ধাপগুলি স্তর অনুযায়ী ভাগ করে আলোচনা করলে দুটি স্তরে ভাগ করে আলোচনা করা যায়। যথা— প্রস্তুতি স্তর (Orientation Phase) ও অনুশীলন স্তর (Practice Phase)।

প্রস্তুতি স্তর (Orinentation Phase) : প্রস্তুতি স্তরে বিদ্যার্থী বা শিক্ষার্থী-শিক্ষক যা শিখবে তা হল অণুশিক্ষণ কৌশল, শিক্ষণ-দক্ষতা, ফিডব্যাক প্রক্রিয়া, পাঠ পর্যবেক্ষণ, পাঠটীকা প্রস্তুতি এবং অণুশিক্ষার অন্যান্য বিষয় সম্পর্কে সঠিক ধারণা লাভ। এই পর্যায়টি নিষ্ঠার সঙ্গে সম্পন্ন করতে হবে। তা না হলে শিক্ষার্থী-শিক্ষক তার কী করা উচিত বা কীভাবে অণুশিক্ষণ আয়ত্ত করবে তা রপ্ত করতে বা বুঝতে পারবে না।

অনুশীলন স্তর (Practice Phase) : অণুশিক্ষণ স্তরের প্রধান স্তর হল অনুশীলন। শিক্ষার্থী-শিক্ষক যত অনুশীলন করবে তত সে বিষয়টি আয়ত্ত করতে পারবে। ৬টি স্তরের মধ্য দিয়ে শিক্ষার্থী-শিক্ষক অনুশীলন স্তরটিকে এগিয়ে নিয়ে যাবে।

প্রথম স্তর : প্রথম স্তরে শিক্ষার্থী-শিক্ষক অণুপাঠটীকা পরিকল্পনা করবে যে দক্ষতাটি (skill) সে উন্নত করতে চায় তার ভিত্তিতে।

দ্বিতীয় স্তর : এরপর ওই শিক্ষার্থী-শিক্ষক ওই পাঠটীকা অনুযায়ী পূর্ব নির্ধারিত স্বল্প শিক্ষার্থীদের সামনে দক্ষতাটি পরিবেশন করবে। এই পর্যায়টি ভিডিয়ো টেপ বা অডিয়ো টেপ দ্বারা সংরক্ষণ করতে পারলে ভালো হয়।

তৃতীয় স্তর : তৃতীয় স্তর হল আলোচনা ও ফিডব্যাক স্তর। এই স্তরে পরিবেশিত দক্ষতাটি শিক্ষার্থী-শিক্ষক সঠিকভাবে করতে পারছে কিনা, কোথায় কোথায় ভুল হয়েছে তা নিয়ে আলোচনা করবে। সঠিক করলে প্রশংসা, ভুল করলে কীভাবে এ ভুল দূর করতে পারবে তার পরামর্শ দেওয়া হয়। এক্ষেত্রে সুপারভাইজার বা উপস্থিত অভিজ্ঞ শিক্ষকের ভূমিকা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ।

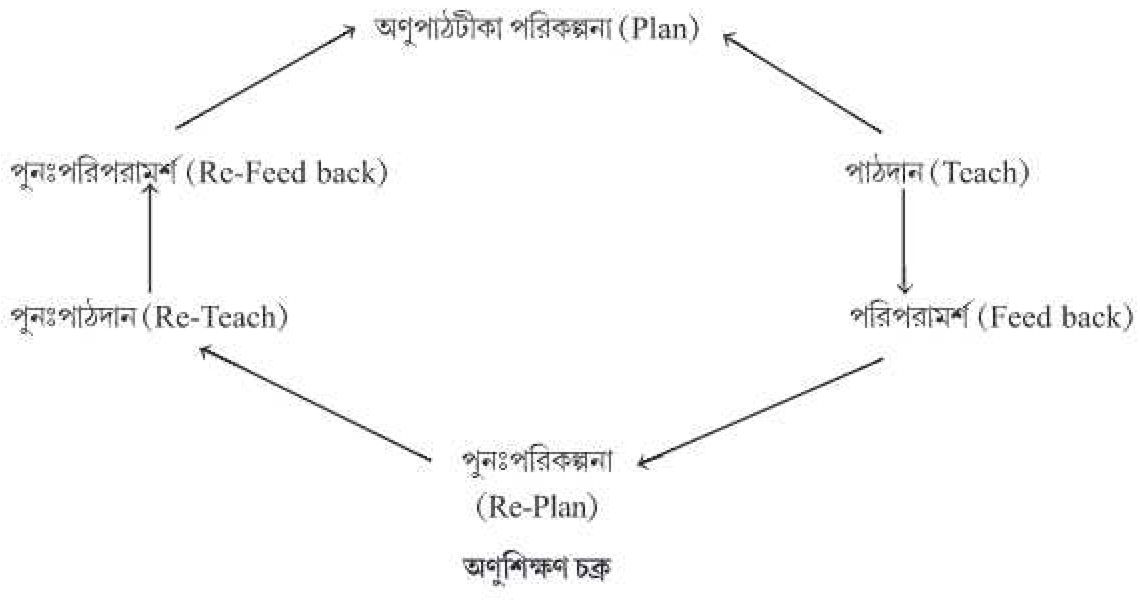
চতুর্থ স্তর : তৃতীয় স্তরের আলোচনা ও ফিডব্যাকের পরিপ্রেক্ষিতে শিক্ষার্থী শিক্ষকতার পরিকল্পনা পুনর্নবীকরণ করবে।

পঞ্চম স্তর : এই স্তরে পুনরায় শিক্ষার্থী-শিক্ষক সংশোধিত পাঠটীকাটি স্বল্প সদস্যসহ আর একটি শিক্ষার্থী দলের ওপর শিক্ষণ দেবে।

ষষ্ঠ স্তর : ষষ্ঠ স্তরে পুনরায় পাঠদানের আলোচনা ও ফিডব্যাক গ্রহণ করা হবে।

এইভাবে, 'শিক্ষণ পুনঃশিক্ষণ' চক্রের পুনরাবৃত্তি চলতে থাকবে যতক্ষণ না শিক্ষার্থী-শিক্ষক তার প্রত্যাশিত মান অর্জন করবে। অর্থাৎ যতক্ষণ না সঠিক আচরণাঙ্গ ব্যবহার, সঠিক সময়ে পাঠদান এবং উন্নত পাঠদান করতে সক্ষম হচ্ছে।

অণুশিক্ষণ চক্রটি হল—



অণুশিক্ষণ চক্র

অণুশিক্ষণের গুণাবলি বা সুবিধা বা উপকারিতা (Advantage / Mert is of Micro Teaching) :

অণুশিক্ষণের অনেক সুবিধা বা গুণাবলি আছে—

(i) অণুশিক্ষণ শিক্ষার্থী-শিক্ষকদের শিক্ষণ-কৌশল আয়ত্ত করতে সাহায্য করে।

(ii) অণুশিক্ষণ ব্যাপ্ত শিক্ষণের অংশ। ব্যাপ্ত শিক্ষণ সঠিক করতে হলে অণুশিক্ষণ রপ্ত করতে হবে।

(iii) শিক্ষণের জটিল টাস্ককে বিশেষ ক্লাসরুম আচরণের ছোটো ছেলেটিকে অনেকগুলি সরল দক্ষতার সমাহার হিসাবে দেখা হয়। শিক্ষণ পদ্ধতির অর্থ ও ধারণা উপলব্ধি করতে সাহায্য করে।

(iv) বিশেষ পর্যবেক্ষণ তালিকা অনুসারে অণুশিক্ষণ প্রণালীবদ্ধভাবে ও নৈর্ব্যক্তিকভাবে পর্যবেক্ষণ করা যায়।

(v) অনুশীলনের মাধ্যমে শিক্ষণ-দক্ষতা অর্জিত হয়। অনুশীলনের মধ্য দিয়ে বার বার অনুশীলন করে সঠিকভাবে শিক্ষণ দক্ষতা অর্জন করা সম্ভব হয়। শিক্ষণের পরীক্ষাগারের মূল প্রতিপাদ্য হয় অণুশিক্ষণ।

(vi) অণুশিক্ষণ কোনো বিষয়ে পাণ্ডিত্য অর্জনে সহায়তা করে।

(vii) অণুশিক্ষণে তাৎক্ষণিক ফিডব্যাক দেওয়া যায়। ফলে ভুলত্রুটি সংশোধন করার সুযোগ থাকে।

(viii) শিক্ষার্থী-শিক্ষকের ব্যক্তিগত দক্ষতার ওপর নজর দেওয়া এবং তাদের ব্যক্তিগত দক্ষতা বৃদ্ধির ওপর জোর দেওয়া যায় অণুশিক্ষণ দ্বারা।

(ix) অণুশিক্ষণের ফোকাস হল শিক্ষকের আচরণের সংশোধন, পরিমার্জন এবং শিক্ষণ শিখন প্রক্রিয়াতে মিথস্ক্রিয়ার উন্নতি করা।

(x) অণুশিক্ষণে ৮ থেকে ১০ জন শিক্ষার্থীকে অর্থাৎ স্বল্প সংখ্যক শিক্ষার্থীকে স্বল্প সময় অর্থাৎ ৬-৮ মিনিটের মধ্যে পাঠদান সমাপ্ত করতে হয়।

(xi) অণুশিক্ষণের মাধ্যমে শ্রেণিপাঠনের সমস্ত রকম জটিলতা দূর করা যায়।

(xii) অণুশিক্ষণ, শিক্ষকের পাঠদানে সফলতায় সাহায্য করে দক্ষ শিক্ষক তৈরি করে।

অণুশিক্ষণের ত্রুটি (Demerits of Micro Teaching) :

(i) অণুশিক্ষণ দক্ষতাভিত্তিক অর্থাৎ শিক্ষকের নির্দিষ্ট দক্ষতা বৃদ্ধির ওপর জোর দেওয়া হয়। এখানে বিষয়বস্তুর ওপর জোর দেওয়া হয় না।

(ii) এটি ব্যয়বহুল পরিকল্পনা।

(iii) অণুশিক্ষণের জন্য বিভিন্ন যন্ত্রপাতির দরকার। যেমন— অডিয়ো টেপ, ভিডিয়ো ক্যামেরা ও অন্যান্য খরচবহুল মাধ্যম।

(iv) অণুশিক্ষণ প্রয়োগ করার পূর্বে পর্যাপ্ত অনুশীলন প্রয়োজন। এর জন্য যে সময় দরকার তা বিদ্যালয়ে শ্রেণি-ঘণ্টায় ব্যবস্থা করা অত্যন্ত কষ্টকর।

(v) অণুশিক্ষণে বিভিন্ন দক্ষতার সংহতিকর অত্যন্ত কঠিন কাজ।

(vi) অণুশিক্ষণ স্বাভাবিক সময় তালিকাকে বিব্রত করে।

অণুশিক্ষণের সীমাবদ্ধতা অস্বীকার করা যায় না। তবুও বর্তমানে অণুশিক্ষণ ব্যবস্থা সারা পৃথিবীতে ব্যাপক জনপ্রিয়তা অর্জন করেছে বা করছে। আমাদের দেশেও বিভিন্ন প্রতিকূলতাকে অতিক্রম করে অণুশিক্ষণ অগ্রগতির পথে এগিয়ে চলেছে।

অণুপাঠন পটুত্ব বা আচরণাঙ্গ (Micro Teaching Skill) :

মূলত শ্রেণিকক্ষে পাঠদানকালে একজন শিক্ষককে বিষয় অনুযায়ী বিভিন্ন রকমের আচরণ করতে হয়। এই আচরণগুলিকে শিক্ষা বিজ্ঞানের ভাষায় বলা হয় component বা আচরণাঙ্গ। যেমন, শিক্ষক কোনো পাঠ্য বিষয় যখন শ্রেণিতে উপস্থাপন করেন তখন তিনি বিষয়বস্তু ব্যাখ্যা করেন, মাঝে মাঝে প্রশ্ন করেন, উৎসাহ দেন, শিক্ষা উপকরণ ব্যবহার করেন, শিক্ষার্থীদের প্রশ্নের উত্তর দেন এবং শিক্ষার্থীরা উত্তর দিলে তাদের উৎসাহ দেন। এইগুলিকে বলা হয় component বা আচরণাঙ্গ বা পটুত্ব। একজন শিক্ষকের পেশাগত সাফল্য নির্ভর করে শ্রেণিতে পাঠদানকালে তিনি এই আচরণাঙ্গগুলি কতখানি দক্ষতার সঙ্গে উপস্থাপন করতে পারেন তার ওপর।

শিক্ষণ-দক্ষতা কতগুলি আছে তা নিয়ে শিক্ষাবিদদের মধ্যে মত পার্থক্য আছে। অ্যালেন.কে.রেওয়ান ১৭টি, টারনে ১৯টি এবং ডবলু.আর.বোর্ডা ১৮টি পটুত্বের কথা বলেছেন। NCERT মাধ্যমিক ও প্রাথমিক শিক্ষাক্ষেত্রে মোট ২০টি পটুত্ব প্রয়োগের ওপর গুরুত্ব দিয়েছে। পশ্চিমবঙ্গ শিক্ষাপর্ষদ DEIED -এর সিলেবাসে অণুশিক্ষণের ৫টি (skill) দক্ষতা নির্ধারণ করেছে—

Part-I-এর জন্য ৫টি দক্ষতা নির্ধারণ করা হয়েছে সেগুলি হল—

(1) সমন্বয়সাধন দক্ষতা (Skill of integrating knowledge and experience)

(2) শিশুকেন্দ্রিক শিখন পরিচালন দক্ষতা (Skill of facilitating child centric Learning)

(3) শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করতে উৎসাহী করার দক্ষতা (Skill of Encouraging Learners to Enquire)

(4) শিক্ষার্থীর পর্যবেক্ষণ করার ক্ষমতা বিকাশের দক্ষতা (Skill of Developing observation in Learners)

(5) শিখন পরিস্থিতির সঙ্গে কৃৎকলা শিল্পের সংযোগসাধনের দক্ষতা (Skill of Integrating Performing art with the Learning situation)

পঠনপাঠনের ক্ষেত্রে এই ৫টি পটুত্ব বা আচরণাঙ্গ সুসংবদ্ধভাবে প্রয়োগ করতে সক্ষম হলেই একজন শিক্ষক বা শিক্ষিকা পাঠদানে সুদক্ষ হয়ে উঠবেন।

(1) সমন্বয়সাধন দক্ষতা (Skill of integrating knowledge and experience) : শিক্ষাক্ষেত্রে সমন্বয়সাধন বলতে বোঝায় বিভিন্ন বিষয়বস্তুর মধ্যে স্বাভাবিক সম্পর্ক অনুধাবনের সাহায্যে লব্ধ সার্বিক জ্ঞানের বিকাশ। সমন্বয়িত শিখন প্রক্রিয়ায় শিক্ষকের মূল উদ্দেশ্য সুসংবদ্ধ অভিজ্ঞতার উপস্থাপন। জাতীয় পাঠ্যক্রম— ২০০৫, শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯ এবং নির্মিতিবাদের মূল বিষয় হল— সমন্বয়মূলক দক্ষতার বিকাশ। এই দর্শনের উপর ভিত্তি করে বর্তমান পাঠ্যপুস্তকগুলি রচনা করা হয়েছে। এইজন্য সমন্বয়সাধন দক্ষতা বৃদ্ধির দিকে নজর দিতে হবে। এর জন্য যে আচরণসমূহের বিকাশ ঘটাতে হবে সেগুলি হল—

(i) শিক্ষার্থীর দ্বারা অন্যান্য বিষয়ের সঙ্গে সমন্বয়করণ— শিক্ষার্থীকে পাঠদানের সময় যে বিষয়টি পাঠদান করানো হচ্ছে তার সঙ্গে অন্যান্য বিষয়ের সম্পর্ক স্থাপনের দক্ষতা অর্জন করতে হবে।

(ii) শিক্ষার্থীর কাছ থেকে দৃষ্টান্ত গ্রহণ— শিক্ষার্থীদের পাঠদানের পর তাদের কাছ থেকে মৌলিক উদাহরণ দেওয়া হয়। যা তাদের জ্ঞানের সমন্বয়ের দ্বারা তারা দেবে।

(iii) শিক্ষার্থীর দ্বারা যথাযথ উদাহরণ— শ্রেণিকক্ষে শিখনের উদাহরণ (Example) গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে থাকে। বিষয়বস্তু উপস্থাপনের সময় এবং বিশ্লেষণের সময় শিক্ষার্থীদিরে বিষয়বস্তু হৃদয়ঙ্গম করার জন্য যথার্থ উদাহরণ বিশেষ ভূমিকা পালন করে থাকে। এই উদাহরণ পাঠক্রমের সঙ্গে সংশ্লিষ্ট হবে। ব্যাখ্যা বিশ্লেষণ করার সময়, পাঠক্রমের উদ্দেশ্য নির্ধারণের সময়, মূল্যায়নের সময় ব্যবহার করতে হবে।

(iv) সাধারণীকরণ— সমন্বয় শিক্ষার কাজ হল শিক্ষণীয় পাঠক্রমকে বিষয়ভিত্তিক অংশে বিভক্ত না করে অখণ্ডভাবে পরিকল্পনা করা। শিক্ষকের কাজ হল পাঠশেষে পাঠের সাধারণীকরণ করা। সাধারণীকরণ বলতে পাঠ্যাংশের সঙ্গে তার পঠিত অন্যান্য বিষয়ের সঙ্গে যে মিল আছে তা অনুধাবন করা, আবার যে বিষয়টি পঠিত হল তার বিষয়বস্তুর সরলীকরণ করা।

সমন্বয়সাধন দক্ষতা		
শিক্ষণ সংস্থার নাম :	আচরণাঙ্গসমূহ	বিষয় : গণিত
শ্রেণি: তৃতীয়	ক) শিক্ষার্থীর দ্বারা অন্যান্য বিষয়ের সঙ্গে সমন্বয়করণ	একক : সময়ের কাজ সময়ে করি
শিক্ষার্থীর সংখ্যা :	খ) শিক্ষার্থীদের কাছ থেকে দৃষ্টান্ত গ্রহণ	উপ-একক : ওই
সময় : ৬-৮ মিনিট	গ) শিক্ষার্থীর দ্বারা যথাযথ উদাহরণ	আজকের পাঠ : ওই
শিক্ষার্থী-শিক্ষিকার নাম:	ঘ) সাধারণীকরণ	তারিখ :
ক্রমিক নং		

বিষয়	শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর আচরণ	আচরণাঙ্গ
ঘড়িতে সময় দেখতে শেখার ধারণা	● তুমি কখন ঘুম থেকে ওঠ?	সকাল ৭ টায়	দৃষ্টান্ত গ্রহণ
	● কীভাবে সময় বোঝো?	ঘড়ি দেখে।	দৃষ্টান্ত গ্রহণ
	● বলোতো আমরা ঘড়ি কী জন্য ব্যবহার করি?	সময় দেখার জন্য	
	● আচ্ছা বর্তমানে আমরা সময় দেখার জন্য ঘড়ি ব্যবহার করি কিন্তু আদিম যুগের মানুষেরা তো ঘড়ির ব্যবহার জানত না। তাহলে তখন তারা কীভাবে সময় নির্ধারণ করত?	ছায়াকাঠির সাহায্যে	যথাযথ উদাহরণ
	● এই আদিম যুগের মানুষের কথা কোন বিষয় থেকে জানতে পারি?	ইতিহাস পরে	অন্যান্য বিষয়ের সঙ্গে সমন্বয়করণ
	● এবার বলোতো ঘড়িতে কী কী দেখতে পাও? (ঘড়ি দেখিয়ে)	ঘড়িতে ১-১২ পর্যন্ত সংখ্যা লেখা। আর তিনটি কাঁটা থাকে।	দৃষ্টান্তগ্রহণ
	● আচ্ছা এই তিনটি কাঁটার নাম কী কী?	ঘণ্টার কাঁটা, মিনিটের কাঁটা, সেকেন্ডের কাঁটা	
	● ১-১২ এই সংখ্যা, কোন বিষয় থেকে জানতে পারলাম?	গণিত থেকে।	বিষয়ের সঙ্গে সমন্বয়করণ
	● ঘণ্টার কাঁটা মিনিটের কাঁটার থেকে ছোটো না বড়ো?	ছোটো	,,
	● বলোতো ৬০ সেকেন্ডে কত মিনিট হয়?	১ মিনিট	,,

বিষয়	শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর আচরণ	আচরণাঙ্গ
	● এবার বলোতো ৬০ মিনিটে কত ঘণ্টা হয়?	১ ঘণ্টা	
	● আচ্ছা পিউ ঘড়ি ইংরেজিতে বানান করো।	w – a – t – c – h	অন্যান্য বিষয়ের সঙ্গে সমন্বয়করণ
	● মৌমিতা তুমি সময়ে ইংরেজি বলো।	T – i – m – e	,,
	● এবার বলো তোমরা সকাল ৭টার সময় কী করো।	স্নান করে, খেয়ে স্কুলে যাই।	দৃষ্টান্তগ্রহণ
	● তোমরা সবাই বিকেল ৪টের সময় কী করো।	স্কুল থেকে এসে খেলতে যাই।	
	● কেন খেলতে যাও?	ভালো লাগে, শরীর সুস্থ থাকে।	অন্যান্য বিষয়ের সঙ্গে সমন্বয়করণ
	● টুম্পা বলোতো, তুমি সন্ধ্যা ৬টার সময় কী করো?	হাত-পা ধুয়ে পড়তে বসি।	,,
	● তোমরা পড়াশোনা করে কী করো?	রাত ৯টার সময় খেতে যাই।	
	● আর রাত ১০ টার সময় কী করো?	শুয়ে পড়ি।	
	● যদি আমরা সকাল ৬টায় ঘুম থেকে না উঠি, সময় মতো ব্রাশ না করি, স্কুলের জন্য সময় মতো তৈরি না হই তবে কী হবে?	(সব দিক থেকে পিছিয়ে পড়ব) বিজ্ঞান থেকে	
	(চার্টে ঘড়ির ছবি দেখে সময় বলা)		অন্যান্য বিষয়ের সঙ্গে সমন্বয়করণ
	● সকালে উঠে ব্রাশ করা, বিকেলে খেলতে যাওয়া— আমরা কোন বিষয় থেকে জানতে পারি?	ঘড়িতে সময় দেখতে জানলাম	
	● তাহলে এই পাঠ্যাংশ পড়ে আমরা কী জানতে পারলাম?	ঠিক সময়ে ঠিক কাজ করা উচিত তা জানলাম।	সাধারণীকরণ

(2) শিশুকেন্দ্রিক শিখন পরিচালন দক্ষতা (Skill of Facilitating Child Centric Learning) :

আধুনিক শিক্ষাব্যবস্থা পরিচালনা হয় শিশুকে কেন্দ্র করে। শিক্ষক সহায়তাকারী বা সাহায্যকারীর (facililator) ভূমিকা পালন করেন। শিক্ষক পাঠ পরিচালনার সময় লক্ষ্য রাখবেন যাতে সকল শিক্ষার্থীরা (শিশুরা) পাঠ এগিয়ে নিয়ে যাওয়ার ক্ষেত্রে সক্রিয় হয়, ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মত প্রকাশ করতে পারে; শিক্ষার্থীদের মধ্যে পারস্পরিক মতের আদানপ্রদান হয় এবং শিক্ষার্থীরা কোনো বিষয়ে যাতে সিদ্ধান্ত নিতে পারে সেই বিষয়ে শিক্ষার্থীদের তিনি সাহায্য করবেন, শিশুকেন্দ্রিক শিখন পরিচালনার আচরণাঙ্গগুলি হল—

(i) **শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ :** পাঠদান কালে শিক্ষক বা শিক্ষিকার অন্যতম লক্ষ্য হবে শিক্ষার্থীকে পাঠে এবং পাঠ সম্পর্কিত বিষয় সম্বন্ধে সক্রিয় অংশগ্রহণ করানো। এইক্ষেত্রে শিক্ষক বা শিক্ষিকা শিক্ষার্থীদের দলে ভাগ করে আলোচনা, প্রজেক্টে অংশগ্রহণ, কোনো কিছু পর্যবেক্ষণের পর আলোচনা প্রভৃতি পদ্ধতি অবলম্বন করে সক্রিয় অংশগ্রহণে উদ্বুদ্ধ করবেন। ভাষা শিক্ষার ক্ষেত্রে শিক্ষক বা শিক্ষিকা সরব পাঠ, নীরব পাঠ প্রভৃতি পদ্ধতি অবলম্বন করতে পারেন।

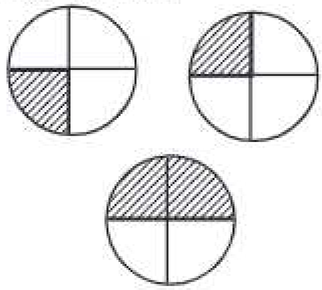
(ii) **ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মতপ্রকাশ :** শিক্ষার্থীরা যখন তাদের মতামত প্রকাশ করবে তখন তা যেন ধারাবাহিকতা বজায় রেখে করে সেদিকে শিক্ষক লক্ষ রাখবে। এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর ব্যাখ্যা করা ও অর্জিত জ্ঞান প্রয়োগের ওপরে জোর দেওয়া হয়। বিষয়বস্তু উপস্থাপনে ধারাবাহিকতা না থাকলে শিক্ষার্থী সঠিকভাবে ওই বিষয়বস্তু সম্পর্কে তার মতামত দিতে পারবে না। এতে পাঠদানে বিঘ্ন ঘটবে।

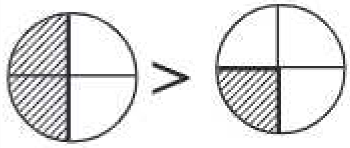
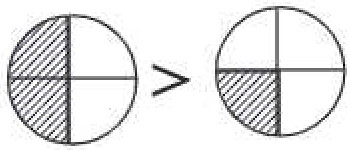
(iii) **শিক্ষার্থীর পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়া :** পাঠদানের সময় শিক্ষককে লক্ষ রাখতে হয় যাতে শিক্ষার্থী বিষয় সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করে। শিক্ষার্থী শ্রেণিতে যে ধারণা নিয়ে আসে শিক্ষক সেই ধারণার ভুলগুলি সংশোধন করে সঠিক ধারণা নির্মাণ করেন। এক্ষেত্রে শিক্ষক শিক্ষার্থীকে পাঠদানকালে কিছু জিজ্ঞাসা করেন, শিক্ষার্থী উত্তর দেয়। এর দ্বারা শিক্ষার্থী বিষয় সম্পর্কে ধারণা লাভ করতে পেরেছে কিনা, তা বোঝা যায়। শিক্ষক-শিক্ষার্থীর মতের বিনিময়কে মিথস্ক্রিয়া বলে, একক বা দলবদ্ধভাবেও প্রকাশ পেতে পারে।

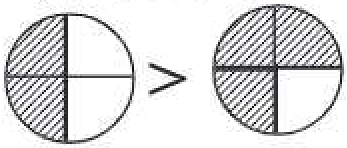
(iv) **শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্ত গ্রহণ :** শিক্ষক শ্রেণিতে একজন সাহায্যকারীর ভূমিকা পালন করবেন। তাঁর মূল লক্ষ্য হল শিক্ষার্থী বিষয় অনুভব করে কোনো সমস্যার বিষয়ে যাতে সঠিক সিদ্ধান্ত নিতে পারে তা সুনিশ্চিত করা। কোনো বিষয়ে ব্যাখ্যা, বিশদে আলোচনার পর শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করা হয়, কর্মপত্র পূরণ করতে দেওয়া হয়— এর দ্বারা শিক্ষার্থীর সিদ্ধান্ত বোঝা যায়। সিদ্ধান্ত সঠিক না হলে শিক্ষক পুনরায় বিষয় আলোচনা ও ব্যাখ্যা করবেন।

শিশুকেন্দ্রিক শিখন পরিচালন দক্ষতা			
	শিক্ষণ সংস্থার নাম : শ্রেণি : তৃতীয় শিক্ষার্থী— শিক্ষকের সংখ্যা : শিক্ষার্থী— শিক্ষকের নাম : ক্রমিক নং : সময় ৬-৮ মিনিট	আচরণাঙ্গসমূহ : (ক) শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ (খ) ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মতপ্রকাশ (গ) শিক্ষার্থীদের মধ্যে পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়া (ঘ) শিক্ষার্থীদের কাছ থেকে সিদ্ধান্ত গ্রহণ	বিষয় : গণিত একক : ভগ্নাংশ উপ-একক : ভগ্নাশের যোগ-বিয়োগ
বিষয়বস্তু	**শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ**	**শিক্ষার্থীর সম্ভাব্য উত্তর**	**ব্যবহৃত আচরণাঙ্গসমূহ**
ভগ্নাংশের যোগ-বিয়োগ	গতকাল আমরা ভগ্নাংশ সম্পর্কে জেনেছি। আজ আমরা ভগ্নাংশের যোগ-বিয়োগ সম্পর্কে জানব। (শিক্ষার্থীদের দুটি দলে ভাগ করে দলদুটিকে দুটি কাগজ দিয়ে প্রথম দলকে সেটাকে ছয়টি ভাগে ভাগ করতে বললেন। এরপর তাদের কাজ পর্যবেক্ষণ করবেন।)		
	'ক' দল (i) তোমরা গোটা কাগজটাকে কয়ভাগে ভাগ করলে? (ii) বলো তো এটা কত ভাগের কত ভাগ? (একটা অংশ তুলতে বলে)	চারভাগে চার ভাগের এক ভাগ	শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মত প্রকাশ

বিষয়বস্তু	শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর সম্ভাব্য উত্তর	ব্যবহৃত আচরণাঙ্গসমূহ
	'ক' দল (iii) এটা কত ভাগের কত ভাগ? (দুটি অংশ এক করতে বলে) (iv) এবার বলোতো চারটি অংশ যোগ করলে কত ভাগের কত ভাগ হবে? (v) এবার বলোতো তিনটি অংশ যোগ করলে কত ভাগের কত ভাগ হবে? (vi) এক্ষেত্রে যোগ-বিয়োগের সহজ উপায় কী?	চার ভাগের দুই ভাগ চার ভাগের চার ভাগ চার ভাগের তিন ভাগ হর একই থাকলে যোগের ক্ষেত্রে লবগুলি যোগ করব ও বিয়োগের ক্ষেত্রে লবগুলি বিয়োগ করব।	শিক্ষার্থীদের মধ্যে মিথস্ক্রিয়া। শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ। শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্ত প্রদান।
	'খ' দল (vii) তোমরা কাগজটাকে কয়ভাগে ভাগ করলে? (viii) তিনটি অংশ এক করলে সেটা কত ভাগের কত ভাগ বলব? (ix) তার থেকে এক ভাগ দিয়ে দিলে কত ভাগের কত ভাগ পড়ে থাকবে? (x) তাহলে ভগ্নাংশের যোগ-বিয়োগের সহজ উপায় কী?	ছয়টি ভাগে ছয় ভাগের তিন ভাগ ছয় ভাগের দুই ভাগ একই বৈশিষ্ট্য ভগ্নাংশের যোগের ক্ষেত্রে লবগুলি যোগ করব এবং বিয়োগের ক্ষেত্রে লবগুলি বিয়োগ করব।	শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ। শিক্ষার্থীর পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়া। শিক্ষার্থীর থেকে সিদ্ধান্তগ্রহণ।

বিষয়বস্তু	শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর আচরণ	আচরণাঙ্গসমূহ
	● সকল শিক্ষার্থীদের সঙ্গে কুশল বিনিময়ের পর আমি তাদের শান্ত হয়ে বসতে বলব। তারপর তাদের তিনটি দলে ভাগ করে দেব। দলের নাম দেব 'ক' দল, 'খ' দল এবং 'গ' দল।		
	● প্রথমে সমান মাপের তিনটি বৃত্তাকার কাগজ নিয়ে এক একটি দলকে একটি করে দিয়ে দলকে সমানভাবে চারভাগ করতে বলব। ভাঁজ করে কাগজ ছেঁড়া চলবে না। আমি ঘুরে ঘুরে দেখব ঠিক করছে কিনা।	সবাই মনোযোগ সহকারে আলোচনা করে কাগজগুলি ভাঁজ করবে, যাতে সমান চার ভাগ হয়।	
	● সকল দলকে জিজ্ঞাসা করব তোমরা কয় বার ভাঁজ করেছ? ● এবার 'ক' দলকে $\frac{1}{4}$ অংশ, 'খ' দলকে $\frac{2}{4}$ অংশ এবং 'গ' দলকে $\frac{3}{4}$ অংশ রং করতে বলব। বলব যাদের আগে হয়ে যাবে তারা Bingo বলে হাত তুলবে। রং করা হয়ে গেলে তিনটি দলের তিনজনকে রং করা কর্মপত্রগুলি ফ্লানেল বোর্ডে পিন দিয়ে পাশাপাশি আটকাতে বলব।	সবাই উত্তর দেবে ২ বার। সবাই মনোযোগ সহকারে বৃত্তাকার কাগজটির রং-এ অংশগ্রহণ করবে। যে দল প্রথম রং করবে সেই দল Bingo বলে হাত তুলবে। নির্দেশমতো কর্মপত্রগুলি ফ্লানেল বোর্ডে আটকাবে। 	ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মত প্রকাশ।
	● এরপর 'ক' দল এবং 'খ' দল কত অংশ রং করেছে, ওদের খাতায় সংখ্যায় প্রকাশ করে > (greater than) চিহ্ন সংখ্যা দুটির মাঝখানে ঠিক করে বসাতে বলব, পারস্পরিক আলোচনা করে। অনুরূপভাবে 'খ' দলকে পারস্পরিক আলোচনা করে 'খ' দল আর 'গ' দল কত রং করেছে এবং 'গ' দলকে 'গ' দল ও 'ক' দল কত রং করেছে তুলনা করে তাদের খাতায় > চিহ্ন ব্যবহার করে দেখাতে বলব। শিক্ষার্থীরা কাজগুলি করার সময় শিক্ষিকা ঘুরে ঘুরে দেখবেন। হয়ে গেলে Bingo বলে হাত তুলতে বলব।	নির্দেশমতো 'ক' দলের শিক্ষার্থীরা পারস্পরিক আলোচনা করে খাতায় লিখবে $\frac{2}{4} > \frac{1}{4}$ অনুরূপভাবে 'খ' দলের শিক্ষার্থীরা পারস্পরিক আলোচনা করে খাতায় লিখবে $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$ আর 'গ' দলও একইরকমভাবে খাতায় লিখবে $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$	শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ। শিক্ষার্থীদের মধ্যে পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়া।

বিষয়বস্তু	শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর আচরণ	আচরণাঙ্গসমূহ
	● এরপর 'ক' দলকে জিজ্ঞাসা করব তোমরা কত অংশ রং করেছ? আর 'খ' দল কত করেছ? কারা বেশি রং করেছ?	শিক্ষার্থীরা উত্তর দেবে আমরা 'ক' দল $\frac{1}{4}$ অংশ আর 'খ' দল $\frac{2}{4}$ অংশ। 'খ' দল বেশি রং করেছে।	ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মত প্রকাশ। শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্তগ্রহণ।
	● এরপর 'ক' দলের শিক্ষার্থীদের একজনকে ব্ল্যাকবোর্ডে '>' চিহ্ন দিয়ে সংখ্যা দুটি দেখাতে বলব।	নির্দেশমতো 'ক' দলের শিক্ষার্থীরা ব্ল্যাকবোর্ডে লিখবে $\frac{2}{4} > \frac{1}{4}$	
	পাশাপাশি ফ্লানেল বোর্ডে $\frac{1}{4}$ ও $\frac{2}{4}$ অংশ ওই চিত্র দুটি (worksheet) ঠিকমতো ব্যবহার করে মাঝখানে '>' চিহ্ন দিয়ে দেখাতে বলব।	ফ্লানেল বোর্ডে পিন ও > চিহ্ন দেওয়া কার্ডটি চিত্রদুটির মাঝখানে বিবেচনা করে বসবে। 	শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ। শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্ত গ্রহণ।
	● অনুরূপভাবে 'খ' দলকে জিজ্ঞাসা করব তোমরা কত অংশ রং করেছ? আর 'গ' দল কত অংশ রং করেছে? কারা বেশি অংশ রং করেছ?	'খ' দল উত্তর দেবে আমরা $\frac{2}{4}$ অংশ আর 'গ' দল $\frac{3}{4}$ অংশ। 'গ' দল বেশি রং করেছে।	ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মত প্রকাশ। শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্তগ্রহণ।
	● একইরকমভাবে 'খ' দলকে ওই, উল্লিখিত দুটি অংশ ব্ল্যাকবোর্ডে > চিহ্ন ব্যবহার করে দেখাতে বলব। পাশাপাশি ফ্লানেল বোর্ডে চিত্র দুটি বেছে দিয়ে > চিহ্ন দিয়ে দেখাতে বলব।	ব্ল্যাকবোর্ডে শিক্ষার্থী লিখবে $\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$ ফ্লানেল বোর্ডে দেখাবে— 	শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ। শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্ত গ্রহণ।
	● এরপর 'গ' দলকে জিজ্ঞাসা করব তোমরা কত অংশ রং করেছ? আর 'ক' দল কত অংশ রং করেছ? কারা বেশি রং করেছ? ● এরপর 'গ' দলকে 'ক' দল ও 'খ' দলের মতো ব্ল্যাকবোর্ডে সংখ্যা আর > চিহ্ন ব্যবহার করে কারা বেশি রং করেছে তা দেখাতে বলব। এবং ফ্লানেল বোর্ডেও চিত্র দুটি বেছে নিয়ে পিন ও () চিহ্ন ব্যবহার করে চিত্র দুটি বিবেচনা করে আটকাতে বলব।	'গ' দল বলবে আমরা $\frac{3}{4}$ অংশ এবং 'ক' দল $\frac{1}{4}$ অংশ। আমরা বেশি রং করেছি। নির্দেশ মতো 'গ' দলের শিক্ষার্থী বোর্ডে লিখবে $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$।	ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মত প্রকাশ। শিক্ষার্থীর সক্রিয় অংশগ্রহণ। শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্ত গ্রহণ

বিষয়বস্তু	শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর আচরণ	আচরণাঙ্গসমূহ
		ফ্লানেল বোর্ডে দেখাবে— 	শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্ত গ্রহণ
	● এরপর সকল শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করব সবচেয়ে বেশি কোন দল রং করেছে? সবচেয়ে কম কোন দল রং করেছে?	শিক্ষার্থীরা বলবে সবচেয়ে বেশি 'গ' দল রং করেছে। আর সবচেয়ে কম 'ক' দল রং করেছে।	শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্ত গ্রহণ
	● এরপর বলব একটা সমান গোলাকার কুমড়োকে ৪ ভাগ বা টুকরো করে 'ক' দলকে তার থেকে ১ ভাগ, 'খ' দলকে ৩ ভাগ করে দিলে, 'ক' দল বলো তোমরা কত অংশ পাবে আর কয় টুকরো পাবে?	আমরা $\frac{1}{4}$ অংশ পাব অর্থাৎ 1 টুকরো পাব।	শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্ত গ্রহণ
	● 'খ' দল তোমরা কত পাবে?	আমরা $\frac{3}{4}$ অংশ অর্থাৎ 3 টুকরো পাব।	শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্ত গ্রহণ
	● 'গ' দল বলতো কোন দল কুমড়ো বেশি পেল? পরের দিন তোমাদের আপেল ভাগ করে দেব। মন খারাপ করো না।	'খ' দল কুমড়ো বেশি পাবে। আমরা কুমড়ো পেলাম না।	শিক্ষার্থীর দ্বারা সিদ্ধান্ত গ্রহণ

(3) শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করতে উৎসাহী করার দক্ষতা (Skill of Encouraging Learners to Enquire):

শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করতে উৎসাহ দেওয়া ও শিক্ষার্থীর প্রশ্ন করতে পারা পাঠদানের ক্ষেত্রে অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করতে উৎসাহ দেওয়া পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫, শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯ এবং নির্মিতিবাদের ভাবনা ও দর্শনকে মাথায় রেখেই গ্রহণ করা হয়েছে। শিক্ষার্থীর মূল্যায়নের জন্য যে স্তবকগুলি নির্দিষ্ট করা হয়েছে তারমধ্যে অন্যতম হল শিক্ষার্থীর প্রশ্নকরণ ও অনুসন্ধান। এই জন্য শিক্ষক শিক্ষার্থীর প্রশ্নকরণ দক্ষতা বৃদ্ধির ওপর জোর দেবেন।

শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করতে উৎসাহী করার দক্ষতা বৃদ্ধির জন্য যে সকল আচরণাঙ্গ অনুসরণ করা হয়েছে তা হল—

(i) শিক্ষার্থীর দ্বারা প্রশ্নকরণ : শিক্ষক পাঠদান করবেন, পাঠদানের সময় শিক্ষক শিক্ষার্থীদের বিষয়ের সঙ্গে সংযুক্ত করবেন বিষয় ব্যাখ্যা করবেন এবং বিশদে আলোচনা করবেন। এই সময়ে শিক্ষক শিক্ষার্থীদের সামনে বিষয়বস্তু এমনভাবে তুলে ধরবেন যাতে শিক্ষার্থী নিজেই শিক্ষককে প্রশ্ন করতে পারে।

(ii) প্রশ্নকরণের নমনীয়তা : শিক্ষার্থীরা শিক্ষকের পাঠদানের মাঝে তাদের মনে কোনো বিষয় জানার আগ্রহ দেখা দিলে, শিক্ষককে বিনম্রভাবে কোনো প্রশ্ন করতেই পারে, এই প্রশ্ন অবশ্যই বিষয়ভিত্তিক হবে।

(iii) প্রশ্নকরণে পরিমিতি বোধ : কোনো বিষয় ব্যাখ্যা বিশ্লেষণের সময় শিক্ষার্থীর মনে হল কোনো বিষয় আলোচনার সময় এড়িয়ে গেছে, এই ধারণার বশবর্তী হয়ে সে যে প্রশ্ন করে, সেই ধরনের প্রশ্নে পরিমিতিবোধ যুক্ত প্রশ্ন করা হয়। পরিমিতিবোধমূলক প্রশ্নে শিক্ষার্থীর অনুসন্ধানমূলক মানসিকতার পরিচয় পাওয়া যায়।

(iv) বিষয়ের সঙ্গে সম্পর্কিত প্রশ্ন : শিক্ষক শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করতে উৎসাহিত করবেন। শিক্ষার্থীরা প্রশ্ন করবে কিন্তু মনে রাখতে হবে শিক্ষার্থী কর্তৃক যে প্রশ্ন করা হবে তা অবশ্যই বিষয়বস্তু অর্থাৎ যে বিষয়গুলি তাদের সামনে তুলে ধরবেন সেই বিষয় সংক্রান্ত প্রশ্ন শিক্ষার্থী শিক্ষকের সামনে বা এক শিক্ষার্থী অন্য শিক্ষার্থীকে করবে।

শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করতে উৎসাহী করার দক্ষতা

শিখন সংস্থার নাম : শ্রেণি : দ্বিতীয় শিক্ষার্থী শিক্ষকের সংখ্যা : শিক্ষার্থী শিক্ষকের নাম : ক্রমিক নং : সময় : ৬-৮ মি.	**আচরণাঙ্গসমূহ :** (ক) শিক্ষার্থীর দ্বারা প্রশ্নকরণ (খ) প্রশ্নকরণের নমনীয়তা (গ) প্রশ্নকরণের পরিমিতিবোধ (ঘ) বিষয়ের সঙ্গে সম্পর্কিত প্রশ্ন	বিষয় : গণিত একক : সংখ্যা উপ-একক : ছোটো ও বড়ো সংখ্যা তারিখ :

বিষয়বস্তু	শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর আচরণ	আচরণাঙ্গসমূহ
ছোটো ও বড়ো সংখ্যার ধারণা	● গাছের ডালে তিনটি সংখ্যার ফল আছে। এই মডেল দেখে শিক্ষার্থীদের মনে যে যে প্রশ্ন আসে তা শিক্ষকের কাছ থেকে জেনে নেবে।	● তিনটি ফলে কী কী নম্বর আছে?	শিক্ষার্থীর দ্বারা প্রশ্নকরণ
	● এখানে ২৫, ২৮ এবং ২৯। শতক দশক ও কত একক?	● কীভাবে বুঝব কোনটি ছোটো কোনটি বড়ো?	
	● ঠিক বলেছো, আগে দশকের ঘরে দেখব দশকের ঘরে একই সংখ্যা হলে এককের সংখ্যা দেখব। ৭২ ৫৭ ৩৯	● ২ দশক ৫ একক ২ দশক ৮ একক ২ দশক ৯ একক দশকের ঘরে তো সমান তাহলে বড়ো কী করে হবে? এককের ঘরে তো ৯ বড়ো তাহলে তিনটি সংখ্যার মধ্যে ২৯ বড়ো।	বিষয়ের সঙ্গে সম্পর্কিত প্রশ্ন
	● ২য় ছবি দেখিয়ে এককের ছোটো ও বড়ো কীভাবে নির্ণয় করব তা নিজেরা বলবে।	এখানে তিনটি সংখ্যা তো আগের মতো নেই।	প্রশ্নকরণের নমনীয়তা
	● এখানে তিনটি সংখ্যা কী কী? ● ঠিক বলেছো, এখানে ৭২ সংখ্যাটি বড়ো।	● প্রথম সংখ্যা ৭২ দ্বিতীয় সংখ্যা ৫৭ তৃতীয় সংখ্যা ৩৯	
	● এর পরের বড়ো সংখ্যাটি কি হবে? ● তারপরের বড়ো সংখ্যাটি হবে ৫৭।	● এখানে দশকের ঘরে বড়ো সংখ্যা ৭, সুতরাং তিনটি সংখ্যার মধ্যে ৭২ বড়ো।	প্রশ্নকরণে পরিমিতিবোধ
	● কেন ৫৭ তার পরের বড়ো সংখ্যা?	● ৭২ বড়ো তারপর ৫ দশক ৭ একক বড়ো তারপর ৩ দশক ৯ একক।	
	● ৫ দশক ৭ একক তারপরে আছে ৩ দশক ৯ একক। তাই ৫৭, ৩৯-এর থেকে বড়ো।	● দুই অঙ্কের সংখ্যা হলে দশকের সংখ্যা বড়ো হলে সেই সংখ্যা বড়ো হবে।	
	● তাহলে এখানে তিনটি সংখ্যা বড়ো থেকে ছোটো কী কী হবে? ● এক্ষেত্রে কী সিদ্ধান্তে আসলাম?		

(4) শিক্ষার্থীর পর্যবেক্ষণ করার ক্ষমতা বিকাশের দক্ষতা (Skill of Developing observation in Learners) :

জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫, শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯ এবং নির্মিতিবাদ দৃষ্টিভঙ্গির বিচারে আধুনিক শিক্ষণ পদ্ধতির প্রবর্তন করা হয়েছে। বর্তমান দিনে শিক্ষক পড়াবেন শিক্ষার্থী শুনবে অথবা শিক্ষক প্রশ্ন করবেন শিক্ষার্থী উত্তর দেবে এই ধরনের শিক্ষণ পদ্ধতি অনুসরণ করা হয় না। আধুনিক শিক্ষা ব্যবস্থায় শিক্ষার্থীর অংশগ্রহণ, প্রশ্নকরণ ও অনুসন্ধান, শিক্ষার্থীর জ্ঞানের সমন্বয়, নান্দনিকতা এবং সৃষ্টিশীলতার ওপর জোর দেওয়া হয়েছে। এই পরিপ্রেক্ষিতেই শিক্ষার্থীর পর্যবেক্ষণ করার ক্ষমতা বিকাশের ওপরে জোর দেওয়া হয়েছে। এই পর্যবেক্ষণ দক্ষতা বৃদ্ধির জন্য আচরণাঙ্গ বা components-গুলি হল—

(i) **শিক্ষার্থীর পর্যবেক্ষণকরণ :** কোনো বিষয়ে হাতেকলমে শিক্ষা দেওয়ার সময় শিক্ষার্থীর সামনে শিক্ষক বিষয়টি তুলে ধরবেন এবং শিক্ষার্থীকে শিক্ষক বিষয়টি ভালো করে দেখতে বলবেন। দেখার পর শিক্ষক এ বিষয়ে কিছু জিজ্ঞাসা করলে শিক্ষার্থী উত্তর দিতে পারবে। একে শিক্ষার্থীর পর্যবেক্ষণকরণ বলা হয়।

(ii) **পুনরায় চাহিদা অনুসারে পর্যবেক্ষণকরণ :** শিক্ষক শিক্ষার্থীদের কোনো বিষয়ে পর্যবেক্ষণ করার পর পুনরায় ওই বিষয়ের ওপর বিভিন্ন প্রশ্ন করবেন এবং শিক্ষার্থীরা পুনরায় পর্যবেক্ষণ করে প্রশ্নের উত্তর দেবে। একে বলা হয় পুনরায় চাহিদা অনুসারে পর্যবেক্ষণ।

(iii) **শিক্ষার্থীর দ্বারা কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন :** শিক্ষার্থী যখন পর্যবেক্ষণের দ্বারা কোনো কাজ সম্পন্ন হওয়ার কারণটি নির্ণয় করতে পারে তখন সেই আচরণকে শিক্ষার্থীর দ্বারা কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন হয়েছে বলা যায়।

(iv) **পর্যবেক্ষণ ও চিন্তার প্রতিফলন :** শিক্ষার্থী কোনো বিষয় পর্যবেক্ষণ করে কোনো কাজ সম্পাদন কেন হল সেই সম্পর্কে নিজের মতামত দিতে পারে। একে পর্যবেক্ষণ ও চিন্তার প্রতিফলন বলা হয়।

<table>
<tr><th colspan="4">শিক্ষার্থীর পর্যবেক্ষণ করার ক্ষমতা বিকাশের দক্ষতা</th></tr>
<tr><td colspan="2">শিখন সংস্থার নাম :
শ্রেণি :
শিক্ষার্থীর সংখ্যা :
সময় : ৬-৮ মি.
শিক্ষার্থী-শিক্ষিকার নাম :
ক্রমিক নং :</td><td>আচরণাঙ্গসমূহ :
(ক) শিক্ষার্থীর দ্বারা পর্যবেক্ষণ
(খ) পুনরায় চাহিদা অনুসারে পর্যবেক্ষণ
(গ) শিক্ষার্থীর দ্বারা কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন
(ঘ) বিষয়ের প্রতিফলন</td><td>বিষয় : গণিত
একক : ফল পেড়ে ভাগ করে পাই
উপ-একক : ফল পেড়ে জোড় না বিজোড় দেখি
আজকের পাঠ : ওই
তারিখ :</td></tr>
<tr><th>বিষয়বস্তু</th><th>শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ</th><th>শিক্ষার্থীর আচরণ</th><th>আচরণাঙ্গসমূহ</th></tr>
<tr><td>জোড় ও বিজোড় সংখ্যা</td><td>আজ আমরা প্রথমে মূর্ত বস্তু ব্যবহার করে জোড় ও বিজোড় সংখ্যার যোগ করব এবং তাদের যোগফল জোড় না বিজোড় সংখ্যা হয় তা দেখব। এরপর চার্ট টাঙিয়ে দেব। চার্টে একটি গাছ আঁকা থাকবে। গাছে জোড় ও বিজোড় সংখ্যা লেখা কয়েকটি ফল থাকবে। শিক্ষার্থীদের ছবিটি ভালো করে পর্যবেক্ষণ করার কথা বলব।</td><td>শিক্ষার্থীরা ছবিটি ভালো করে পর্যবেক্ষণ করবে।</td><td></td></tr>
</table>

বিষয়বস্তু	শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর আচরণ	আচরণাঙ্গসমূহ
	শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করব তোমরা ছবিতে কী দেখতে পাচ্ছ?	শিক্ষার্থীরা বলবে একটি গাছের ছবি আছে। তাতে জোড় ও বিজোড় সংখ্যা লেখা কয়েকটি ফল ধরে আছে।	পুনরায় চাহিদা অনুসারে পর্যবেক্ষণ।
	'A' গ্রুপের সুপ্রিয়া তুমি বলতো গাছটিতে কয়টি ফল ধরে আছে?	ছবিটি পর্যবেক্ষণ করে বলবে ১৪টি ফল ধরে আছে।	পুনরায় চাহিদা অনুসারে পর্যবেক্ষণ ও চিন্তার প্রতিফলন।
	আচ্ছা, তোমরা কি কেউ বলতে পারবে জোড় ও বিজোড় সংখ্যা কাকে বলে? নন্দিতা তুমি বলতো জোড় সংখ্যা কাকে বলে?	যে সংখ্যাগুলি ২ দ্বারা বিভাজ্য তাদের জোড় সংখ্যা বলে।	শিক্ষার্থীদের দ্বারা কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন।
	রূপা তুমি বলো বিজোড় সংখ্যা কাকে বলে?	যে সংখ্যাগুলি ২ দ্বারা বিভাজ্য নয় তাদের বিজোড় সংখ্যা বলে।	
	মালবিকা তুমি ছবিটি ভালো করে দেখে বলোতো গাছটিতে জোড় সংখ্যার ফল বেশি আছে না বিজোড় সংখ্যার ফল বেশি আছে?	জোড় সংখ্যার ফল বেশি আছে।	শিক্ষার্থীদের পর্যবেক্ষণ ও চিন্তার প্রতিফলন।
	'B' গ্রুপের রিম্পা তুমি ছবিটি ভালো করে পর্যবেক্ষণ করে একটি জোড় সংখ্যা বলো।	১৪	পুনরায় চাহিদা অনুসারে পর্যবেক্ষণ।
	ইস্পা তুমি ছবিটি দেখে একটা বিজোড় সংখ্যা বলো।	২৩	পুনরায় চাহিদা অনুসারে পর্যবেক্ষণ।
	নন্দিতা তুমি জোড় বিজোড় সংখ্যা দুটির যোগফল কত বলো।	৪৭	শিক্ষার্থীর দ্বারা কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন।
	সুপ্রিয়া তুমি বলো এই যোগফলটি জোড় না বিজোড় সংখ্যা?	বিজোড় সংখ্যা	শিক্ষার্থীর দ্বারা কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন ও চিন্তার প্রতিফলন।
	ঠিক বলেছো, রিম্পা তুমি ছবিটা দেখে দুটি জোড় সংখ্যা বলো।	২৬, ১০০	পুনরায় চাহিদা অনুসারে পর্যবেক্ষণ।
	অরুন্ধতি এই জোড় সংখ্যা দুটির যোগফল কত?	১২৬	

বিষয়বস্তু	শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর আচরণ	আচরণাঙ্গসমূহ
	রূপা এই যোগফলটি জোড় না বিজোড় সংখ্যা?	জোড় সংখ্যা	শিক্ষার্থীর দ্বারা কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন।
	নন্দিতা তুমি ছবিটি পর্যবেক্ষণ করে দুটি বিজোড় সংখ্যা বলো।	৩৩ ও ১১	শিক্ষার্থীর দ্বারা কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন ও চিন্তার প্রতিফলন।
	ইস্পা তুমি বলো এই বিজোড় সংখ্যার যোগফল কত?	৪৪	পুনরায় চাহিদা অনুসারে পর্যবেক্ষণ।
	মালবিকা এই যোগফলটি কী সংখ্যা বলতো?	জোড় সংখ্যা	শিক্ষার্থীর দ্বারা কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন।
	ঠিক বলেছো, কালকে আমরা আরও জোড় ও বিজোড় সংখ্যা যোগ করব এবং তাদের যোগফল জোড় না বিজোড় সংখ্যা হয় তা দেখব।		শিক্ষার্থীর দ্বারা কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন ও চিন্তার প্রতিফলন।

(5) শিখন পরিস্থিতির সঙ্গে কৃৎকলা শিল্পের সংযোগসাধনের দক্ষতা Skill of Integrating Performing art with the Learning situation) :

শ্রেণিকক্ষের পাঠ আলোচনায় শিক্ষক ও শিক্ষার্থী উভয়েই অংশগ্রহণ করে। বিষয়বস্তু শিক্ষক শিক্ষার্থীদের সামনে এমনভাবে তুলে ধরেন যাতে শিক্ষার্থী একঘেয়েমিতায় না ভোগে এবং শিক্ষার্থীর বিষয়বস্তুর সঙ্গে সংযুক্তিকরণ স্বাভাবিকভাবে হয়। শিক্ষণীয় বিষয়বস্তু নান্দনিকতা ও সৃষ্টিশীলতার মধ্য দিয়ে উপস্থাপন করা হয়। এতে শিক্ষার্থীর বিষয়বস্তু শিখনের উদ্দেশ্য সহজেই সফল হয়।

এই ক্ষেত্রে সাহায্যকারী হলেও শিখন পরিস্থিতির সঙ্গে শিক্ষার (performing art) সংযোগ সাধনের দক্ষতা আয়ত্ত করতে হবে। এই দক্ষতা অর্জনের জন্য বিভিন্ন আচরণাঙ্গসমূহ আয়ত্ত করতে হবে। যেমন—

(i) **বিষয়সমূহে প্রত্যক্ষ অংশগ্রহণ :** শ্রেণিতে যে বিষয়ে আলোচনা উপস্থাপন করা হবে তাতে শিক্ষার্থীরা প্রত্যক্ষভাবে অংশগ্রহণ করবে। শিক্ষকের কাজ হবে শিক্ষার্থীকে বিষয়সমূহে প্রত্যক্ষ অংশগ্রহণে সহায়তা করা।

(ii) **সৃজনাত্মক সৃষ্টি :** পাঠ গ্রহণের সঙ্গে সঙ্গে শিক্ষার্থী বিষয়কেন্দ্রিক নান্দনিকতা ও সৃষ্টিশীলতায় অংশগ্রহণ করবে। এর ফলে শিক্ষার্থীর সুপ্ত সৃষ্টিশীল মানসিকতার বিকাশ ঘটবে। এছাড়া উদ্ভাবনী চিন্তা ও কল্পনা শক্তির বিকাশ এবং পরিস্থিতি অনুযায়ী সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষমতা বৃদ্ধি পাবে।

(iii) **বিষয়ের নাট্য রূপান্তরকরণ :** শোনার থেকে দেখা বিষয় শিক্ষার্থী মনে রাখতে সাহায্য করে। এই ধারণাকে ফলপ্রসূ করার জন্য বিষয়ের নাট্য রূপান্তর করার ওপর জোর দেওয়া হয়েছে। এতে শিক্ষার্থীদের পাঠে সংযুক্তিকরণ, নান্দনিকতা ও সৃজনাত্মক সৃষ্টি খুব সহজে হয়। তাছাড়া বিষয়বস্তু সহজে শিক্ষার্থীদের কাছে তুলে ধরা যায়।

(iv) **বিষয়ের প্রতিফলন :** এই আচরণের দ্বারা শিক্ষার্থী পঠনীয় বিষয় কতটা আত্মস্থ করতে পারল তা নির্ণয় করা হয়।

শিখন পরিস্থিতির সঙ্গে কৃৎকলা শিল্পের সংযোগ স্থাপনের দক্ষতা		
শিখন সংস্থার নাম : শ্রেণি : শিক্ষার্থীর সংখ্যা : সময় : ৬-৮ মি. শিক্ষার্থী- শিক্ষিকার নাম : ক্রমিক নং :	**আচরণাঙ্গসমূহ :** (ক) বিষয়সমূহে প্রত্যক্ষ অংশগ্রহণ (খ) সৃজনাত্মক সৃষ্টি (গ) বিষয়ের নাট্য রূপান্তরকরণ (ঘ) বিষয়ের প্রতিফলন	বিষয় : গণিত (আমার গণিত) শ্রেণি : তৃতীয় একক : জুতো-মোজা কিনি (জোড়-বিজোড়)

বিষয়বস্তু	**শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ**	**শিক্ষার্থীর আচরণ**	**আচরণাঙ্গসমূহ**
জোড় এবং বিজোড় সংখ্যার ধারণা	• সুপ্রভাত • আজ তোমাদের দুটি দলে ভাগ করে আমরা একটা খেলা খেলব। • দল 'ক' থেকে একজন উঠে এসো, যে আজ নতুন জুতো পড়ে এসেছ। • তুমি দোকানে গিয়ে কী বলেছ? • দোকানদার কয়টি জুতো দিয়েছে • তুমি এক জোড়া আরও কী কিনেছ? • কয়টি মোজা পড়ে আছ? • 'খ' দল থেকে একজন বল — 'এক জোড়া' মানে ক'টা পাওয়া গেল?	• সুপ্রভাত, আন্টি • একজন উঠে আসবে • বলেছি এক জোড়া কালো জুতো দিন। • দুটি জুতো • মোজা • দুটি • দুটো	বিষয়সমূহে প্রত্যক্ষ অংশগ্রহণ

বিষয়বস্তু	শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর আচরণ	আচরণাঙ্গসমূহ
	● এবার বলতো এই খেলনা গাড়িতে ক'টি চাকা?	● চারটি	
	● তার মানে ক'জোড়া হল?	● ২ জোড়া	
	● 'ক' দল থেকে একজন বোর্ডে এসে বারোটি দাগ কেটে দুটি করে বান্ডিল করো।	● নির্দেশ পালন করবে	● সৃজনাত্মক সৃষ্টি
	● ক'টি বান্ডিল হল?	● ছয়টি	● বিষয়সমূহে প্রত্যক্ষ অংশগ্রহণ
	● তাহলে ক'জোড়া কাঠি আছে?	● ছয় জোড়া	
	● এবার 'খ' দল থেকে একজন বোর্ডে এসে তোমার হাতের আঙ্গুল আঁকো।	●	● সৃজনাত্মক সৃষ্টি
	● আঙ্গুলগুলি দুটি করে বান্ডিল করা যাচ্ছে?	● না, একটি আঙ্গুল বেশি হচ্ছে। কারণ হাতে পাঁচটি আঙ্গুল।	
	● 'ক' দল থেকে বলো এই আঙ্গুল পাঁচটি কি জোড়ায় আছে?	● না।	
	● তাহলে কী করলে জোড়ায় জোড়ায় হবে?	● দুটি হাতের আঙ্গুল পাশাপাশি রাখলে।	● বিষয়ের প্রতিফলন
	● খুব ভালো বলেছ। ● 'খ' দল থেকে একজন বল — তাহলে জোড় সংখ্যা ও বিজোড় সংখ্যা কাকে বলব?	● যে সংখ্যাগুলিকে ২ দিয়ে ভাগ করা যায় সেগুলি জোড় সংখ্যা আর যেগুলিকে ভাগ করা যায় না সেগুলি বিজোড় সংখ্যা।	

বিষয়বস্তু	শিক্ষক/শিক্ষিকার আচরণ	শিক্ষার্থীর আচরণ	আচরণাঙ্গসমূহ
	● এবার 'ক' দল চার্টে গিয়ে গাছে ফুলগুলি (যাদের কাগজের ফুল তারা শ্রেণিতে বসে তৈরি করবে।) লাগাও এবং বলো ক'টি ফুল লাগালে?	● আটটি ফুল অর্থাৎ জোড় সংখ্যা	● সৃজনাত্মক সৃষ্টি
	● 'খ' দল তিনটি ফুলে তোমাদের আঁকা প্রজাপতিগুলি কেটে বসাও এবং বড়ো কী হল?	● বিজোড় সংখ্যা	
	● তোমাদের আর কী কী জোড় সংখ্যায় কেন?	● হাতের চুড়ি, কানের দুল, পায়ের মল।	● বিষয়ের প্রতিফলন
	● শ্রেণিতে বিজোড় সংখ্যায় কী কী দেখতে পাচ্ছ।	● ফ্যানের তিনটি ব্লেড, একটি বোর্ড, পাঁচটি জানালা	
	● তোমরা এমন একটি খেলা খেল যাতে 'জোড়' শব্দটি আছে।	● দুটি দল থেকে একজন করে এসে হাতে হাতে তালি দিয়ে খেলবে 'আম পাতা জোড়া জোড়া ....'	● বিষয়ের নাট্য রূপান্তর
	● এবার তোমার শরীরের জোড় অঙ্গগুলি কাজে লাগিয়ে একটি নাচ করো।	● একটি দল থেকে একজন গাইবে অন্য দল থেকে একজন নাচ করবে ''হাতে তালি দাও হাতে তালি দাও আওয়াজটা শোন আওয়াজটা শোন একটু লাফাও হাতে তালি দাও।''	
	● এবার 'ক' দল একটা খেলার নাম বল যাতে জোড় সংখ্যক খেলোয়ার লাগে আর 'খ' দল একটি খেলার নাম বল যাতে বিজোড়া সংখ্যক খেলোয়াড় লাগে	● 'ক' দল — ব্যাডমিন্টন দুই বা চার জন ● 'খ' দল — ক্রিকেট ১১ জন	● বিষয়ের প্রতিফলন

9.4 সামর্থ্যভিত্তিক পাঠটীকা প্রস্তুতকরণ (Preparation of Lesson Notes on the basis of competencis)

❑ পাঠ পরিকল্পনা : ব্যপ্ত পাঠটীকা (Macro Teaching) :

উপযুক্ত শিখনের জন্য শিক্ষার্থীর মানসিক প্রস্তুতি একান্ত প্রয়োজন। আবার শ্রেণিতে আদর্শ পদ্ধতিতে পাঠদানের জন্য শিক্ষক/শিক্ষিকারও প্রস্তুতি থাকা প্রয়োজন। প্রতিদিন শ্রেণিতে যে বিষয়ের যে অংশটি শিক্ষক পাঠদান করবেন তারও সামর্থ্যভিত্তিক পূর্ব পরিকল্পনা লিখিত বা মৌখিকভাবে করে নিতে হয়। এই পরিকল্পনায় যে বিষয়গুলির দিকে গুরুত্ব দিতে হয় তা হল— পাঠ্য বিষয়টির মধ্য দিয়ে কী কী শিখন সামর্থ্য অর্জিত হবে, কী কী প্রদীপন কোন স্তরে কীভাবে প্রয়োগ করা হবে। শিক্ষার্থীর স্বকীয়তা বৃদ্ধির জন্য সম্ভাব্য প্রশ্নগুলি কী হবে এবং শিক্ষার্থীর স্বশিখনের কৌশল সে স্তরে তাৎক্ষণিক মূল্যায়নের প্রশ্ন দ্বারা অর্জিত সামর্থ্য কীভাবে মূল্যায়ন করা যাবে, এগুলি সঠিকভাবে করতে হলে বাড়িতে বিষয়টি তৈরি করে নিতে হবে এবং তারপর চিন্তাপ্রসূত পরিকল্পনা করতে হবে।

- **ব্যাপ্ত পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব :**

(i) সুনির্দিষ্ট শিখন সামর্থ্যভিত্তিক পাঠ পরিকল্পনা অনুসরণ করে পাঠদান করলে শিক্ষার মূল উদ্দেশ্য সফল হতে বাধ্য।

(ii) পাঠ পরিকল্পনা যেহেতু পূর্ব প্রস্তুতি তাই পাঠদানকে আকর্ষণীয় ও বোধগম্য করার জন্য প্রয়োজনীয় শিক্ষা প্রদীপণ সংগ্রহ ও তৈরি করার সময় পাওয়া যায় এবং করাও যায়।

(iii) যেহেতু পাঠ পরিকল্পনায় শিক্ষার্থীর জন্য সম্ভাব্য প্রশ্নের নমুনা থাকে তাই শিক্ষক শিক্ষার্থীকে অধিক সক্রিয়, মনোযোগী ও কৌতূহলী করে তুলতে পারবেন।

(iv) পাঠ পরিকল্পনায় পাঠদানের কৌশল স্থিরীকৃত থাকায় শিক্ষক শ্রেণিতে সময় মাফিক স্বতঃস্ফূর্তভাবে পাঠদান করতে পারবেন।

(v) তাৎক্ষণিক মূল্যায়ন অবিরত মূল্যায়নের একটি উত্তম উপায়। পরিকল্পনায় যেহেতু স্থিরীকৃত সামর্থ্য যাচাইয়ের প্রশ্নগুলি রাখা হয় তাই এগুলি প্রয়োগ/ মূল্যায়ন/ উপস্থাপন যথাযথভাবে প্রয়োগ করা যায়।

(vi) পরবর্তী দিনের পাঠ প্রস্তুতি কেমন হবে তার সঠিক পথনির্দেশ পাওয়া যায়।

(vii) বিষয়বস্তুকে কর্মভিত্তিক না করিয়ে একক বা উপ-একক ভিত্তিক পাঠ পরিকল্পনা তৈরি করলে শিক্ষার্থীরা সহজেই কাম্য শিখন- সামর্থ্য আয়ত্ত করতে পারে।

(viii) পাঠ পরিকল্পনায় তাৎক্ষণিক মূল্যায়নের ব্যবস্থা থাকায় শিক্ষার্থীদের দুর্বলতাগুলি চিহ্নিত করা ও তা সংশোধন করা সম্ভব হয়।

(ix) পঠনপাঠনের ধারাবাহিকতা বজায় রাখার জন্য পাঠ পরিকল্পনা একান্ত প্রয়োজন।

- **ব্যাপ্ত পাঠ পরিকল্পনার সুবিধা :**

(i) **মনোবিজ্ঞানভিত্তিক শিক্ষাদান :** পাঠটীকা তৈরির সময় প্রথমে শিক্ষককে শিক্ষণ কৌশল, পদ্ধতি ও শিক্ষা উপধারা ব্যবহারের চিন্তা করে নিতে হয়।

(ii) **উপকরণ তৈরি :** কোনো পাঠ একক উপস্থাপনের জন্য কী কী শিক্ষা উপকরণ প্রয়োজন তা শিক্ষক আগে থেকেই তৈরি করে নিতে পারেন। এর ফলে শিক্ষার্থীরা বিশেষভাবে উপকৃত হয়।

(iii) **যথাযথ বিষয়বস্তু উপস্থাপন :** বিষয়বস্তু নির্দিষ্ট থাকায় এবং তা পরিকল্পিত হওয়ায় পাঠদানকালে বস্তুর অবতারণার সুযোগ থাকে না। অর্থাৎ শিক্ষক যথাযথ বিষয়বস্তু উপস্থাপন করতে পারেন।

(iv) **তত্ত্বের সঙ্গে বাস্তব উপকরণের ব্যবহার :** পাঠটীকা পরিকল্পনার সময় তাত্ত্বিক জ্ঞানের প্রয়োগ করা হয়। শিক্ষণ প্রক্রিয়ায় চার্ট, মানচিত্র, মডেল ইত্যাদি বাস্তব জিনিস ব্যবহার করে বিষয়টিকে জীবন্ত করে পাঠদান করা যায়।

(v) **পূর্বার্জিত জ্ঞানের ভিত্তি :** পূর্বার্জিত জ্ঞানের ভিত্তিতে নমুনা ধারণা লাভ করে বলে শিক্ষার্থীদের সুবিধা হয়।

(vi) **দক্ষতার বিকাশে সহায়তা :** শিক্ষক-শিক্ষিকার দক্ষতার বিকাশে পাঠটীকা সহায়তা করে।

(vii) **চিন্তায় স্পষ্টতা ও স্বচ্ছতা :** পাঠ পরিকল্পনা তৈরির ফলে শিক্ষক-শিক্ষিকার চিন্তার বিস্তারে স্পষ্টতা ও স্বচ্ছতা আসে।

(viii) **প্রাণবন্ত পাঠদান :** পাঠ পরিকল্পনার ফলে শিক্ষক যথেষ্ট আত্মবিশ্বাসের সঙ্গে শ্রেণিতে পাঠ দেবেন, এর ফলে শ্রেণি অত্যন্ত প্রাণবন্ত থাকে।

(ix) **শ্রেণিকক্ষে শৃঙ্খলা রক্ষা :** পূর্ব প্রস্তুতির জন্য শিক্ষক/শিক্ষিকা শ্রেণিতে পাঠদানকালে শিক্ষার্থীর প্রশ্নের যথাযথভাবে উত্তর দিতে পারবেন। ফলে শ্রেণিতে শৃঙ্খলা রক্ষা সহজ হয়।

(x) **সময় :** সমগ্র ব্যাপারটি শিক্ষক/শিক্ষিকা আগে থেকেই তৈরি করে রাখেন বলে নির্দিষ্ট সময়ে পাঠদান শেষ করে যায়। ফলে সময়ের অপচয় হয় না।

(xi) **মূল্যায়ন :** পূর্ব পরিকল্পনার মাধ্যমে শ্রেণিতে পাঠদান শুরু করে। পাঠদানের শেষে শ্রেণিতেই শিক্ষার্থীদের মূল্যায়ন করে সংশোধনী পাঠ দেওয়া যায়।

- **ব্যাপ্ত পাঠন ও অণুপাঠনের পার্থক্য :**

ব্যাপ্ত পাঠন	অণুপাঠন
(i) সময় ৪০ মিনিট থেকে ৪৫ মিনিট	(i) সময় ৬-৮ মিনিট
(ii) শিক্ষক শিক্ষার্থীদের প্রকৃত শ্রেণিকক্ষে পাঠদান করেন	(ii) এখানে শিক্ষার্থী-শিক্ষক নিজেরাই শিক্ষক আবার নিজেরাই শিক্ষার্থী
(iii) এটি অকৃত্রিম	(iii) এটি একটি কৃত্রিম ব্যবস্থা
(iv) এটি সংশ্লেষণধর্মী	(iv) একটি বিশ্লেষণধর্মী
(v) শিক্ষার্থীর সংখ্যা বেশি (৩০-৪০ জন)	(v) শিক্ষক শিক্ষার্থীর সংখ্যা কম থাকে (৮-১০ জন)
(vi) শ্রেণি পরিবেশ ও পরিস্থিতি বাস্তব	(vi) শ্রেণি পরিবেশ ও পরিস্থিতি একেবারেই কৃত্রিম
(vii) পরামর্শ বা ফিডব্যাক পেতে সময় লাগে	(vii) আংশিক পরামর্শ বা ফিডব্যাক পাওয়া যায়। এছাড়া সাথী শিক্ষক শিক্ষার্থীরাও পাঠদানের ত্রুটি সম্পর্কে আলোচনা করেন।
(viii) এখানে মাত্র তিনটি ধাপ। যেমন— আয়োজন, উপস্থাপন (বর্ণনাকরণ, ব্যাখ্যাকরণ, ধারণার বিস্তৃতিকরণ), প্রতিস্থাপন বা মূল্যায়ন	(viii) এক্ষেত্রে ৬টি ধাপ। পরিকল্পনা, অণুপাঠদান, আলোচনা, ফিডব্যাক, পুনঃপরিকল্পনা, পুনঃপাঠদান, আলোচনা এবং পুনঃফিডব্যাক

❑ **সামর্থ্যভিত্তিক পাঠ পরিকল্পনার সংজ্ঞা :**

(i) শ্রেণিতে পাঠদানের পূর্বে শিক্ষক শ্রেণিতে যে বিষয় পাঠদান করবেন এবং যে পদ্ধতিতে পাঠদান করবেন তার বিস্তারিত বিবরণ আগে থেকেই লিপিবদ্ধ করে একটি ছক তৈরি করবেন, শ্রেণি পঠনের প্রস্তুতিকে পাঠ পরিকল্পনা বলে।

(ii) নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে নির্দিষ্ট বিষয়ে পাঠদান প্রক্রিয়ার পূর্বে শিক্ষণ সম্পর্কে বিভিন্ন বিষয়ে শিক্ষকের চিন্তাধারার প্রতিফলিত লিখিত রূপই হল পাঠ পরিকল্পনা বা Lesson Plan।

গণিতের পাঠ পরিকল্পনা সুষ্ঠু ও সুন্দরভাবে করতে হলে কতকগুলি গুরুত্বপূর্ণ জিনিসের প্রয়োজন হয়। যেমন—

(a) গণিত পাঠ্যপুস্তক

(b) জেলা শিক্ষা সংসদ কর্তৃক প্রদেয় বাৎসরিক ছুটির তালিকা

(c) ক্যালেন্ডার

(d) বিদ্যালয়ের ড্রইং টেবিল

(e) বিদ্যালয়ের বাৎসরিক পরিকল্পনা

❑ **বাৎসরিক পাঠ পরিকল্পনা :** সারাবছর বিদ্যালয়ে মোট কার্যকরী দিবস প্রথমেই জানতে হয়। রবিবার ও ছুটির দিন বাদ দিয়ে বিভিন্ন মূল্যায়নের জন্য দিন সংখ্যা, বিভিন্ন অনুষ্ঠানের জন্য দিন সংখ্যা ইত্যাদি বাদ দিয়ে মোট কার্যকরী সংখ্যা পাওয়া যায়।

ধরা যাক, ২৪০ দিন, বিদ্যালয়ের Time Table অনুসারে যদি প্রত্যেক দিন গণিত থাকে তাহলে মোট ২৪০ দিন গণিত পঠনপাঠন হবে। এই ২৪০ দিনকে তিনটি পর্বে ভাগ করে নিলে ৮০ দিন পাওয়া যাচ্ছে একটি পর্বের জন্য, গণিত শিক্ষককে মোট ২৪০ দিনে গণিত পাঠ্যপুস্তকটির পাঠ্যসূচিগুলি পাঠদান করতে হবে ধরে নিয়ে মোট যতগুলি একক আছে সবগুলিকে পাঠের গুরুত্ব অনুসারে উপ-এককে বিশ্লেষণ করে নিতে হবে।

❑ **পাঠ পরিকল্পনার / পাঠটীকার / Lesson Plan-এর মূল ধাপসমূহ :**

- **উদ্দেশ্য (Aims) :**

(a) **সাধারণ উদ্দেশ্য (General Aims) :** পাঠক্রমে প্রতিটি একককে সুনির্দিষ্ট কিছু সাধারণ উদ্দেশ্যকে সামনে রেখে পাঠদানে অগ্রসর হতে হয়, ওই সাধারণ উদ্দেশ্যের মধ্য দিয়ে যাতে শিক্ষার্থী কোনো বিষয়ে আগ্রহী, উৎসাহী, কৌতূহলী হয় এবং তার পর্যবেক্ষণ ক্ষমতার বিকাশ হয়।

(b) **বিশেষ উদ্দেশ্য (Specific Objectives) :** প্রতিটি একক পাঠদানের সময় সুনির্দিষ্ট কতকগুলি বিশেষ উদ্দেশ্য সামনে রেখে পাঠদানের পরিকল্পনা করতে হয়। এই বিশেষ উদ্দেশ্যগুলিকে জ্ঞানমূলক, বোধমূলক, দক্ষতামূলক ও প্রয়োগমূলক উদ্দেশ্য বলা হয়। এই উদ্দেশ্যগুলিকে সামর্থ্যও বলা হয়ে থাকে। যেমন— জ্ঞানমূলক সামর্থ্য, বোধমূলক সামর্থ্য, দক্ষতামূলক সামর্থ্য ও প্রয়োগমূলক সামর্থ্য।

- **সামর্থ্যভিত্তিক পাঠটীকা প্রস্তুতকরণ (Preparation of lesson Notes on the Basis of Competencies) :**

পাঠ পরিকল্পনা রচনা বা পাঠ পরিকল্পনার ধারণা এসেছে জার্মান শিক্ষাবিদ **জোহান হার্বার্টের** কাছ থেকে। তিনি পাঠদানের একক পরিকল্পনার উপর বিশেষ গুরুত্ব দেন।

শ্রেণিকক্ষে নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে বিভিন্ন কাজের উদ্দেশ্য পৌঁছানোর জন্য কাজের বিষয়ের বিভাগই হল পাঠ পরিকল্পনা। অন্যভাবে বলা যায়—

শিক্ষক/শিক্ষিকা দৈনন্দিন পাঠ পরিচালনার জন্য যে পরিকল্পনা রচনা করেন তাকেই পাঠ পরিকল্পনা (Lesson plan) বলা হয়।

- **পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্বপূর্ণ কয়েকটি দিক :**

পাঠ পরিকল্পনার তিনটি বিশেষ দিক বর্তমান যা হল—

(a) পাঠ পরিকল্পনাটির নির্দিষ্ট উদ্দেশ্য থাকে।

(b) পাঠ পরিকল্পনাগুলি পরিচালনা করার ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের কাজের উপর বেশি গুরুত্ব দেওয়া হয়।

(c) শিক্ষণের ক্ষেত্রে বা পাঠদানে পাঠ পরিকল্পনার শিক্ষক/শিক্ষিকার ভূমিকা গৌণ। শুধুমাত্র পরিচালকের ভূমিকাই থাকবে।

- **পাঠ পরিকল্পনার প্রয়োজনীয়তার কারণ :**

(1) পাঠ পরিকল্পনার দ্বারা শিক্ষক/শিক্ষিকা শিক্ষণের উদ্দেশ্য ও পদ্ধতি সম্পর্কে অবহিত হতে পারেন।

(2) পাঠ পরিকল্পনার দ্বারা প্রতিটি একক খুব সহজে শিক্ষার্থীদের বুঝতে সাহায্য করে।

(3) শিক্ষক/শিক্ষিকা শ্রেণিকক্ষে নিয়ন্ত্রণ আনতে পারে।

(4) পাঠ পরিকল্পনা শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীদের প্রয়োজনকে মেটাতে পারে।

- **পাঠ পরিকল্পনার বিভিন্ন অংশগুলির বর্ণনা :**

পাঠ পরিকল্পনা লিখনের নীতি, রীতি বিভিন্ন জায়গায় বিভিন্ন হয় তবে পাঠ পরিকল্পনার তথ্যগুলির সরবরাহ একটি নির্দিষ্ট ছকে এগিয়ে চলে।

পাঠ পরিকল্পনার প্রথম অংশে কতকগুলি প্রয়োজনীয় তথ্য সরবরাহ করা হয়। এই অংশে দুই ধরনের তথ্য থাকে। যথা— শিক্ষার্থী সংক্রান্ত তথ্য, শিক্ষক বিদ্যালয় সংক্রান্ত এবং অপরদিকে পাঠ্য বিষয় সংক্রান্ত।

পাঠ্য বিষয়ে — একক, উপ-একক, অদ্যকার পাঠ লেখা থাকবে কেননা তিনি কী পড়াচ্ছেন তার সম্পূর্ণ ধারণা থাকা প্রয়োজন।

- **পাঠ পরিকল্পনার প্রথম অংশ :**

বিদ্যালয়ের নাম—	বিষয় : গণিত
শ্রেণি—	একক —
শিক্ষার্থীর সংখ্যা—	উপ-একক —
শিক্ষার্থীর গড় সংখ্যা—	(a)
শিক্ষার্থী শিক্ষক/শিক্ষিকার নাম—	(b)
ক্রমিক সংখ্যা—	(c)
সময় —	আজকের পাঠ — '*' চিহ্নিত অংশ
তারিখ —	

পাঠ পরিকল্পনার দ্বিতীয় অংশ :

পাঠ পরিকল্পনাটির উদ্দেশ্য উল্লেখ করা থাকে। যেখানে— দুই ধরনের উদ্দেশের কথা বলা হয়।

(ক) **সাধারণ উদ্দেশ্য :—** পাঠটির প্রতি তাদের আগ্রহ, মনোযোগী পর্যবেক্ষণ ক্ষমতার বিকাশে সহায়তা করা হয়।

(খ) **বিশেষ উদ্দেশ্য :—** বিশেষ উদ্দেশ্য সাধারণত—

একক পাঠদানের পাঠগ্রহণের মাধ্যমে শিক্ষার্থীর জ্ঞান অর্জন, বোধের বিকাশ ও বাস্তব জীবনে শিক্ষণীয় বিষয়ের প্রয়োগ ও দক্ষ করে তোলা হয়।

উপকরণ :

পাঠ পরিকল্পনাটি পরিচালনা করার জন্য যে যে শিক্ষণীয় উপকরণ ব্যবহার করা হয় তা উল্লেখ করা হয় এই অংশে।

TLM (Teaching Learning Material) বা শিক্ষণ-শিখন উপকরণ— কর্মপত্র, চার্ট, মডেল ইত্যাদি।

পাঠ পরিকল্পনার রচনা তৃতীয় অংশটি তিনটি ভাগে বিভক্ত করা হয়। যথা—

(ক) প্রথম সোপান — **আয়োজন স্তর** (Preparation Stage)

(খ) দ্বিতীয় সোপান — উপস্থাপন পর্ব (Presentation Stage)

(গ) তৃতীয় সোপান — উপস্থাপনোত্তর পর্ব (Post Presentation)

(ক) আয়োজন স্তর (Preparation Stage)

এই স্তরে শিক্ষার্থীদের নিযুক্তিকরণের উপর (Engagement) জোর দেওয়া হয়। এখানে শিক্ষণীয় পাঠের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত বিভিন্ন কাজ, নাটকের ভঙ্গিমা, ছবি, পোস্টার দেখিয়ে শিক্ষার্থীদের মনোযোগী করা হয়। আবার কর্মপত্রের মাধ্যমেও পাঠে আগ্রহী করে পাঠ মনোযোগী করা যেতে পারে।

(খ) উপস্থাপন স্তর (Presentation Stage)

এখানে উদ্ভাবন (Exploration), ব্যাখ্যা (Explanation) এবং বিস্তৃতিকরণের (Elaboration) উপর বিশেষ গুরুত্ব আরোপ করা হয়।

এখানে শিক্ষক/শিক্ষিকা শিক্ষার্থীদের কয়েকটি দলে (Group) ভাগ করে প্রত্যেক দলকে কর্মপত্র (Work Sheet) দেবেন অথবা বিষয় সংক্রান্ত কোনো কাজে নিযুক্ত করবেন। এভাবে প্রত্যেক দল থেকে শিক্ষার্থীরা নিজ নিজ অভিজ্ঞতার দ্বারা পাঠ্য বিষয়ের উদ্ভাবন করবেন নিজস্ব ক্ষমতা অনুযায়ী, শিক্ষার্থী যা আলোচনা, প্রশ্ন করে, ভাবনার মাধ্যমে বিষয়টির ধারণা গঠন করবে। শিক্ষক প্রয়োজনে বিভিন্ন তথ্য সরবরাহ করবেন।

(গ) উপস্থাপনোত্তর স্তর / মূল্যায়ন স্তর (Post Presentation Stage/Evaluation Stage)

এই পর্যায়ে শিক্ষার্থীরা কতটা শিখল তার মূল্যায়ন (Evaluation) করা হয়। বিভিন্ন কর্মপত্রের মাধ্যমে দলগতভাবে তাদের প্রয়োগমূলক প্রশ্ন করা হয়। যা তারা তাদের জ্ঞানকে প্রতিফলিত করে কর্মপত্রের মাধ্যমে আলোচনার দ্বারা তাদের মূল্যায়ন করে। মূল্যায়নের ফলাফল শিক্ষক দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয়।

9.3.2.5 পাঠ পরিকল্পনার নমুনা (Specimen Lesson Plan Format for Macro-Teaching) :

ব্যাপ্ত পাঠটীকা

বিদ্যালয়ের নাম— শ্রেণি — শিক্ষার্থীর সংখ্যা — গত বয়স— শিক্ষার্থী শিক্ষক/শিক্ষিকার নাম — সময় — তারিখ —	বিষয় :— একক :— উপ-একক — আজকের পাঠ —

উ দ্দে শ্য	সাধারণ উদ্দেশ্য : বিশেষ উদ্দেশ্য :

শিখন-শিক্ষণ উপকরণ :-

আয়োজন স্তর :

বিষয়বস্তু Input	শিক্ষক/শিক্ষিকার ভূমিকা Teacher's Role	যৌক্তিকতা Rationale	শিক্ষার্থীর ভূমিকা এবং মিথস্ক্রিয়া Learner's activity and Interaction	যৌক্তিকতা (Ratio-nale)	সময় Time	শিক্ষার্থীর সম্ভাব্য প্রতিক্রিয়া Learner's Expected Response

পাঠঘোষণা উপস্থাপন স্তর :

বিষয়বস্তু Input	শিক্ষক/শিক্ষিকার ভূমিকা Teacher's Role	যৌক্তিকতা Rationale	শিক্ষার্থীর ভূমিকা এবং মিথস্ক্রিয়া Learners' activity and Interaction	যৌক্তিকতা (Ratio-nale)	সময় Time	শিক্ষার্থীর সম্ভাব্য প্রতিক্রিয়া Learners' Expected Response

উপস্থাপনোত্তর স্তর / মূল্যায়ন স্তর :

বিষয়বস্তু Input	শিক্ষক/শিক্ষিকার ভূমিকা Teacher's Role	যৌক্তিকতা Rationale	শিক্ষার্থীর ভূমিকা এবং মিথস্ক্রিয়া Learners' activity and Interaction	যৌক্তিকতা (Ratio-nale)	সময় Time	শিক্ষার্থীর সম্ভাব্য প্রতিক্রিয়া Learners' Expected Response

সংশোধনী পাঠ :

(প্রাথমিক শিক্ষা পর্ষদ, পশ্চিমবঙ্গ দ্বারা প্রদত্ত)

- **পাঠ পরিকল্পনার জন্য শিক্ষার্থী শিক্ষক কতকগুলি ধাপ অনুসরণ করতে পারেন তা হল —**

(১) প্রথম ধাপ ঃ— শিক্ষণীয় বিষয়টির ধারণা গঠন ও পদ্ধতি বাছাইকরণ
(Indentifying the concepts process in the text)

(২) দ্বিতীয় ধাপ ঃ— শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন অভিজ্ঞতার দ্বারা পূর্ব অভিজ্ঞতা যাচাইকরণ এবং ভুল ধারণা বা বিভ্রান্তি নির্ধারণ
(Assessing previous knowledge and of the misconception diagnosis of the learner)

(৩) তৃতীয় ধাপ ঃ— কর্মপত্রের মাধ্যমে শিক্ষার্থীকে সক্রিয় করে তোলা
(Activity learner through worksheet)

(৪) চতুর্থ ধাপ ঃ— শিক্ষার্থীদের মিশ্রদলে বিভক্ত করে প্রত্যেক দলকে কাজ দেওয়া।
(Forming heterogeneous group & assining task)

(৫) পঞ্চম ধাপ ঃ— দলগত কাজকে এগিয়ে নিয়ে যাওয়ার পরিকল্পনা
(Planning for facilitating group work)

(৬) ষষ্ঠ ধাপ ঃ— নিযুক্তকরণ, উদ্ভাবন, বিস্তৃতকরণ এবং ব্যাখ্যাকরণ এই ধাপগুলি অনুসরণ করতে হবে।
(To follow– Engagement, Exploration, Elaboration and Explanation steps of 5E Learning Model)

(৭) সপ্তম ধাপ ঃ— নিরবচ্ছিন্নভাবে শিক্ষার্থীদের সার্বিক মূল্যায়ন (CCE) নীতি অনুসরণ করে।
(Continuous evaluation as per proposed format for CCE)

- **পাঠ পরিকল্পনায় নির্মিতিবাদের 5E শিক্ষা মডেল (5E Model) :**

Engagement phase ⇒ Exploration Phase ⇒ Explanation Phase ⇒ Elaboration Phase ⇒ Evaluation Phase
(নিযুক্তিকরণ ⇒ উদ্ভাবন ⇒ ব্যাখ্যাকরণ ⇒ বিস্তৃতিকরণ ⇒ মূল্যায়ন)

ধাপ/Phase		শিক্ষকের করণীয়	শিক্ষার্থীর করণীয়
আয়োজন স্তর Preparation stage	নিযুক্তিকরণ Engagement	শিক্ষার্থীদের সামাজিক সাংস্কৃতিক, পরিবেশ সংক্রান্ত বিভিন্ন বাস্তব চিহ্ন দ্বারা, ছবি, চার্ট, মডেল দ্বারা মনোযোগ আকর্ষণ করবেন বা প্রশ্ন করবেন।	শিক্ষার্থীরা আগ্রহী হবে পূর্ব অভিজ্ঞতার সঙ্গে সংযোগ স্থাপন করতে পারবে।
উপস্থাপন স্তর Presentation Stage	উদ্ভাবন Exploration	মিশ্র দল গঠন করতে হবে প্রতিটি দলে কর্মপত্র বা কিছু কাজ দিতে হবে বিষয় অনুযায়ী উদ্ভাবন করতে হবে।	শিক্ষার্থীর নিজ নিজ ক্ষমতা ও দক্ষতা বৃদ্ধি পাবে।
	ব্যাখ্যাকরণ Explanation	শিক্ষার্থীদের দলগত আলোচনাতে উৎসাহিত করবে এবং তাদের সম্ভাব্য ভ্রান্ত ধারণাগুলি চিহ্নিত করে নতুন সঠিক ধারণা দিয়ে সহায়তা করবে।	শিক্ষার্থীরা ভুল ধারণা বুঝতে পারবে।
	বিস্তৃতিকরণ Elaboration	শিক্ষার্থীদের হাতেকলমে কাজের সঙ্গে পাঠ্যবস্তু সংযোগ স্থাপন করবে।	শিক্ষার্থীরা পাঠ্যপুস্তকের তথা বিষয়ের সঠিক জ্ঞান অর্জন করবে।
উপস্থাপনোত্তর স্তর /মূল্যায়ন স্তর Post Presentation/ Evaluation State	মূল্যায়ন Evaluation	সার্বিক মূল্যায়ন করবেন শিক্ষার্থীদের।	শিক্ষার্থীরা নিজেদের দলগতভাবে মূল্যায়ন করে শিক্ষক-শিক্ষিকার সঙ্গে মূল্যায়ন সংক্রান্ত বিষয়ে আলোচনা করবে

এইভাবে পাঠ পরিকল্পনা রচনা করতে হবে নির্দিষ্ট বয়ান অনুযায়ী। যেখানে 5E Model-কে পাঠ পরিকল্পনার সমস্ত অংশে সুন্দরভাবে উপস্থাপন করতে হবে। পদ্ধতিগতভাবে যে-কোনো বিষয়বস্তুর সঠিক জ্ঞান ও বোধ-এর সঞ্চয় ঘটে শিক্ষার্থীদের তার নজর রাখা প্রয়োজন।

পাঠ পরিকল্পনা

বিদ্যালয়ের নাম :

শ্রেণি : চতুর্থ

বিভাগ : 'ক'

শিক্ষার্থীর সংখ্যা :

গড় বয়স : ৯+

সময় : ৪০ মিনিট

শিক্ষক / শিক্ষিকার নাম :

বিষয় : গণিত (আমার গণিত)

একক : আকার তৈরি করি

উপ-একক : ১) বন্ধ ও মুক্ত চিত্রের ধারণা

২) চিত্র ও ক্ষেত্রের ধারণা, ত্রিভুজের ধারণা

*৩) বাহুভেদে ত্রিভুজের ধারণা

আজকের পাঠ : * চিহ্নিত অংশ

উদ্দেশ্য :

(১) সাধারণ উদ্দেশ্য :

- গণিতে মনযোগ, আগ্রহ, সিদ্ধান্ত গ্রহণ ক্ষমতা বৃদ্ধি পাবে।
- যুক্তি, বিচারশক্তি, সমস্যা সমাধান ক্ষমতা, বাস্তব প্রেক্ষাপটে গণিতের ধারণাও প্রয়োগ দক্ষতার বিকাশ হবে।
- চিত্র অঙ্কনের দক্ষতা তৈরি হবে।

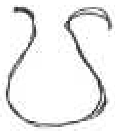
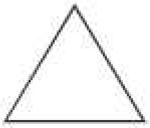
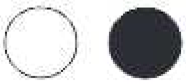
(২) বিশেষ উদ্দেশ্য :

- বিভিন্ন জ্যামিতিক আকার (ত্রিভুজ) স্মরণ করতে পারবে। (জ্ঞানমূলক)
- বিভিন্ন জ্যামিতিক ক্ষেত্রের মধ্যে (বিভিন্ন ত্রিভুজের মধ্যে) পার্থক্য করতে পারবে। (বোধমূলক)
- জ্যামিতিক আকার সংক্রান্ত জ্ঞান বাস্তবে প্রয়োগ করতে পারবে। (প্রয়োগমূলক)
- চিত্র অঙ্কন করতে ও বিভিন্ন জ্যামিতিক আকার সংক্রান্ত তালিকা প্রস্তুত করতে পারবে। (দক্ষতামূলক)

শিখন শিক্ষণ উপকরণ	
সাধারণ উপকরণ : চক, ডাস্টার, ব্ল্যাকবোর্ড, নির্দেশক দণ্ড	**বিশেষ উপকরণ :** দেশলাই কাঠি, পিন বোর্ড, উল, রঙিন কাগজ, পিচবোর্ড, পরোটা ইত্যাদি

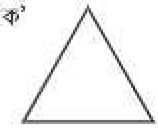
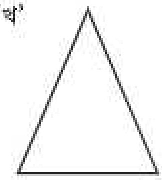
আয়োজন স্তর

বিষয়বস্তু	শিক্ষকের কাজ	যৌক্তিকতা	শিক্ষার্থীর আচরণ	যৌক্তিকতা	সময়	সম্ভাব্যভ্রান্তি বা উত্তর
Engage বন্ধ ও মুক্ত চিত্রের ধারণা, চিত্র ও ক্ষেত্রের ধারণা, ত্রিভুজের ধারণা সংক্রান্ত পূর্বজ্ঞান যাচাই	শ্রেণিকক্ষে প্রবেশ করে শিক্ষক শিক্ষার্থীদের সঙ্গে কুশল বিনিময় করবেন। এরপর শিক্ষক শিক্ষার্থীদের 'ক', 'খ', 'গ', 'ঘ'—এইভাবে চারটি দলে ভাগ করে দেবেন।	স্বাচ্ছন্দ্যপূর্ণ ভয়হীন পরিবেশ সৃষ্টি দলগত শিখনে উৎসাহ দান	শিক্ষার্থীরাও উঠে দাঁড়িয়ে সম্ভাষণ করবে। শিক্ষকের নির্দেশ মতো দলে ভাগ হয়ে বসবে।	সৌজন্য বিনিময় নির্দেশ পালন এবং সৌহার্দ্য বোধ	5 মি:	

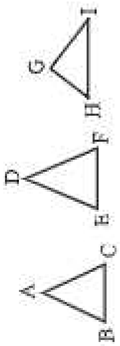
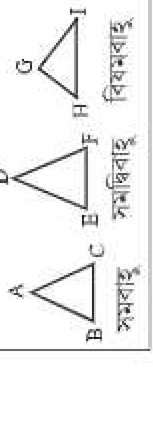
বিষয়বস্তু	শিক্ষকের কাজ	যৌক্তিকতা	শিক্ষার্থীর আচরণ	যৌক্তিকতা	সময়	সম্ভাব্যভ্রান্তি বা উত্তর
	'ক' দল — শিক্ষক একটি তার বেঁকিয়ে শিক্ষার্থীদের তারটির চিত্র অঙ্কন করতে বলবেন এবং সেটি মুক্ত / বদ্ধ চিত্র লিখতে বলবেন। 	পূর্বজ্ঞান যাচাইকরণ	শিক্ষার্থীরা দলে আলোচনা করে কাজটি সম্পন্ন করবে।	পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়া		 মুক্ত চিত্র
	'খ' দল — চারটি দেশলাই কাঠি দিয়ে একটি চতুর্ভুজ বানাতে বলবেন এবং সেটি কী ধরনের চিত্র লিখতে বলবেন।	পূর্বজ্ঞান যাচাই, সক্রিয় অংশগ্রহণ	নির্দেশ মতো দেশলাই কাঠি দিয়ে আকারটি তৈরি করবে এবং লিখবে।	সক্রিয় অংশগ্রহণ সৃজনাত্মক বিকাশ		 বদ্ধ চিত্র
	'গ' দল — একটি পরোটা দলের শিক্ষার্থীদের হাতে দেবেন এবং কী ধরনের আকার লিখতে বলবেন। 	পূর্বজ্ঞান যাচাই এবং প্রাসঙ্গিকীকরণ	শিক্ষার্থীরা নির্দেশ পালন করবে।	পর্যবেক্ষণ ও চিন্তার প্রতিফলন		ত্রিভুজাকার
	'ঘ' দল — শিক্ষক শিক্ষার্থীদের হাতে একটি গোল চাবির রিং এবং একটি গোল করে কাটা পিচবোর্ড দিয়ে কোনটি চিত্র এবং কোনটি ক্ষেত্র লিখতে বলবেন। A  B	পূর্বজ্ঞান যাচাই এবং পর্যবেক্ষণকরণ	শিক্ষার্থীরা শিক্ষকের নির্দেশ পালন করবে এবং নিজেদের মধ্যে আলোচনা করে লিখবে।	পর্যবেক্ষণ, পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়া, সিদ্ধান্ত গ্রহণ		A-চাবির রিংটি হল চিত্র এবং পিচবোর্ডের গোল টুকরো (B)টি হল ক্ষেত্র

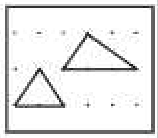
পাঠঘোষণা: শিক্ষক পাঠঘোষণা করবেন এবং বলবেন — "আজ আমরা বাহুভেদে বিভিন্ন ত্রিভুজ জানব।"

উপস্থাপন স্তর

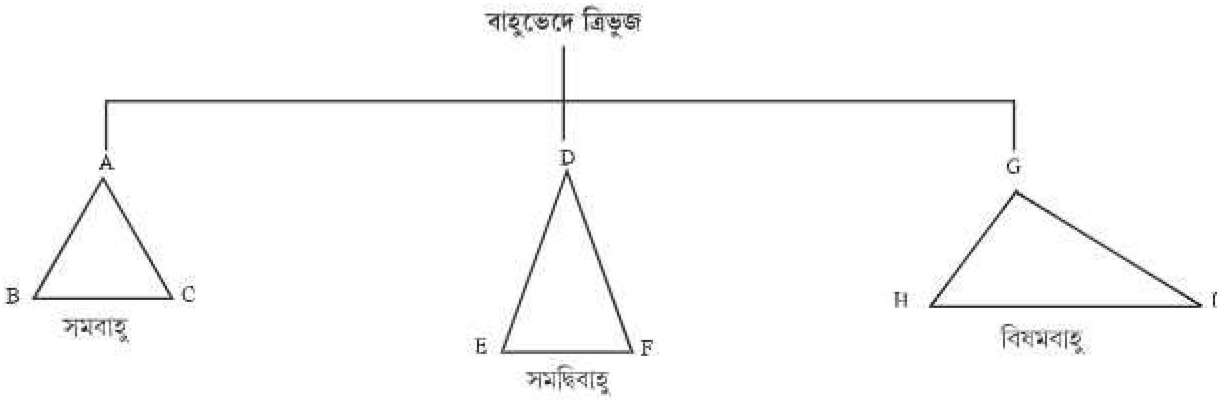
বিষয়বস্তু	শিক্ষকের কাজ	যৌক্তিকতা	শিক্ষার্থীর আচরণ	যৌক্তিকতা	সময়	সম্ভাব্য ভ্রান্তি বা উত্তর
বাহুভেদে ত্রিভুজের ধারণা।	শিক্ষক বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজাকার পিচবোর্ডের cut-out শিক্ষার্থীদের দেবেন।	পর্যবেক্ষণ ক্ষমতার বিকাশ				
সমবাহু ত্রিভুজ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, বিষমবাহু ত্রিভুজ	প্রতিটি দলকে বলবেন স্কেল দিয়ে ত্রিভুজের বাহু পরিমাপ করতে এবং সেটি খাতায় লিখতে এবং ছবি আঁকতে	সক্রিয় অংশগ্রহণ আগ্রহ বৃদ্ধি	শিক্ষার্থীরা নির্দেশ পালন করবে—ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরিমাপ করে খাতায় লিখবে।	মনোযোগ ও আগ্রহের বিকাশ		
Explore	দল-'ক' 					প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 15cm.।
	দল-'খ' 					দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 15 cm. আর একটি বাহু হল 10 cm.।
	দল - 'গ'					
Explore	দল - 'ঘ' শিক্ষক এই দলটিকে বলবেন পিচবোর্ডের ছবিগুলি বোর্ডে বসিয়ে চিত্র অঙ্কন করতে এবং বন্ধুদের থেকে পরিমাপগুলি জেনে লিখতে। শিক্ষার্থীদের পর্যবেক্ষণগুলি থেকে শিক্ষক কিছু প্রশ্ন করবেন—	সৃজনাত্মক কাজের সঙ্গে সমন্বয়ন	শিক্ষার্থীরা এক এক করে বোর্ডে চিত্র অঙ্কন করবে এবং অন্য দলের বন্ধুদের থেকে বাহুর দৈর্ঘ্যগুলি জেনে লিখবে।	ব্ল্যাকবোর্ড, শিখন-শিক্ষণ উপকরণের যথাযথ ব্যবহার পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়া		একটি বাহু 15 cm., আর দুটি 10 cm. এবং 6 cm.
	'ক' দল প্রতিটি ত্রিভুজ একই ধরনের? কত ধরনের ত্রিভুজ দেখতে পেলে?	পুনরায় পর্যবেক্ষণ গণিতের সঙ্গে সমন্বয়	'ক' দলের শিক্ষার্থীরা দলে আলোচনা করে উত্তর দেবে।	মিথস্ক্রিয়া		ত্রিভুজগুলি একই ধরনের নয়। তিন ধরনের

বিষয়বস্তু	শিক্ষকের কাজ	যৌক্তিকতা	শিক্ষার্থীর আচরণ	যৌক্তিকতা	সময়	সম্ভাব্য ভ্রান্তি বা উত্তর
ত্রিভুজাকার ও ত্রিভুজ-এর ধারণা	'খ'-দল — শিক্ষক পাটকাঠি দিয়ে তিন ধরনের তিনটি ত্রিভুজ তৈরি করতে বলবেন	সক্রিয় অংশগ্রহণ ও সৃজনাত্মক ক্ষমতার বিকাশ	'খ' দলের শিক্ষার্থীরা পাটকাঠি স্কেল দিয়ে মেপে তিনটি ত্রিভুজ-এর আকার তৈরি করবে।	সক্রিয় অংশগ্রহণ পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়া		
	'গ'-দল — শিক্ষক পিচবোর্ডের তিনটি ত্রিভুজ এবং পাটকাঠির তিনটি ত্রিভুজ নিয়ে পার্থক্য খুঁজতে বলবেন।	পর্যবেক্ষণ ও চিন্তার প্রতিফলন	'গ' দলের শিক্ষার্থীরা মনযোগ সহকারে পর্যবেক্ষণ করবে এবং দলে আলোচনা করে উত্তর দেবে।	পুনরায় পর্যবেক্ষণ ও পারস্পরিক মিথস্ক্রিয়া		পাটকাঠির ত্রিভুজগুলি ফাঁকা কিন্তু পিচবোর্ডের ত্রিভুজগুলি ফাঁকা নয়।
	'ঘ'-দল — শিক্ষক জিজ্ঞাসা করবেন এই দুই ধরনের ত্রিভুজকে কী বলা যেতে পারে?	পূর্ব ধারণা স্মরণ ও ব্যাখ্যাকরণ	'ঘ' দলের শিক্ষার্থীরা দলে আলোচনা করে উত্তর দেবে।	মিথস্ক্রিয়া সিদ্ধান্ত গ্রহণ		পাঠকাঠির ত্রিভুজগুলি চিত্র এবং পিচবোর্ডের ত্রিভুজগুলি ক্ষেত্র
	শিক্ষক প্রতিটি দলকে উদ্দেশ্য করে জিজ্ঞাসা করবেন দুই ধরনের কাঠামোকেই ত্রিভুজ বলা যাবে কিনা।	যৌক্তিক চিন্তার বিকাশ	শিক্ষার্থীরা নিজেদের মধ্যে আলোচনা করবে এবং একজন উঠে দাঁড়িয়ে উত্তর দেবে।	সমবায় শিখন		হ্যাঁ, দুটিই ত্রিভুজ
Explain	শিক্ষক শিক্ষার্থীদের পাটকাঠির ত্রিভুজ এবং পিচবোর্ডের ত্রিভুজগুলি দেখিয়ে বুঝিয়ে বলবেন যে, পিচবোর্ডের আকারগুলিকে ত্রিভুজ বলব, যেহেতু সেগুলি তিনটি বাহুদ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র এবং পাটকাঠির আকারগুলিকে ত্রিভুজাকার বলব যেহেতু মাঝখানে ক্ষেত্র নেই, ফাঁকা।	ধারাবাহিকতা ও যুক্তিসহ ব্যাখ্যাকরণ শিখন শিক্ষণ উপকরণের যথাযথ ব্যবহার	শিক্ষার্থীরা মনোযোগ সহকারে শুনবে ও পর্যবেক্ষণ করবে।	আগ্রহের ও ধারণা গঠনের বিকাশ		 ত্রিভুজ ত্রিভুজাকার
	এরপর শিক্ষক শিক্ষার্থীদের বলবেন — তিন ধরনের ত্রিভুজের মধ্যে কী পার্থক্য তারা লক্ষ করেছে? শিক্ষক প্রশংসাসূচক কথা বলবেন	পর্যবেক্ষণ ও বিশ্লেষণ উৎসাহ দান	শিক্ষার্থীরা আকারগুলি মনোযোগ সহকারে পর্যবেক্ষণ করে উত্তর দেবে।	পর্যবেক্ষণ ও কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন		একটি ত্রিভুজের সবকটি বাহু সমান আর একটির দুটি বাহু সমান এবং অন্যটির প্রতিটি বাহু অসমান।

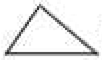
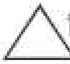
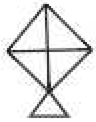
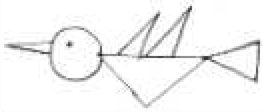
বিষয়বস্তু	শিক্ষকের কাজ	যৌক্তিকতা	শিক্ষার্থীর আচরণ	যৌক্তিকতা	সময়	সম্ভাব্যভ্রান্তি বা উত্তর
বাহুভেদে ত্রিভুজের ধারণা	শিক্ষক বোর্ডের চিত্রগুলির নামকরণ করবেন এবং বাহুভেদে ত্রিভুজের ধারণা দেবেন।	কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপন করে ব্যাখ্যাকরণ				
	'ক' দল — শিক্ষক জিজ্ঞাসা করবেন কোন ত্রিভুজটির সবকটি বাহু সমান?	পর্যবেক্ষণ ক্ষমতার বিকাশ	শিক্ষার্থীরা পর্যবেক্ষণ করবে এবং দলে আলোচনা করে উত্তর দেবে	পর্যবেক্ষণ মিথস্ক্রিয়া ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মত প্রকাশ		ত্রিভুজ ABC
	যেহেতু এটির সব বাহুগুলি সমান তাই একে **সমবাহু** ত্রিভুজ বলব।	কার্যকারণ ব্যাখ্যা ধারণা	মনোযোগ সহ শুনবে			ত্রিভুজ ABC
	'খ' দল — কোন ত্রিভুজটির দুটি বাহু সমান?	পর্যবেক্ষণ	পর্যবেক্ষণ করবে ও দলে আলোচনা করে উত্তর দেবে।	পর্যবেক্ষণ মিথস্ক্রিয়া ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মত প্রকাশ		ত্রিভুজ DEF
	যে ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান তাকে বলা হয় সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।	কার্যকারণ সম্পর্কসহ ব্যাখ্যা	শিক্ষার্থীরা মনোযোগ সহকারে শুনবে।			
	'গ' দল — কোন ত্রিভুজটির সবক'টি বাহু অসমান? এই ধরনের ত্রিভুজকে বলা হয় বিষমবাহু ত্রিভুজ।	পর্যবেক্ষণ	পর্যবেক্ষণ করবে এবং দলে আলোচনা করে উত্তর দেবে।	পর্যবেক্ষণ মিথস্ক্রিয়া ধারাবাহিকতা বজায় রেখে মত প্রকাশ		ত্রিভুজ GHI 
	তোমাদের মধ্যে থেকে একজন উঠে গিয়ে বোর্ডের চিত্রগুলিতে সঠিকভাবে নাম লেখো।	সক্রিয় অংশগ্রহণ ধারণা গঠন	নিজেদের মধ্যে আলোচনা করে একজন কাজটি করবে	ধারণা গঠন সমবায় শিখন		

বিষয়বস্তু	শিক্ষকের কাজ	যৌক্তিকতা	শিক্ষার্থীর আচরণ	যৌক্তিকতা	সময়	সম্ভাব্যভ্রান্তি বা উত্তর
Elaborate	শিক্ষক সকল শিক্ষার্থীর উদ্দেশ্যে প্রশংসাসূচক বাক্য বলে পরবর্তী কাজ দেবেন।	উৎসাহ দান	শিক্ষার্থীরা পাঠে উৎসাহিত হবে	আত্মবিশ্বাস	30 মি:	জ্যামিতি বক্সের তিনকোনা রুলার, পিরামিড (chart), পরোটা কিছু ট্রাফিক চিহ্ন sandwich
	'খ', 'গ' এবং 'ঘ' দলকে প্রতিটি ধরনের ত্রিভুজের একটি করে বাস্তব উদাহরণ দিতে বলবেন	প্রাসঙ্গিকীকরণ	'খ' দল সমবাহু ত্রিভুজ-এর বাস্তব উদাহরণ দেবে	দৃষ্টান্ত ও সমন্বয়করণ		
	'গ' দল — সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ		'গ' দলের শিক্ষার্থীরা দলে আলোচনা করে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের বাস্তব উদাহরণ দেবে	দৃষ্টান্ত ও সমন্বয়করণ		বাড়ির তিন কোণা ছাদ, Birthday টুপির দুই ধার, ঘড়ি [শ্রেণিকক্ষের ত্রিভুজাকৃতি দেওয়াল ঘড়ি]
	'ঘ' দল — বিষমবাহু ত্রিভুজ		'ঘ' দলের শিক্ষার্থীরা দলে আলোচনা করে বিষমবাহু ত্রিভুজের বাস্তব উদাহরণ দেবে	দৃষ্টান্ত ও সমন্বয়করণ		নৌকার পাল, (চার্টের ছবি) পাহাড়
	শিক্ষক 'ক' দলকে বলবেন পিন বোর্ডে উল দিয়ে ত্রিভুজ তৈরি করতে	সৃজনাত্মক ক্ষমতার বিকাশ সাধন	'ক' দলের শিক্ষার্থীরা নির্দেশ পালন করবে	সক্রিয়তা সৃজনশীলতার মাধ্যমে ধারণার বিকাশ		

কৃষ্ণফলক সারাংশ :



মূল্যায়ন স্তর / উপস্থাপন স্তর

বিষয়বস্তু	শিক্ষকের কাজ	যৌক্তিকতা	শিক্ষার্থীর আচরণ	যৌক্তিকতা	সময়	সম্ভাব্য ভ্রান্তি বা উত্তর
'আজকের পাঠ'-এর বিষয়জ্ঞান যাচাই Evaluation	শিক্ষক প্রতিটি দলকে একটি করে কর্মপত্র করে। 'ক' দল - মিলকরণ কর :-  সমবাহু ত্রিভুজ বিষমবাহু ত্রিভুজ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ	বোধমূলক সামর্থ্য যাচাইকরণ	শিক্ষার্থীরা নির্দেশ অনুসরণ করবে	বোধমূলক সামর্থ্য অর্জন		সমবাহু  বিষমবাহু সমদ্বিবাহু
	'খ' দল — একটি ত্রিভুজ অঙ্কন কর যার তিনটি বাহুর মাপ হল 3cm., 4cm., 5cm. । ত্রিভুজটি কী ধরনের ?	অঙ্কন এবং গণিতের সঙ্গে সমন্বয়করণ	শিক্ষার্থীরা স্কেল ব্যবহার করে চিত্রটি অঙ্কন করবে এবং সঠিক নামটি লিখবে	অন্যান্য বিষয়ের ধারণা প্রয়োগ	5 মি:	 বিষমবাহু ত্রিভুজ
	'গ' দল — একটি ঘুড়ির চিত্র অঙ্কন কর এবং কী ধরনের ত্রিভুজ ক'টি আছে বলো।	বাস্তব বস্তুর সঙ্গে, অঙ্কন এবং গণিতের সমন্বয়ন	শিক্ষার্থীরা নির্দেশ পালন করবে	প্রয়োগ ও দক্ষতামূলক শিখন সামর্থ্য		 সমবাহু ত্রিভুজ ৯টি
	'ঘ' দল — পাখির চিত্রটিতে নির্দেশ মত রং করো। 	মানস সঞ্চালনমূলক লক্ষ্য	নির্দেশ মতো রং করবে সমবাহু — গোলাপি সমদ্বিবাহু — লাল বিষমবাহু — কমলা	পূর্ণ উপলব্ধির বিকাশ		

সংশোধনী পাঠ : নতুন ধারণাটি (বাহুভেদে ত্রিভুজ) গ্রহণে যে সকল শিক্ষার্থীদের অসুবিধা হবে তাদের জন্য শিক্ষক সংশোধনী পাঠের ব্যবস্থা করবেন।

5E Model

- **Engage :** শিক্ষার্থীদের আগ্রহ জাগানো এবং অতীত জ্ঞান যাচাই করার জন্য ত্রিভুজাকৃতির বিভিন্ন বাস্তব বস্তু দেখানো যেতে পারে। যেমন: পরোটা, Sand wich, সাইন বোর্ড, বাড়ির ছাদ ইত্যাদি।
- **Explore :** নিজেদের মতো করে ধারণা অন্বেষণ করার জন্য রঙিন কাগজের বিভিন্ন আকৃতির ত্রিভুজ শিক্ষার্থীদের দিয়ে, বাহুর দৈর্ঘ্য পরিমাপ করতে বলে বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী তালিকাভুক্ত করতে বলা যেতে পারে।
- **Explain :** বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজের পরিষ্কার ধারণা দেবার জন্য ফ্ল্যাশকার্ড, বোর্ড, interactive tool ইত্যাদি ব্যবহার করে সমবাহু, সমদ্বিবাহু এবং বিষমবাহু ত্রিভুজের ব্যাখ্যা করা এবং শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করা যেতে পারে।
- **Elaborate :** শিক্ষার্থীদের দীর্ঘস্থায়ী ধারণা দেবার জন্য। তাদের বাহুভেদে বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজ অঙ্কন করে চিহ্নিত করতে বলা যেতে পারে, বাস্তব জীবনের বিভিন্ন আকার বা প্যাটার্নের সঙ্গে অতীত ধারণা সংযুক্ত করা যেতে পারে।
- **Evaluate :** দ্রুত মৌখিক প্রশ্নোত্তর, বিভিন্ন ত্রিভুজ-এর আকৃতির রঙিন কাগজ দিয়ে পাখি বা অন্য কিছুর আকার তৈরি করা এবং সেগুলি চিহ্নিত করা — ইত্যাদি কার্যকলাপ করানো যেতে পারে।

এরপর পঠনমূলক পরামর্শ দেওয়া এবং পুনরায় পাঠের আয়োজন করা যেতে পারে।

9.5 শিক্ষণ পরিকল্পনা (Planning for Teaching)

ভূমিকা : শিক্ষাব্যবস্থা যত উন্নত হবে সমাজের কল্যাণ তেমনভাবে বাড়বে। সেইভাবে গণিতের শিক্ষণ পরিকল্পনা যত উন্নতি সাধন ঘটবে, গণিতের অধ্যয়নে তত স্পষ্ট ধারণা গড়ে উঠবে।

শিক্ষা বিজ্ঞানে একটি শব্দ খুব প্রচলিত যা হল ব্যতিক্রমী শিশু (Exceptional Children)। যেসব শিশু দৈহিক, মানসিক, প্রাক্ষোভিক ও সামাজিক বৈশিষ্ট্যের সাধারণ শিশু থেকে আলাদা তাদের ব্যতিক্রমী শিশু বলা হয়। এরকম শিশুগুলির মধ্যে, কিছু কিছু শিক্ষার্থীদের মধ্যে গণিতের ধারণা খুব স্পষ্ট থাকে অর্থাৎ গণিত বেশ মেধাসম্পন্ন হয়। কিন্তু অন্যান্য বিষয়ে সাধারণের মতে। গণিতে মেধাসম্পন্ন শিক্ষার্থী (Talented Student in mathematics) তাদের বুদ্ধ্যঙ্ক 120-এর বেশি থাকে।

গণিতের ধারণা সুদৃঢ় করার জন্য বিষয়ের শিক্ষণে সুনির্দিষ্ট পরিকল্পনা করা প্রয়োজন যার ফলে সমস্ত ধরনের শিক্ষার্থী (যথা— মেধাসম্পন্ন; ক্ষীণ বুদ্ধিসম্পন্ন শিক্ষার্থী) খুব সহজে তাদের ধারণা গঠন করতে পারবে এবং ভবিষ্যতে তাদের শিক্ষার প্রয়োগ ঘটাতে পারবে এবং সেইসঙ্গে গণিত শিক্ষণে বিভিন্ন সহজপন্থা স্পষ্ট করতে সক্ষম হবে।

9.5.1 গণিত শিক্ষণে অসুবিধাসমূহ এবং তাদের প্রতিকারের উপায় (Problems in Mathematics teaching and their probable solutions) :

- **গণিত শিক্ষণে অসুবিধা (Learning Difficulties in Mathematics) :**

গণিত মূলত বিমূর্ত বিজ্ঞান। শিশু শিক্ষার্থীদের এজন্য গণিতের ধারণাগুলিকে আকৃষ্ট করে না। ফলে গণিত শিখনে একটি ভীতি জন্মায় তাদের মধ্যে। গণিত বিষয়ে অজস্র গাণিতিক ধারণা ও প্রতীক জানতে হয় যা থেকে শিশু শিক্ষার্থী অনেকাংশে ভুল করে যা তাদেরকে গণিতের প্রতি অনীহা জন্মাতে সৃষ্টি।

গণিতের শিখনের কয়েকটি অসুবিধার দিক উল্লেখ করা হল :

(a) গণিত বিষয়ের সঠিক ধারণা না দিয়ে অনুশীলন করা উচিত নয়।

(b) শিশু শিক্ষার্থীদের পাঠদান শিশুকেন্দ্রিক হওয়া দরকার তা না হলে গণিত শিখন ব্যাহত হয়।

(c) গণিতের ধারণাগুলি পরপর সঠিকভাবে প্রদান করতে হবে।

(d) গাণিতিক বিষয়গুলি পরস্পর সম্পর্ক রেখে গণিতের ধারণা গ্রহণ করা হলে শিক্ষার্থীরা ধারণা গ্রহণ করতে পারে তা না হলে তাদের মধ্যে শিখন ব্যাহত হয়।

(e) বিদ্যালয়ে অনিয়মিত আসার কারণে গণিত শিখনে অসুবিধা ঘটে।

(f) প্রত্যেকটি শিশু মানসিক ও শারীরিকগতভাবে দুর্বল থাকলে গণিত শিখনে অসুবিধা হয়।

(g) গণিতের পাঠদানে মনোযোগী না হলে শিখনের সঞ্চার ঘটে না।

- **গণিতে অনগ্রসর / পিছিয়ে-পড়া :**

গণিত বিষয় সাধারণত অনুশীলন এবং পরপর ধাপে ধাপে বিষয়গুলিকে অনুধাবন করে এগিয়ে যাওয়া। গণিত পরপর বিষয়গুলির সম্পর্কযুক্ত ধারণা। কোনো শিক্ষার্থী কোনো একটি ধারণা সঠিকভাবে না জানলে পরবর্তী ধারণার সমস্যাগুলি নির্ণয় করতে তার অসুবিধা হবে এইভাবে শিক্ষার্থী পিছিয়ে পড়ে।

গণিতে এইভাবে বিভিন্ন ঘাটতি থাকলে, ঘাটতি বাড়তে বাড়তে শিক্ষার্থী গণিতে পিছিয়ে পড়ে এবং সেই সঙ্গে শ্রেণিকক্ষে বাকি ছাত্রদের সঙ্গে তালমিলিয়ে চলতে পারে না।

- **গণিত শিখনে অনগ্রসরতার বিভিন্ন কারণ :**

  গণিত শিখনে শিক্ষার্থীদের যে অনগ্রসরতা জন্মায় তার বিভিন্ন কারণ আমরা দেখতে পাই, সেগুলির কয়েকটি ক্ষেত্র হল—

  (1) শিক্ষার্থীর নিজস্ব কার্যকলাপ।

  (2) শিক্ষক ও শিক্ষা পদ্ধতি।

  (3) বিদ্যালয় পরিচালন পদ্ধতি।

1. শিক্ষার্থীর নিজস্ব কার্যকলাপ :

(a) **গণিত সম্বন্ধে অহেতুক ভয় :-** শিক্ষার্থীদের মধ্যে অনেকসময় গণিতের প্রতি খুব ভীতি দেখা যায় ফলে তারা পিছিয়ে পড়ে।

(b) **শারীরিকভাবে দুর্বল :-** গণিত শিক্ষায় মনোযোগ, আগ্রহ খুব প্রয়োজন। শারীরিকভাবে দুর্বল হলে শিক্ষার্থী মনোযোগ দিতে পারে না ফলে শিক্ষার্থী অনগ্রসর হয়ে পড়ে।

(c) **শ্রেণিকক্ষে অনুপস্থিতি :** শ্রেণিকক্ষে অর্থাৎ গণিত ক্লাসে অনেকদিন উপস্থিত না থাকার কারণে পূর্বজ্ঞান পাঠ তার কাছে জানা থাকে না। সে নতুন পাঠে উপস্থিত হলে মনোযোগ বিচ্ছিন্ন হয় ফলে ধীরে ধীরে সে পিছিয়ে পড়ে।

(d) **শিক্ষার্থীর প্রচেষ্টায় গাফিলতি :** অনেক সময় মেধাসম্পন্ন শিক্ষার্থী ভালো অভ্যাস করলেও গড় যোগ্যতা অর্জন করেই সন্তুষ্ট হয়ে যায়, উত্তরোত্তর প্রচেষ্টার অভাবে গণিতের প্রতি আগ্রহ কমে এবং সেই সঙ্গে বৃহত্তর গণিতের দক্ষতা অর্জনে ব্যাহত হয়।

(e) **মানসিক অক্ষমতা :** প্রক্ষোভগত জটিলতা ও মানসিক চাপ থাকলে গণিতে আগ্রহ সৃষ্টি করা যায় না। শারীরিক বা মানসিক জটিলতা গণিত শিখনে প্রভাব ফেলে।

2. শিক্ষক ও শিক্ষণ পদ্ধতিগতভাবে :

(a) **উদ্দেশ্যহীনতা :** গণিত শিক্ষণে বাস্তব ও স্থায়ী যে মূল্য আছে তা প্রতিফলিত হয় না। ফলে শিক্ষার্থীদের কাছে গণিত একটি নীরস ও অর্থহীন হয়ে পড়ে।

(b) **বাস্তব চিত্রে প্রকাশকরণে অনীহা :** গণিত একটি বিমূর্ত বিষয় তথাপি একে বিভিন্নভাবে বাস্তব চিত্রে তুলে ধরা যায় যা শিক্ষার্থীদের কাছে আগ্রহ সৃষ্টি করতে পারে কিন্তু শিক্ষক মহাশয় শুধু তাত্ত্বিক জ্ঞান দেন ফলে শিক্ষার্থীরা পাঠের প্রতি বিরূপ মনোভাব প্রকাশ করে।

(c) **শিক্ষণের সঠিক পদ্ধতি সম্পর্কে অজ্ঞতা :** উপযুক্ত প্রশিক্ষণের অভাব এবং উপযুক্ত শিক্ষা পদ্ধতি না ব্যবহার করার ফলে শিক্ষার্থীরা গণিতে পিছিয়ে পড়ে। সেই সঙ্গে উপযুক্ত সঠিক প্রশিক্ষকও না পাওয়ার জন্য শিক্ষার্থীরা বঞ্চিত হয় উপযুক্ত শিখনে।

(d) **ব্যক্তিগতভাবে গুরুত্ব দেওয়া :** অনেক সময় নিম্ন মেধাসম্পন্ন শিক্ষার্থীদের তেমনভাবে গুরুত্ব না দেওয়ার ফলে তারা পিছিয়ে পড়ে। আবার পাঠদানের পর শিক্ষার্থীদের কার্য ঠিকঠাক হচ্ছে কিনা তা যাচাই করাও প্রয়োজন। তা না হলে তারা অনেকাংশে অনগ্রসর হয়ে পড়ে।

3. বিদ্যালয় পরিচালন পদ্ধতিসংক্রান্ত :

(a) **বিদ্যালয়ে উচ্চ শ্রেণিতে উত্তীর্ণকরণ :** গণিতের ঠিকঠাকভাবে পরীক্ষা না করেও অর্থাৎ পাস-ফেল না থাকার ফলে তারা উচ্চ শ্রেণিতে প্রবেশ করে যায়। তাদের মূল্যায়ন ঠিক হয় না। এর ফলে গণিতে বিশেষ করে পিছিয়ে পড়ে।

(b) **অনগ্রসর শিক্ষার্থীদের প্রতি অমনোযোগী :** বিদ্যালয় চায় সবসময় ভালো শিক্ষার্থীদের কীভাবে আরও ভালো করে শিক্ষা দেওয়া যায় কেননা তারা বিদ্যালয়ের নাম এগিয়ে নিয়ে যাবে, এর ফলে পিছিয়ে-পড়া শিক্ষার্থীরা আরো বেশি করে পিছিয়ে পড়ে ওদের প্রতি অমনোযোগী হওয়ার জন্য।

এছাড়াও আরও কয়েকটি অনগ্রসর হওয়ার কারণ হলো —

(1) উপযুক্ত পাঠাগার ও বিভিন্ন নতুন ধরনের গণিত শিক্ষণে উপযুক্ত বই-এর অভাবে গণিতের প্রতি উৎসাহ সৃষ্টি হয় না এটিও একটি অন্যতম কারণ।

(2) শিক্ষার্থীর অনিচ্ছাকৃত ভুল অনেক সময় শাস্তির কারণ হয়। এর ফলে শিক্ষক সম্পর্কে একটি ভয় জন্মায় যা শিক্ষার্থীকে গণিত বিষয়ের প্রতি ভালোবাসাকে দমিয়ে দেয়।

(3) অনেক সময় পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর কম পাওয়ার ফলে তাদের গণিতের প্রতি আগ্রহ ব্যাহত হয়।

(4) নিম্নশ্রেণিতে ফাঁকি দেওয়ার ফলে উচ্চশ্রেণিতে গণিতের ধারণা আয়ত্ত হয় না ফলে গণিত শিখনে শিক্ষার্থীরা পিছিয়ে পড়ে।

গণিতে অনগ্রসরতা বা পিছিয়ে-পড়া দূরীকরণের উপায়/সম্ভাব্য প্রতিকার :

গণিত শিক্ষণে নিম্নলিখিত উপায়গুলি ব্যবস্থা গ্রহণ করলে অনেকাংশে গণিতের অনগ্রসরতা কমানো সম্ভব —

(1) শিক্ষার্থীদের ক্লাসে অনুপস্থিত সম্বন্ধে খোঁজ খবর নিয়ে যতটা সম্ভব তাদেরকে ক্লাসে আনার ব্যবস্থা করা।

(2) শিক্ষার্থীদের গণিতের ধারণা, পদ্ধতিগুলি বারবার অনুশীলন করাতে হবে।

(3) শিক্ষার্থীদের শারীরিক ত্রুটির দিকটি গুরুত্ব দিয়ে ভালো করার প্রতি সচেষ্ট হতে হবে।

(4) গণিতের সমস্যাগুলি যাতে করে শিক্ষার্থীরা সমাধান করতে পারে তার দিকে নজর রেখে তাকে উৎসাহ দিতে হবে।

(5) গণিতের বিভিন্ন বিমূর্ত বিষয়গুলিকে বাস্তবের সঙ্গে পরিচিতি দান করলে তা শিক্ষার্থীদের আগ্রহ জন্মাতে সাহায্য দান করবে।

(6) অনগ্রসর শিক্ষার্থীদের গণিতে উন্নতি দেখলে তাদেরকে আরো উৎসাহ প্রদান করতে হবে।

(7) নতুন পাঠ আরম্ভ করার আগে গণিতের পূর্ব জ্ঞান যাচাইকরণ করতে হবে প্রয়োজনে তা বলে দিতে হবে।

(8) প্রত্যেক শিক্ষার্থীদের প্রতি প্রয়োজন অনুযায়ী মনোযোগ দিতে হবে যাতে তারা মনে করে শিক্ষক মহাশয় আমাদের পাশে আছেন ফলে গণিতের ভীতি দূর হবে।

এইভাবে এগিয়ে গেলে অনেকাংশে গণিতের অনগ্রসর কমানো সম্ভব, তবে শিক্ষক-শিক্ষার্থীদের মধ্যে মিথোস্ক্রিয়ায় মাধ্যমে একটা বিষয়ভিত্তিক আলোচনা ও ধারণার আদানপ্রদান করলে গণিতের প্রতি ভীতি দূর হয় এবং আগ্রহ সৃষ্টি হয় যার ফলে শিক্ষার্থীরা গণিতের প্রতি মনোযোগী হয়ে নতুন ধারণার দিকে এগিয়ে যেতে পারে যা তার শিক্ষাকে সুদূরপ্রসারী করে।

9.5.2 গণিত ভীতি (Maths Phobia) :

গণিতের নাম শুনলেই অনেকে পিছিয়ে যায় বা নিজেকে গুটিয়ে নিতে চায় এর বিভিন্ন মনস্তাত্ত্বিক কারণ আছে। যেমন —

(i) অনেকেই মনে করেন গণিত স্বভাবতই কঠিন।

(ii) আবার অনেক সময় সমস্যা সমাধান না করার ফলে কঠিন মনে করে।

গণিত শিক্ষণকে সার্থক করে তুলতে হলে সর্বাঙ্গীণ ও সামাজিক প্রচেষ্টার প্রয়োজন। এর জন্য প্লেটো বা অন্যান্য শিক্ষা বিজ্ঞানী বলেন — গণিতের ভীতি দূর করার একমাত্র উপায় সঠিকভাবে একটি গাণিতিক পরিবেশ সৃষ্টি করা যার দ্বারা গণিতের প্রতি মনোযোগ, মনোভাব পরিবর্তন হয়।

গণিতের পাঠক্রম বিভিন্ন বিষয়ের প্রতি সামঞ্জস্য না রেখে চললে গণিতে ভীতি জন্মে যায়। তবে একথা বলা যায় যে গণিত শিক্ষণে যতই দুর্বল থাক না কেন একজন শিক্ষক পারেন সেগুলি ভরাট করতে বা সংশোধন করতে। শিক্ষক মহাশয় গণিত শিক্ষণকে যান্ত্রিক না করে শিক্ষার্থীদের কাছে বাস্তবভিত্তিক ও পদ্ধতিকে আধুনিক করে গণিতের প্রতি ভীতি দূর করতে পারে।

গণিতের ভীতি দূরীকরণ বা প্রতিকার :

গণিতের ভীতি দূর করার জন্য নিম্নলিখিত কয়েকটি দিক লক্ষ রাখা প্রয়োজন সেগুলি হল —

(1) শিক্ষার্থীরা যাতে গণিতের সঙ্গে সম্পর্ক গঠন করতে পারে সেরকম বিষয়গুলিকে বা পদ্ধতিগুলিকে তাদের সামনে তুলে ধরতে হবে।

(2) শিক্ষার্থীদের তাদের ক্ষমতা ও জ্ঞানের প্রতি নজর রেখে তেমন সমস্যা সমাধান বা গণিত দেওয়া প্রয়োজন।

(3) ধীরে ধীরে ছোটো ছোটো সমস্যা সমাধানের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদেরকে গণিতের প্রতি আগ্রহ সৃষ্টি করতে হবে যাতে পরে প্রচেষ্টার মাধ্যমে ধীরে ধীরে ক্রমশ এগিয়ে যেতে পারে।

(4) গণিতের বিষয়গুলি জীবনকেন্দ্রিক, কর্মকেন্দ্রিক ও শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক হলে গণিতের প্রতি ভীতি খুব সহজে দূর হয়।

(5) গণিত শিক্ষককে সবসময় ধৈর্য্যশীল এবং শিক্ষার্থীদের প্রতি সহানুভূতিশীল হতে হয়।

(6) সমস্ত শিক্ষার্থীর প্রতি সঠিকভাবে নজর দেওয়া প্রয়োজন যাতে গণিতের বিষয়গুলি তারা কতটা দখল করতে পারছে তা দেখা হয়। গণিতের প্রতি ভালোবাসা জন্মালে গণিতে ভীতি দূর হয়।

সবশেষে বলা যায়, গণিতের ভীতি দূরীকরণে মূলত শিক্ষকই মূল ভূমিকা গ্রহণ করেন, কেননা শিক্ষক তাদেরকে বিভিন্ন বিষয়ের নতুন নতুনভাবে ধারণা ও বাস্তবের সঙ্গে মিল রেখে গণিতকে সহজে ধারণা দেওয়ার রূপকার হিসাবে তাদের কাছে তুলে ধরে এভাবে একজন শিক্ষক হয়ে যায় Friend and Guide, তখন অগ্রসর শিক্ষার্থীরা এগিয়ে আসবে এবং ধীরে ধীরে তাদের গণিতের প্রতি ভীতি দূর হয়ে যাবে এবং গণিতের প্রতি ভালোবাসা জন্মাবে।

- **গণিতে পারদর্শিতার অভাবের কারণ ও তার প্রতিকার (Causes of Inefficiency in Mathematics and its Remedies) :**

গণিতে উন্নত বুদ্ধি, বিমূর্ত ধারণা ও উচ্চতর মানসিক কার্য প্রয়োজন অনেকে মনে করেন। আসলে এগুলির মধ্যেও যেটি প্রধান প্রয়োজন হয় সেটি হল গণিতের চর্চা ও অনুশীলন যেটি স্বভাবতই হয় না। ফলে গণিতে পারদর্শিতার অভাব ঘটে।

গণিত ক্রমশ উত্তরোত্তর বৃদ্ধি পাচ্ছে এবং নানা বিভাগে বা বিষয়ে প্রয়োগ করা হয়। গণিতের উদ্দেশ্য এবং রূপায়ণের মধ্যে একটি ব্যবধান থেকে যায় যে পারদর্শিতাকে আটকে রাখে এবং এই ব্যবধানকে বাস্তবায়িত করে সমাধান করা যায় না। সেই জন্য গণিত শিক্ষণের মূল উদ্দেশ্যগুলি সফল করার জন্য ব্যবহার ও সামাজিক মূল্যকে গুরুত্ব দেওয়া হয়। কেননা গণিতের ব্যাবহারিক ও সামাজিক মূল্য গুরুত্বপূর্ণ এবিষয়ে কোনো দ্বিমত নেই।

গণিতের শিক্ষানীতি প্রধানত পুস্তক ও পরীক্ষাকেন্দ্রিক। কোনোরকম তোতাপাখির মতো কিছু জ্ঞান আহরণ করে সেগুলি পরীক্ষার খাতায় উগরে দিতে পারলেই যথেষ্ট বলে মনে করা হয়। আসলে তা নয়, গণিত হল একটি যুক্তিভিত্তিক, যুক্তিমূলক, ব্যাবহারিক প্রয়োগমূলক, নির্বাচনমূলক বিষয় যা সামাজিক জীবনে খুবই গুরুত্বপূর্ণ।

গণিতের পাঠ্য বিষয়ে ব্যাবহারিক প্রয়োগ ও কাজকর্মের সুযোগ কম থাকে ফলে গণিত বিষয়টি শিশুকেন্দ্রিক হয় না শুধুমাত্র তথ্যবহুল হয় ফলে পারদর্শিতার অভাব লক্ষ করা যায়। এজন্য গণিত বিষয়ের পাঠ্যসূচি এমনভাবে প্রদান করতে হবে যাতে পাঠ্যবিষয়ের প্রতি মনোযোগ তথা শিশুকেন্দ্রিক এবং সেখানে বিভিন্ন কাজকর্মের মাধ্যমে গণিতের ধারণা গঠন করা যাবে যাতে তাদের গণিতের প্রতি পারদর্শিতা গড়ে উঠবে।

সাধারণত গণিতের লক্ষ্য হল দক্ষতা ও আগ্রহ সৃষ্টি করা। যার দ্বারা শিক্ষার্থী সমস্ত বিষয়ে পারদর্শী হবে এবং মূল্য বিচার করতে পারবে।

9.6 সারসংক্ষেপ (Summary)

পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব সম্পর্কে আমাদের ধারণা জন্মানোর পর পাঠ পরিকল্পনা কীভাবে রচনা করা যায় এবং তা কীভাবে উপস্থাপন করা হয় তা জানা যায়।

পাঠ পরিকল্পনার প্রয়োজনীয়তা ও গুরুত্বপূর্ণ দিক লক্ষ করতে পারি।

পদ্ধতিগতভাবে একক অনুযায়ী পাঠ পরিকল্পনা এবং বিষয়ভিত্তিক পাঠ পরিকল্পনা কীভাবে কর্মপত্রের মাধ্যমে বানানো যায় তার ধারণা জন্মায়।

গণিতের শিখনে প্রতি অনগ্রসরতা এবং গণিতের ভীতি সম্পর্কে ধারণা জন্মায় এবং তা কীভাবে প্রতিকার করা হয় তা জানতে পারি।

গণিত শিখনে সমাজের উন্নতি গণিতের পারদর্শিতার উপর নির্ভর করে তা লক্ষ করতে পারি।

9.7 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1. বহুনির্বাচনধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) আণবিক শিক্ষণের জনক হলেন —

(i) কিথ অ্যাচিসন (ii) জন ডিউই (iii) ডি.ডব্লু. অ্যালেন (iv) কিলপ্যাট্রিক

(খ) অণুশিক্ষণের সময়সীমা হল —

(i) 10 - 15 মি. (ii) 6 - 8 মি. (iii) 40 - 45 মি. (iv) 5 - 6 মি.

(গ) অণুশিক্ষণের অনুশীলন পর্যায়টি অগ্রসর হয় _________ স্তরের মধ্যে দিয়ে —

(i) ছয়টি (ii) পাঁচটি (iii) তিনটি (iv) দশটি

(ঘ) ব্যাপ্ত পাঠ পরিকল্পনার মূল ভিত্তি হল —

(i) বিষয়বস্তু (ii) শ্রেণিবিন্যাস (iii) 5E মডেল (iv) LTM-এর ব্যবহার

(ঙ) ব্যাপ্ত পাঠনের সময়সীমা হল —

(i) 10-15 মি. (ii) 6-8 মি. (iii) 40-45 মি. (iv) 30-35 মি.

2. অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) অণুপাঠন কী?

(খ) অণুপাঠন ও ব্যাপ্ত পাঠনের পার্থক্য কী?

(গ) গণিত শিক্ষণে অসুবিধার মূল কারণ কী?

(ঘ) সংশোধনী পাঠ কী?

3. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) পাঠ পরিকল্পনা বলতে কী বোঝো? এর প্রয়োজনীয়তা কী?

(খ) 5E মডেলটি ব্যাখ্যা করুন।

(গ) অণুশিক্ষণ চক্রটি ব্যাখ্যা করুন।

(ঘ) শিশুদের গণিতভীতি দূরীকরণে কী কী পদক্ষেপ নেওয়া যেতে পারে?

4. রচনাধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) চতুর্থ শ্রেণির জন্য গণিতের যে-কোনো একটি বিষয়ের ব্যাপ্ত পাঠটীকা রচনা করুন।

(খ) ষষ্ঠ শ্রেণির গণিত বিষয়কে ভিত্তি করে 'শিশুকেন্দ্রিক শিখন পরিচালন দক্ষতা'-এর ওপর একটি অণুপাঠ টীকা রচনা করুন।

অধ্যায় 10

গণিত শিখনের অ্যাসেসমেন্ট (Assessment of Mathematics learning)

10.1 ভূমিকা (Assessment)
10.2 উদ্দেশ্য (Objectives)
10.3 অ্যাসেসমেন্ট ও মূল্যায়নের অর্থ এবং উদ্দেশ্য (Meaning and Purpose of Assessment and Evaluation)
10.4 গণিতে সার্বিক ও নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়ন (CCE in Mathematics)
10.5 গাণিতিক পরিমাপের হাতিয়ার (Tools of Assessment in Mathematics)
10.6 গণিতের ভুল ধারণার বিচারকরণ (Assessment of Misconception in Mathematics)
10.7 সারসংক্ষেপ (Summary)
10.8 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

10.1. ভূমিকা (Assessment)

অ্যাসেসমেন্ট কথাটির অর্থ হল শিক্ষার্থীর দক্ষতা/সক্ষমতা পর্যবেক্ষণ ও পরিমাপ করা। একটি নির্দিষ্ট সময়ের পর শিক্ষার্থী কতটা মান অর্জন করল তা পরিমাপন বা মূল্যায়ন নির্দেশ করে। কোনো শিক্ষা প্রক্রিয়ায় শিক্ষার্থীদের মধ্যে যে সমস্ত পরিবর্তন পরিলক্ষিত হয় তার প্রাথমিক বিচারকে বলে অ্যাসেসমেন্ট (Assessment)। অ্যাসেসমেন্টের পর সামগ্রিক বিচারকে বলে মূল্যায়ন।

এই মূল্যায়ন প্রস্তুতিকালীন (Formative), শিখন প্রক্রিয়া চলাকালীন এবং সামগ্রিক (Summative) শিখন পর্যায় সমাপ্তিতে হয়।

বর্তমানে একটি মাত্র পরীক্ষার ভিত্তিতে মূল্যায়ন না করে নিরবচ্ছিন্ন সার্বিক মূল্যায়ন ব্যবস্থায় রূপায়ণ হয়েছে।

10.2 উদ্দেশ্য (Objectives)

(i) পরিমাপন ও মূল্যায়নের অর্থ ও উদ্দেশ্য ব্যাখ্যা করতে পারবে।
(ii) বিভিন্ন রকম মূল্যায়ন প্রস্তুতিকালীন, সামগ্রিক, নিরবচ্ছিন্ন সার্বিক মূল্যায়ন কী তা আলোচনা করতে পারবে।
(iii) গণিতের ভুল ধারণা সম্পর্কে অবগত হবে এবং দূর করার ব্যাপারে পদক্ষেপ নিতে পারবে।

10.3 অ্যাসেসমেন্ট ও মূল্যায়নের অর্থ এবং উদ্দেশ্য (Meaning and Purpose of Assessment and Evaluation)

অ্যাসেসমেন্ট ও মূল্যায়ন; শিখন পদ্ধতি থেকে কোনো বিচ্ছিন্ন বিষয় নয়। এটি শুধু শিক্ষার্থীর নয়, শিক্ষক, পাঠক্রম, শিক্ষণ পদ্ধতি, শিখন উপাদান সকলেরই পরিমাপন ও মূল্যায়ন করা প্রয়োজন।

অ্যাসেসমেন্ট ও মূল্যায়ন শব্দ দুটি প্রায়শই একই অর্থে ব্যবহৃত হলেও যথেষ্ট পার্থক্য আছে।

শিখন চলাকালীন শিক্ষার্থীর দক্ষতা/সক্ষমতা, পর্যবেক্ষণ ও পরিমাপ করাকে বলে মূল্যমান নির্ণায়ক এবং একটি নির্দিষ্ট সময়ের শিখন-শিক্ষণের পর শিক্ষার্থী কতটা মান অর্জন করল তা হল মূল্যায়ন।

10.3.1 অ্যাসেসমেন্টের :

কোনো শিক্ষা প্রক্রিয়ায় শিক্ষার উদ্দেশ্য অনুসারে শিক্ষার্থীদের মধ্যে যেসব পরিবর্তন আছে তার প্রাথমিক বিচারকে বলে অ্যাসেসমেন্ট (Assessment) এবং অ্যাসেসমেন্টের পর সামগ্রিক বিচারকে বলে মূল্যায়ন।

- **অ্যাসেসমেন্টের উদ্দেশ্য (Purpose of Assessment) :**

    i) পর্যবেক্ষণ ও পর্যালোচনার মাধ্যমে আচরণ পরিবর্তনের পরিমাপ।

    ii) শিক্ষার্থীর বিভিন্ন বিষয়ের অগ্রগতি ও ভবিষ্যৎ সম্ভাবনা সম্পর্কে অবহিত করা।

    iii) পরীক্ষার ফলের ভিত্তিতে প্রয়োজনীয় সংশোধন ও পরিবর্তন করা।

    iv) শিক্ষার্থীর বিষয়গত দুর্বলতা নির্ণয় করা।

    v) এক শ্রেণি থেকে অন্য শ্রেণিতে উত্তরণ।

    vi) শিক্ষার্থীদের শ্রেণিকরণ করা।

10.3.2 মূল্যায়ন :

মূল্যায়ন হল সার্বিক নিরবচ্ছিন্ন প্রচেষ্টা এবং উপায় যার দ্বারা কাঙ্ক্ষিত উদ্দেশ্যগুলি পরিমাণগত ও গুণগতভাবে কতখানি বাস্তবায়িত হয়েছে তা পরিমাপ করা যায়।

সংজ্ঞা (Define) :

মূল্যায়ন হল এমন একটি গতিশীল ও ধারাবাহিক প্রক্রিয়া যা শিক্ষার্থীর শারীরিক, মানসিক, বৌদ্ধিক ও ব্যক্তিত্বের গতিশীল পরিবর্তন পরিমাপ করে। শিক্ষাগত উদ্দেশ্য অনুযায়ী শিখন-শিক্ষণ প্রক্রিয়ার অবিচ্ছিন্ন, সামগ্রিক ও প্রণালীলব্ধ মূল্য নির্ধারণের প্রক্রিয়াকে মূল্যায়ন বলে।

মূল্যায়নের প্রাথমিক উদ্দেশ্য হল শিক্ষার্থীর শিখন প্রক্রিয়ায় সহায়তা করে তার সর্বাঙ্গীণ বিকাশের পথে এগিয়ে নিয়ে চলা এবং শিখন প্রক্রিয়া চলাকালীন তার শিখন সংক্রান্ত তথ্যাদি মূল্যায়নের মধ্য দিয়ে জানতে পারা।

- **মূল্যায়নের উদ্দেশ্য :**

    i) পূর্বনির্ধারিত উদ্দেশ্য অনুসারে শিখন সামর্থ্য বিচার করা।

    ii) শিক্ষার্থীর সামগ্রিক বিকাশ সম্পর্কে জ্ঞাত হতে সাহায্য করা।

    iii) শিখন পদ্ধতি ও কৌশলের কার্যকারিতা সম্বন্ধে অবগত হওয়া ও প্রয়োজনে পরিবর্তন করা।

    iv) শিক্ষার্থীর দুর্বলতা নির্ণয় করা এবং প্রয়োজনীয় সংশোধনী পাঠের মাধ্যমে দুর্বলতা দূরীকরণ।

    v) পাঠক্রমের যথার্থতা বিচার করা এবং প্রয়োজনীয় পরিবর্তন ও পরিবর্ধন করা।

    vi) মূল্যায়নের প্রকৃতি যেহেতু অবিচ্ছিন্ন তাই শিক্ষার্থীকে সর্বদা শিখনে কাঙ্ক্ষিত সামর্থ্য অর্জনে সাহায্য করে।

    vii) শিক্ষামূলক নির্দেশনা দানের কাজকে সুষ্ঠুভাবে সম্পাদন করা।

    viii) শিক্ষার সার্বিক উদ্দেশ্য ও লক্ষ্যকে পরিমার্জিত ও পরিবর্তিত করে সঠিক পদ্ধতি নির্বাচন করা।

    ix) মূল্যায়নের মাধ্যমে শিক্ষার্থী সাফল্য ও ব্যর্থতা সম্পর্কে অবহিত হয় এবং নিজেকে উন্নতির পথে এগিয়ে নিয়ে যেতে সচেষ্ট হয়।

    x) মূল্যায়ন ত্রিভুজ (Evalution Triangle)।

    xi) শিক্ষাক্ষেত্রে মূল্যায়নের উদ্দেশ্য ব্যাপক।

অধ্যাপক ব্লুম মূল্যায়নকে একটি ত্রিভুজের মাধ্যমে তুলে ধরেছেন। এর ফলে যে চিত্রটি গঠিত হল তাকেই বলা হয় মূল্যায়নের ত্রিভুজ (Triangle of Evaluation)।

শিক্ষার লক্ষ্য, শিখন অভিজ্ঞতা চয়নে এবং মূল্যায়ন পদ্ধতির মধ্যে পারস্পরিক পরিবর্তন সংশোধন করা যায়। এইজন্য মূল্যায়ন একটি নিরবচ্ছিন্ন স্বয়ং সংশোধনমূলক প্রক্রিয়া।

মূল্যায়ন হল এমন এক ব্যবস্থা বা প্রক্রিয়া যার মাধ্যমে আমরা শিক্ষণ শিখন (Teaching Learning) প্রচেষ্টার সাফল্য বা ব্যর্থতা সঠিকভাবে নির্ণয় করতে পারি।

মূল্যায়নের কাজ সঠিকভাবে সমাপ্ত করতে গেলে শিক্ষক-শিক্ষিকাগণকে কতকগুলি বিষয় সঠিকভাবে সম্পাদন করতে হবে—

i) শিক্ষার্থীদের অগ্রগতির সংক্ষিপ্ত বিবরণ (Profile) তৈরি করা এবং তা প্রকাশ করা।

ii) শিক্ষার্থীদের দুর্বলতা চিহ্নিত করার জন্য বিভিন্ন বিষয়ে শিক্ষার্থীদের দুর্বলতা নির্ণায়ক অভীক্ষা (Diagnostic Test) তৈরি করা।

iii) শিক্ষণ-শিখন প্রক্রিয়া চলাকালীন এবং তা সমাপ্ত হওয়ার পর শিক্ষার্থীদের অগ্রগতি সতর্কভাবে (monitor) যাচাই করা।

iv) শিক্ষার্থীদের দুর্বলতা চিহ্নিত করে তার প্রতিকারমূলক ব্যবস্থা (Remedial measure) গ্রহণ করা।

- **মূল্যায়ন, পরিমাপ এবং অ্যাসেসমেন্ট** (Evaluation, Measurement and Assessment) :

অনেক সময় মূল্যায়ন, পরিমাপ ও অ্যাসেসমেন্ট একই অর্থে ব্যবহৃত হয়। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে এগুলি সমার্থক শব্দ নয়। এই তিনটি ধারণার মধ্যে পার্থক্য আছে। অ্যাসেসমেন্টের ধারণা মূল্যায়নের ধারণা থেকে সংকীর্ণ, কিন্তু পরিমাপের ধারণা থেকে বৃহৎ। যেমন :

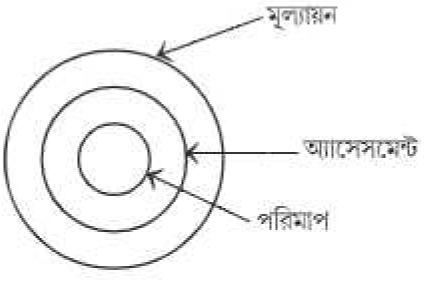
i) বিভিন্ন বিষয়ে শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতার নম্বর দেওয়া হয় পরীক্ষা গ্রহণের পর। এটা হল পরিমাপ।

ii) পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের ভিত্তিতে স্থির করা হয় ওই পাঠক্রম চালিয়ে যাওয়া হবে, না পুনর্বিন্যাসের প্রয়োজন আছে। এই তথ্য সরবরাহ করা হল Assessment-এর দায়িত্ব।

iii) চূড়ান্ত সিদ্ধান্ত হল মূল্যায়ন।

সংক্ষেপে বলা যায় যে, পরিমাপ হল নম্বর দেওয়া (যেমন : 100-র মধ্যে 50 পেয়েছে)। অ্যাসেসমেন্ট হল মূল্যায়নের জন্য তথ্য সরবরাহ করা, আর মূল্যায়ন হল চূড়ান্ত সিদ্ধান্ত।

পরিমাপ ও অ্যাসেসমেন্ট উভয়ই মূল্যায়নের অন্তর্ভুক্ত। মূল্যায়ন, অ্যাসেসমেন্ট ও পরিমাপ উভয়ের থেকে ব্যাপক অর্থে ব্যবহৃত হয়।



- **মূল্যায়নের শ্রেণিবিভাগ :**

i) গঠনমূলক মূল্যায়ন (Formative)

ii) সমষ্টিগত মূল্যায়ন (Summative)

iii) নিরবচ্ছিন্ন ও সামগ্রিক মূল্যায়ন (CCE)

iv) নর্মভিত্তিক মূল্যায়ন/আদর্শমান ভিত্তিক মূল্যায়ন (Norm reference)

v) নির্ণায়ক মানভিত্তিক মূল্যায়ন (Criterion reference)

- **মূল্যায়নের কৌশল/হাতিয়ার :**

মূল্যায়নের কৌশল ও হাতিয়ারকে নিম্নলিখিত ছকে দেখানো হল :

10.4 গণিতে সার্বিক ও নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়ন (CCE in Mathematics)

মূল্যায়ন কথাটির অর্থ সঠিক মূল্য নিরূপণ। কোনো একটি কাজ বা ভাবনার বা পরিকল্পনার গভীর ও সঠিক অর্থ বুঝে এবং কার্যকারিতার গুরুত্ব বুঝে ও বিচার করে ফলাফল বিচার করা হয়। কিন্তু এই মূল্যায়ন যদি নিরবচ্ছিন্ন বা ছেদহীন ভাবে না হয়ে কিছু মাস পর হলে বেশ কিছু ত্রুটি দৃষ্টির বা চেতনার অন্তরালে চলে যায়। ফলে কোনো শিক্ষার্থী বা বিষয় বা পদ্ধতির গুরুত্বপূর্ণ উন্নতি ব্যাহত হয় বা সঠিক অর্থে হয় না। সেই জন্য নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়ন খুব প্রয়োজনীয়।

মূল্যায়ন একটি নিরবচ্ছিন্ন প্রক্রিয়া। প্রতিনিয়ত অবিচ্ছিন্নভাবে স্বল্পসময় ও দীর্ঘ সময়ব্যাপী শিক্ষণ-শিখন প্রক্রিয়ার ফলাফলের মান নির্ধারণ ও বিচার বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক মূল্য নিরূপণ এবং পরবর্তী নির্দেশিকা প্রমাণ এই মূল্যায়নের উদ্দেশ্য।

নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়নের দিকগুলি হল পঠন-পাঠনের সময় শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করা, শ্রেণি পরীক্ষা/ক্লাস টেস্ট, শ্রেণিতে কাজ দেওয়া, বাড়ির কাজ, একক অভীক্ষা, পার্বিকভিত্তিক সামগ্রিক পরীক্ষা, ব্যাবহারিক পরীক্ষা।

পরীক্ষা ব্যবস্থার মাধ্যমে বিষয়গত উদ্দেশ্যগুলি পূরণ হলেও শিক্ষার্থীদের মধ্যে কাঙ্ক্ষিত দৃষ্টিভঙ্গি বা মূল্যবোধ বিচারের সুযোগ থাকে না। তাই তাদের শারীরিক, মানসিক দৃষ্টিভঙ্গির দিক থেকে কাম্য সামর্থ্য অর্জনে সক্ষম করে তুলতে পরীক্ষার সঙ্গে নিরবচ্ছিন্ন সার্বিক মূল্যায়ন ব্যবস্থার রূপায়ণের প্রয়োজন।

লিখিত, মৌখিক, ব্যাবহারিক পরীক্ষা ছাড়াও সৃজনমূলক কর্ম সম্পাদন পরীক্ষা, শারীরিক দক্ষতা ও শক্তির মূল্যায়ন যা একমাত্র কর্মভিত্তিক মূল্যায়নের দ্বারা সম্ভব।

এই মূল্যায়নের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের বৌদ্ধিক দিক ছাড়াও শারীরিক, প্রাক্ষোভিক, মানসিক, নৈতিক বিকাশের পরিমাপ করা যায়।

শিক্ষার্থীর আগ্রহ, অনুরাগ, অনুসন্ধিৎসা, দৃষ্টিভঙ্গি, প্রবণতা, নেতৃত্ব দান, নিষ্ঠা, দলগত কাজে আগ্রহ, সহযোগিতা প্রভৃতির পরিমাপ, যাচাই ও মূল্যায়ন এই সার্বিক নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়নের অন্তর্ভুক্ত।

নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়নের লক্ষ্য শিক্ষার্থীর দুর্বলতা চিহ্নিত করা, অ্যাসেসমেন্ট ও মূল্যায়নের মধ্য দিয়া শিখনের উন্নতি করা, অন্যের সঙ্গে নয়, শিক্ষার্থীর নিজের পূর্বক্ষমতার সঙ্গে বর্তমানে ক্ষমতার তুলনা করা। শিক্ষক শিক্ষার্থীর শিখন পর্যবেক্ষণ করেন ও তাঁর নিজস্ব নোটবইতে প্রয়োজনীয় তথ্য নথিভুক্ত করবেন। বর্তমানে একক অভীক্ষা (Unit test) এরই একটি বাস্তব উদাহরণ যা শিশুর বাৎসরিক পরীক্ষার ও শিক্ষায় ভীতি কাটাতে এক গুরুত্বপূর্ণ পদক্ষেপ।

- **শ্রেণিকক্ষে CCE কার্যকরী করার জরুরি পদক্ষেপগুলি :**

(A) (i) প্রত্যাশিত শিখনমান নির্ণয় করা।

(ii) শিখন পরিস্থিতি সৃষ্টি করা যাতে শিক্ষার্থীর পূর্বলব্ধ শিখনমান বোঝা যায়।

(iii) শিখন-শিক্ষণ প্রক্রিয়া শুরু করা।

(iv) শিক্ষার্থীর শিখন সংক্রান্ত তথ্য সংগ্রহ।

(v) শিক্ষার্থী সংক্রান্ত তথ্য নথিভুক্তকরণ।

(vi) প্রগতি জ্ঞাপন (Reporting) — উপযুক্ত বিবরণসহ জ্ঞাপনপত্র প্রস্তুতকরণ।

(B) শিক্ষকের ভূমিকা :

i) CCE-কে শিখন-শিক্ষণ প্রক্রিয়ার আবশ্যিক অঙ্গ হিসাবে শিখন পরিবেশেই গড়ে তুলতে হবে।

ii) এই মূল্যায়ন শিক্ষার্থীর শিখন উন্নতির তথ্য জানিয়ে শিক্ষককে সাহায্য করবে।

iii) আতঙ্ক মুক্ত পরিবেশে নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়ন সম্ভব।

iv) শিক্ষার্থীদের অনুপ্রাণিত করবে যাতে, নিজেদের কাজ ও শিখনকে বিশ্লেষণ করতে পারে।

v) শিক্ষককে বিভিন্ন মূল্যায়ন পদ্ধতির মাধ্যমে জানতে হবে শিক্ষার্থী কী শিখল।

(C) প্রশিক্ষকের/(CLRC) আধিকারিকদের ভূমিকা :

(i) উপর থেকে চাপিয়ে না দিয়ে আলোচনার মাধ্যমে, উদাহরণ সহযোগে, ভাববিনিময়ের মধ্য দিয়ে কার্যকর করতে হবে।

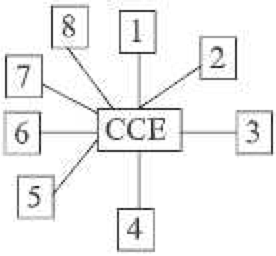
(ii) বিশেষ বিষয়ে CCE কার্যকর করার জন্য NCF-2005 আলোচনা জানতে হবে।

(iii) শিক্ষকদের মধ্যে মত বিনিময় করতে হবে।

(iv) বিশেষ চাহিদাসম্পন্ন শিশুদের মূল্যায়ন অন্যরকম — নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন, বিশেষ সহায়তা দেওয়া, অতিরিক্ত সময় দেওয়া।

(v) যারা ভাষাগত সংখ্যালঘু, শিখনে দ্রুত সাড়া নাও দিতে পারে যেহেতু বাড়ির ভাষা এবং বিদ্যালয়ের ভাষা আলাদা— শিক্ষক খেয়াল রাখবেন।

1. শিক্ষার্থীকে বোঝা ও শিক্ষার্থীর শিখন পদ্ধতির সঙ্গে পরিচিত হওয়া (বহুবিধ মেধা/বৌদ্ধিক ক্ষমতা, সক্রিয়তাভিত্তিক শিখন, হাতেকলমের কাজ)
2. শিক্ষার্থীকে সক্রিয়তামূলক শিখন প্রক্রিয়ায় নিয়োজিত করা
3. শিক্ষিকা/শিক্ষকের শিখন প্রক্রিয়ায় সহায়তা প্রদান, শিক্ষার্থীর মাপন ও নির্ধারণ (ICON/5E Model, learning indication for formative Evaluation, Rubrics of Indicator, Rubrics of different activities, exploration, explanation & Elaboration of areas of particular subject/learning abilities)।
4. নির্দিষ্ট লক্ষ্যভিত্তিক শিখন সমাপ্তিতে শিক্ষকের কাজসমূহ (Qualitative statement, Teacher's Diary, Child's portfolio, Anecdotal Record)
5. কাঠামোর নির্দেশিকা মেনে শিখন নির্দেশক অনুযায়ী প্রশ্নপত্র তৈরি
6. উপযুক্ত নির্দেশিকার সাহায্যে উত্তরপত্রের নির্ধারণ
7. শিক্ষার্থীকে নির্ধারণের পর মূল্যায়ন
8. CRC তৈরি ও সার্বিক বিকাশকে সুনিশ্চিত করা



10.4.1 গণিতে সার্বিক ও নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়ন (CRC in Mathematics)-এর উদাহরণ :

পাঠএকক — ভগ্নাংশের বর্গমূল সম্পর্কে ধারণা ও পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশের ধারণা।

শিখন উপকরণ — অনেকগুলি বর্গাকার কাগজ, স্কেল, পেনসিল, বিভিন্ন রং পেনসিল।

পর্যবেক্ষণ (Observation) : বিদ্যালয়ে একটি বর্গাকার মেঝেতে মিস্ত্রিরা টালি বসাচ্ছে। একই মাপের অনেক বর্গাকার টালি লাগতে পারে শিক্ষার্থীরা তা ভেবে দেখছে। ছাত্রছাত্রীরা জায়গাটার দৈর্ঘ্য 10 মিটার জানল আবার একটি টালির দৈর্ঘ্য ½ মিটার জানল।

পূর্বসূত্র স্থাপন (Contextualisation) : একটি টালি বর্গাকার জায়গাটির কতখানি অংশ জুড়ে আছে এবং একটি টালির দৈর্ঘ্য বর্গাকার জায়গাটির দৈর্ঘ্যের কত অংশ তা ছাত্রছাত্রীরা জানতে চেষ্টা করছে এবং দুই ভগ্নাংশদ্বয়ের মধ্যে সম্পর্কটি খুঁজে বের করতে চেষ্টা করছে (অংশগ্রহণ, প্রশ্ন ও অনুসন্ধান)

জ্ঞানগত শিক্ষানবিশ (Cognitive Apprenticeship) :

ছাত্রছাত্রীদের কয়েকটি দলে ভাগ করা হল। প্রত্যেকটি দল কয়েকটি বর্গাকার কাগজ নিল। বর্গাকার কাগজগুলিকে দৈর্ঘ্য বরাবর ও প্রস্থ বরাবর 20টি করে অংশে ভাগ করল। যেহেতু বর্গাকার জায়গাটির দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং একটি টালির দৈর্ঘ্য ½ মিটার তাই 10 ফুটের মধ্যে ½ মিটার থাকবে 20টি বর্গাকার কাগজে ঘরগুলির মোট সংখ্যা হবে 20× 20 = 400। প্রত্যেকে একটি ঘর লাল রং করবে। লাল রং করা অংশ সমগ্র দৈর্ঘ্যের 1/20 অংশ এবং লাল রং করা ক্ষেত্রফল মোট ক্ষেত্রফলের 1/400 অংশ। এই দুই ভগ্নাংশের মধ্যে সম্পর্ক নিয়ে ছাত্রছাত্রীরা ভাবছে এবং প্রশ্নের উত্তর খোঁজার চেষ্টা করছে।

এবার ছাত্রছাত্রীদের একটি দল চারটি পাশাপাশি ঘর হলুদ রং করল এবং রং করা অংশ অবশ্যই বর্গাকার হবে। এই রং করা অংশের দৈর্ঘ্য সমগ্র অংশের দৈর্ঘ্যের 2/20 অংশ এবং এই রং করা অংশের ক্ষেত্রফল সমগ্র অংশের ক্ষেত্রফল 4/400 অংশ। এইভাবে ছাত্রছাত্রীরা দৈর্ঘ্যের এবং ক্ষেত্রফলের ভগ্নাংশগুলি পেল। ছাত্রছাত্রীদের দ্বিতীয় দলটি 36টি বর্গাকার ঘরে নীল রং করল। এই রং করা অংশের দৈর্ঘ্য সমগ্র অংশের দৈর্ঘ্যের 6/20 অংশ এবং এই রং করা অংশের ক্ষেত্রফল সমগ্র অংশের ক্ষেত্রফলের 36/400 অংশ। এইভাবে ছাত্রছাত্রীরা দৈর্ঘ্যের এবং ক্ষেত্রফলের ভগ্নাংশগুলি পেল।

আবার ছাত্রছাত্রীদের একটি দলের একজন পাশাপাশি 12টি ঘরে আকাশি রং করল। কিন্তু রং করা অংশটি বর্গাকার নয়। এক্ষেত্রে রং করা অংশের ক্ষেত্রফল সমগ্র জায়গার ক্ষেত্রফলের 12/400 অংশ। আবার রং করা অংশের দৈর্ঘ্য সমগ্র জায়গাটির দৈর্ঘ্যের 4/20 অংশ। এইভাবে ঐ ছাত্রটি দৈর্ঘ্যের এবং ক্ষেত্রফলের ভগ্নাংশগুলি হল। এই দুটি ভগ্নাংশের মধ্যে সম্পর্কটি খোঁজার চেষ্টা করছে। (অংশগ্রহণ, প্রশ্ন ও অনুসন্ধান, ব্যাখ্যা করা, নান্দনিকতার প্রকাশ)

10.4.2 Peacock Model :

সহযোগিতা (Collaboration) : বর্গাকারে ঘরগুলি আঁকতে, বিভিন্ন রং করতে, দৈর্ঘ্য এবং ক্ষেত্রফলের অংশগুলি বের করার জন্য একে অপরের সঙ্গে অভিজ্ঞতা বিনিময় করছে এবং ভগ্নাংশগুলির মধ্যে সম্পর্কটি খুঁজে দেখার জন্য একে অপরকে সাহায্য করে পাঠ্য বিষয়ে আগ্রহী হবে।

ব্যাখ্যা নির্মাণ (Interpretation Construction) :

কাগজে বর্গাকার ঘরের সংখ্যা 400টি। লাল রং-এর ঘরের ক্ষেত্রে ভগ্নাংশে দুটি 1/20 এবং 1/400।

$(1/20)^2 = 1/400 \quad 1/400 = 1/20$ এই সম্পর্কটি খুঁজে পেল।

হলুদ রং-এর ক্ষেত্রে ভগ্নাংশ দুটি

2/20 এবং 4/400 এখানে $(2/20)^2 = 4/400$

$\sqrt{4/400} = 2/20$ এই সম্পর্কটি শিক্ষার্থীরা খুঁজে পেল

$2^2 = 4,\ 20^2 = \sqrt{400}$

$$\sqrt{\frac{4}{400}} = \sqrt{\frac{2\times 2}{20\times 20}} = \sqrt{\frac{2^2}{20^2}} = \frac{2}{20}$$

নীল রং-এর ক্ষেত্রে

$\frac{6}{20}$ এবং $\frac{36}{400}$-এর ক্ষেত্রে $\frac{6}{(20)^2} = \frac{36}{400} \quad \therefore \sqrt{\frac{36}{400}} = \frac{6}{20}$ এই সম্পর্কটি ছাত্রছাত্রীরা খুজে পেল।

কিন্তু 12টি আকাশি রং করা ঘরগুলি থেকে প্রাপ্ত ভগ্নাংশগুলি 4/20 এবং 12/400 এই ভগ্নাংশগুলির মধ্যে ঐরকম কোনো সম্পর্ক খুঁজে পাচ্ছে না। কিন্তু কেনা 1, 4, 36, 400 পূর্ণবর্গ সংখ্যা। কিন্তু 12 পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়। তাই 12/400 পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।

4/20 এবং 12/400-এর মধ্যে এইরকম কোনো সম্পর্ক পাওয়া গেল না।

বহুমুখী ব্যাখ্যা (Multiple Interpretation) — মেঝেতে টালি বসানোতে স্থাপত্য শিল্পে বা অন্যান্য বিভিন্ন ক্ষেত্রে সঠিক নির্দেশ দিতে সঠিক পরিমাপের ধারণা করবে। নকশার জায়গায় ক্ষেত্রফল সমগ্র কাপড়ের ক্ষেত্রফল 4/400 অংশ হলে নকশাটির দৈর্ঘ্য সমগ্র কাপড়ের দৈর্ঘ্যের কত অংশ চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ করে মান বার করবে।

বহুমুখী উপস্থাপনা বিভিন্ন ধরনের বর্গাকার পরিমাপের ধারণার সাহায্যে কোন কাপড়ে বা কাগজে একাধিক নকশার অবস্থানের সামঞ্জস্য রক্ষা করে সৌন্দর্য সৃষ্টি করতে পারে। লেখচিত্র, আর্টপেপার, মডেল ইত্যাদিতে বিকল্প ও অতিরিক্তভাবে সক্রিয়তা প্রদর্শন করতে ও সম্পাদন করবে। (অংশগ্রহণ, ব্যাখ্যা করা, সমানুভূতি, নান্দনিকতার প্রকাশ, সহযোগিতা, সৃষ্টিশীলতার প্রকাশ)।

10.4.3 কর্মচলাকালীন/পাঠদান চলাকালীন/গঠনমূলক/প্রস্তুতিকালীন/ক্রমিক মূল্যায়ন (Formative Evaluation) :

ইংরেজি Formative শব্দটির প্রকৃত অর্থ নির্মীয়মান অবস্থা। অর্থাৎ কোনো কার্যক্রম চলাকালীন যে মূল্যায়ন করা হয় তাই ক্রমিক মূল্যায়ন। কার্যক্রম চলাকালীন মূল্যায়ন পর্বটি ক্রমাগত চলতেই থাকে যতক্ষণ পর্যন্ত না ধাপে ধাপে কার্যক্রমটি সম্পূর্ণ হচ্ছে।

নিক্টো-র মতে— "কোনো শিক্ষা কার্যক্রমের পরিকল্পনা কার্যকর নানা পর্যায়ে বা অন্তর্বর্তীকালে উক্ত কার্যক্রমকে উন্নত ও ত্রুটিমুক্ত করার জন্য এর প্রয়োজনীয় পরিবর্তন সাধন করার জন্য যে বিচার তাই হল ক্রমিক মূল্যায়ন।"

গ্রোনল্যান্ড (1985) বলেছেন— শিক্ষাকার্যক্রম চলাকালীন, প্রতিটি পর্যায়ে শিক্ষার্থীরা প্রগতির পরিমাপ করার মাধ্যমে তার পরিবর্তন, সংশোধন ইত্যাদিকে লক্ষ রেখে যে প্রতিসংকেত (Feedback) দেওয়া হয়, তাই হল ক্রমিক মূল্যায়ন (Formative Evaluation)

ইবেল ও ফ্রিসবি (1986)— এই মূল্যায়নকে ক্রমিক অগ্রগতির ধারা বিবরণী হিসাবে বর্ণনা করেছেন।

বৈশিষ্ট্য : 1) শিক্ষা কার্যক্রমটি শেষ না হওয়া পর্যন্ত চলতে থাকে।

2) মূল্যায়নের সময়, কার্যক্রমের ক্ষুদ্রতর অংশের জন্য নির্ধারিত খণ্ডিত লক্ষ্যের ওপর গুরুত্ব দেওয়া হয়।

3) শুধুমাত্র বর্তমান শিক্ষার্থীদের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। যারা পাঠক্রম শেষ করেছে কিন্তু মূল্যায়নে অংশগ্রহণ করতে পারেনি, তাদের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা সম্ভব নয়।

4) এই ধরনের মূল্যায়নে অণুবিশ্লেষণে (microanalysis) অর্থাৎ প্রতিটি খুঁটিনাটি দুর্বলতা, ভুলভ্রান্তি চিহ্নিত করা এবং প্রয়োজনমতো তার সংশোধনের ব্যবস্থা করার ওপর গুরুত্ব দেওয়া হয়।

5) এর অন্যতম উদ্দেশ্য ত্রুটিমুক্ত পাঠক্রম রচনা করা।

সুবিধা : 1) পাঠ্যক্রমের ছোটো ছোটো অংশের ভিত্তিতে মূল্যায়ন হওয়ায় প্রতিটি এককের মূল্যায়নে সময় কম লাগে।

2) পাঠ্যক্রমের ছোটো অংশের লক্ষ্য নির্ধারণ করায় শিক্ষার্থীরা তাদের লক্ষ্য সম্বন্ধে প্রথম থেকেই অবহিত হয় ফলে মূল্যায়ন সম্বন্ধে তাদের স্পষ্ট ধারণা তৈরি হয়।

3) শিক্ষার্থীরা ক্রমাগত নিজেদের সংশোধন করে নিতে পারে।

4) শিক্ষক-শিক্ষকরাও তাঁদের পদ্ধতিগত ত্রুটি সম্বন্ধে সচেতন হতে পারেন এবং নিজেদের সংশোধন করে নিতে পারেন।

5) এর জন্য অতিরিক্ত সময় দরকার হয় না কারণ এটি সাধারণ শিক্ষা কার্যক্রমের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করা থাকে।

অসুবিধা : 1) শিক্ষার্থীরা এক একটি অংশের (পাঠক্রমের) প্রতি মনযোগ দেওয়ার ফলে সামগ্রিক ধারণা তৈরি হয়ে ওঠেনা। বেশিরভাগ সময়ই পাঠ্যক্রমের প্রথমদিকে যেসব অংশের পাঠ পরবর্তী মূল্যায়ন হয়ে গেছে শিক্ষার্থীরা তা ভুলে যেতে পারে।

2) মূল্যায়নে তাৎক্ষণিক পদ্ধতি ব্যবহার করায় মূল্যায়নের যথার্থতা, নির্ভরযোগ্যতা ও নৈর্ব্যক্তিকতা নিশ্চিত করার কোনো উপায় থাকে না। যথেষ্ট দক্ষ ও পক্ষপাতহীন শিক্ষক-শিক্ষিকা না হলে, মূল্যায়ন ত্রুটিপূর্ণ হতে পারে।

3) Formative মূল্যায়ন অতিরিক্ত ব্যক্তিকেন্দ্রিক।

- Formative মূল্যায়ন বাস্তবায়নের উপায় :

NCFTE-2005-এ যা বলা হয়েছে তা হল—

1) প্রতিটি শিক্ষার্থী সম্পর্কে শিক্ষক পৃথকভাবে কিছুটা সময় ব্যয় করবেন।

2) এই সময় শিক্ষার্থী কী শিখছে, কোনো কাজ করার দরকার হয়েছে, কোনো উন্নতি হয়েছে কিনা—এই সবই জানতে হবে।

3) শিক্ষকরা প্রতিটি শিশুর বিকাশ সম্পর্কে পৃথকভাবে চিন্তা করবেন, তাদের অসুবিধাগুলি চিহ্নিত করে তাদের প্রয়োজনীয় বিধান দেবেন।

10.4.4 অন্তিম মূল্যায়ন/চূড়ান্ত মূল্যায়ন/সমষ্টিগত (Summative Evaluation) :

নির্দিষ্ট সময়ের পর শিক্ষণ উদ্দেশ্যগুলি কী পরিমাণে অর্জিত হয়েছে সে সম্পর্কিত তথ্য সংগ্রহকে চূড়ান্ত বা অন্তিম মূল্যায়ন বলে।

A. J. Nikto, (1983) বলেছেন, শিক্ষার্থীর শিক্ষান্তে গুণমানের বিবরণ হিসাবে কোনো পাঠক্রম শেষ হওয়ার পর পরীক্ষার মাধ্যমে অন্তিম মূল্যায়ন করা হয়ে থাকে।

Growndland (1985) এবং অন্যান্য মূল্যায়ন বিশারদরা বলেছেন, পাঠক্রম শেষ হলে, বাৎসরিক পরীক্ষায় চূড়ান্ত মূল্যায়নের উদ্দেশ্য হল, শিক্ষার লক্ষ্য কতটা অর্জিত হয়েছে তার পরিমাণগত মান স্থির করা।

বৈশিষ্ট্য :

1) সুনির্দিষ্ট কোনো কার্যক্রম থাকলে তবেই তার শেষে চূড়ান্ত মূল্যায়ন করা যাবে।
2) শিক্ষাকার্যক্রমের নির্দিষ্ট কিছু লক্ষ্য না থাকলে অন্তিম মূল্যায়ন অর্থহীন।
3) চূড়ান্ত মূল্যায়ন শিক্ষা কার্যক্রমের শেষে সম্পন্ন হবে, কিন্তু স্বল্পস্থায়ী কার্যক্রমের (যেমন, দৈনিক, সাপ্তাহিক) শেষে এই মূল্যায়ন খুব প্রাসঙ্গিক নয়।
4) এই মূল্যায়ন গুণগত ও পরিমাণগত উভয় প্রকার তথ্যই বিশ্লেষণ করে।
5) এই মূল্যায়ন অবশ্যই নির্ভরযোগ্য (Reliable) ও যথার্থ (valid) হওয়া দরকার।

সুবিধা :

1) সময় ও পরিশ্রম কম লাগে।
2) শিক্ষার্থীরা স্পষ্টভাবে জানতে পারে কী কী বিষয়ে মূল্যায়ন হবে এবং তারা বেশ কিছুটা সময় পায় নিজেদের তৈরি করতে।
3) সামগ্রিকতার স্থান অনেক বেশি।
4) তাত্ত্বিক দিক থেকে অনেক নির্ভরযোগ্য।
5) একসঙ্গে ব্যাপকভাবে সারা রাজ্যে বা দেশে করা সম্ভব।

অসুবিধা :

1) পাঠক্রমের সমগ্র অংশের মূল্যায়ন একযোগে হলে শিক্ষার্থীদের ওপর তাৎক্ষণিক চাপ বেশি পড়ে।
2) অনেকগুলি বিষয়ে অনেকমাত্রায় মূল্যায়ন করার জন্য মূল্যায়ন প্রক্রিয়া জটিল আকার ধারণ করে।
3) শিক্ষা কার্যক্রমের প্রতিটি খুঁটিনাটি বিষয়ের মূল্যায়ন নাও হতে পারে বা সমগ্র অংশে সমান গুরুত্ব পেতে নাও পারে।
4) সমস্ত তথ্য বিশ্লেষণ করে সিদ্ধান্তে আসা সময়সাপেক্ষ।
5) সংশোধিত মূল্যায়নের সুযোগ কম।
6) এই মূল্যায়ন প্রক্রিয়া ব্যয়সাপেক্ষ এবং প্রশাসনিক কাজের পরিমাণ এবং দায়িত্ব বেশি।

10.4.5 গঠনমূলক (Formative) ও সামগ্রিক (Summative) মূল্যায়নের পার্থক্য :

গঠনমূলক (Formative) মূল্যায়ন	সামগ্রিক (Summative) মূল্যায়ন
1. পাঠদান চলাকালীন শিক্ষার্থীর অগ্রগতির বিচার করাই হল Formative Evaluation.	1. নির্দিষ্ট পাঠ্যসূচি ও পাঠক্রম সমাপ্ত করার পর শিক্ষার উদ্দেশ্য কতটা কার্যকরী হল তা যাচাই করাই হল Summative Evaluation.
2. শ্রেণির পঠনপাঠন চলাকালীন প্রতিদিন এই মূল্যায়ন করা হয়।	2. দীর্ঘসময়ের ব্যবধানে শ্রেণিগঠন বন্ধ করে এই মূল্যায়ন করা হয়।
3. এটি বিকাশমূলক।	3. এটি বিচারমূলক।
4. এক্ষেত্রে মূল্যায়নের মান/নম্বর দেওয়া হয়।	4. এক্ষেত্রে মূল্যায়নের নম্বর ও গ্রেড দুটোই দেওয়া হয়।

গঠনমূলক (Formative) মূল্যায়ন	সামগ্রিক (Summative) মূল্যায়ন
5. এই মূল্যায়নের উদ্দেশ্য হল শিক্ষার্থীর শিখনের এবং শিক্ষকের পাঠদানের উন্নতি ঘটানো।	5. এই মূল্যায়নের উদ্দেশ্য হল শিক্ষা-শিক্ষণ প্রক্রিয়ার গুণগত মান নির্ধারণ করা।
6. এই ধরনের মূল্যায়নে মূল্যায়নকারী পাঠদান কর্মসূচিতে অংশগ্রহণ করেন এবং এই কর্মসূচিকে আরও উন্নত করার চেষ্টা করেন।	6. এক্ষেত্রে মূল্যায়নকারী কর্মসূচিতে অংশগ্রহণ করেন না। তাঁরা শুধু কার্যকারিতা বিচার করেন।
7. এটি হল দৈনন্দিন অগ্রগতির পরিমাপ।	7. এটি হল শিক্ষাবর্ষব্যাপী শিক্ষার্থীর অগ্রগতির পরিমাপ।
8. এই মূল্যায়ন কেবলমাত্র বৌদ্ধিক আচরণেই সীমাবদ্ধ থাকে না। শ্রেণিকক্ষে সব ধরনের আচরণ, যেমন— বৌদ্ধিক, অনুভূতিমূলক এবং মনশ্চালনমূলক আচরণ-এর অন্তর্ভুক্ত।	8. প্রধানত বৌদ্ধিক আচরণের উপরেই বেশি গুরুত্ব আরোপ করা হয়।

- **প্রস্তুতিকালীন / গঠনমূলক মূল্যায়ন (Formative Evaluation) :**

প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়ন হল শিখন-শিক্ষণ প্রক্রিয়া চলাকলীন মূল্যায়ন। ওই মূল্যায়ন সংগঠিত হয় শিখন-শিক্ষণ প্রক্রিয়া চলাকালীন শিক্ষার্থীর অগ্রগতিকে পর্যবেক্ষণ ও উন্নয়ন করার লক্ষ্যে।

প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়নের জন্য 5টি সূচকের কথা বলা হয়েছে। এগুলির পরিমাপের জন্য সাতটি সূচকের চারটি নির্ণায়ক স্তর A, B, C এবং D-এর প্রস্তাব করা হয়েছে। এই সূচকগুলি পরিমাপের প্রক্রিয়া :—

i) অংশগ্রহণ (Participation) :

শ্রেণিকক্ষের ভিতর	শ্রেণিকক্ষের বাইরে
উপস্থিতি, শোনা-বলা, সরব পাঠ, প্রশ্নোত্তর, আবৃত্তি, চরিত্রায়ণ	প্রার্থনা, পরিষ্কার পরিচ্ছন্নতা, খেলাধুলা, মিড-ডে মিলে অংশগ্রহণ

ii) প্রশ্ন করা ও অনুসন্ধানে আগ্রহ (Questioning and Experimentation) :

শ্রেণিকক্ষের ভিতর	শ্রেণিকক্ষের বাইরে
বিভিন্ন ছবি/প্রতিকৃতি দেখিয়ে প্রশ্ন করতে আগ্রহী করা, ভাষায় গণিতের সমস্যা তৈরি করা (Formation of Mathematical problems in words)	ফুল, ফল, পাতা সংগ্রহ, তথ্যসংগ্রহ

iii) ব্যাখ্যা ও প্রয়োগ (Interpretation & Application) :

শ্রেণিকক্ষের ভিতর	শ্রেণিকক্ষের বাইরে
বাক্য রচনা, পর্যবেক্ষণ ও বর্ণনা, ছোটো/বড়ো, ঋতু পরিবর্তন, কার্যকারণ সম্পর্ক (চোখ, কান পরিষ্কার না রাখলে রোগ হতে পারে)	বিদ্যালয়ে আসার পথে শিশুর দেখা বিভিন্ন জিনিস বাইরে পরিবেশের মাধ্যমে ঋতু পরিবর্তন লক্ষ্য করা পরিবেশ সংরক্ষণ

iv) **সমানুভূতি ও সহযোগিতা (Empathy and Cooperation) :**

শ্রেণিকক্ষের ভিতর	শ্রেণিকক্ষের বাইরে
অপরের কথা শোনার অভ্যাস, সংবেদনশীলতা, অন্যদের সাহায্য করা, সহনশীলতা ও ত্যাগ, বিশেষ চাহিদাসম্পন্ন শিশুদের প্রতি সমানুভূতি	খেলাধুলায় সহযোগিতা, অপরিচিতের প্রতি সহানুভূতি, জীবজন্তুর প্রতি সহানুভূতি

v) **নান্দনিকতা ও সৃষ্টিশীলতার প্রকাশ (Aesthetic & Creative Expression) :**

শ্রেণিকক্ষের ভিতর	শ্রেণিকক্ষের বাইরে
গল্প তৈরি/গল্প বলা, অসম্পূর্ণ ছবি সম্পূর্ণ করা	রবীন্দ্রজয়ন্তী, শিক্ষক দিবস, স্বাধীনতা দিবসের অনুষ্ঠানে যোগদান

- **প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়ন (Formative Evaluation) :**

শ্রেণি - পঞ্চম　　　　　বিষয় - গণিত

একক - সবথেকে বেশি কতজনের মধ্যে সমানভাগে ভাগ করা যায়।

পর্যবেক্ষণ : লজেন্স, বিস্কুট, কাঠি প্রভৃতি বাস্তব উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি উপস্থাপন করা হবে। শিখন প্রণালীর এই স্তরে শিক্ষার্থীর অংশগ্রহণমূলক সামর্থ্য, প্রয়োগ ও ব্যাখ্যার সামর্থ্য পরিমাপ করার সম্ভাবনা আছে। প্রশ্ন ও অনুসন্ধানের মাধ্যমে শিক্ষার্থী জানতে চেষ্টা করলে সেই অনুযায়ী তার সামর্থ্য যাচাই করা যায়।

পূর্বসূত্র স্থাপন : গুণনীয়কের ধারণা শিক্ষার্থীর আছে কিনা, ভাগ গুণের ধারণা শিক্ষার্থী প্রয়োগ করতে পারছে কিনা যাচাই করা হবে এই পর্বে পারিপার্শ্বিক ঘটনার উল্লেখ করে।

- এই পর্বে অংশগ্রহণমূলক সামর্থ্য, ব্যাখ্যা ও প্রয়োগের সামর্থ্য যাচাই করা যেতে পারে।
- জ্ঞানগত শিক্ষানবিশ বিভিন্ন উদাহরণের সাহায্যে গ.সা.গু.-র ধারণা শিক্ষার্থীরা তৈরি করবে।
- বিভিন্ন পদ্ধতির সাহায্যে গ.সা.গু. নির্ণয়ের ধারণা শিক্ষার্থীদের মধ্যে স্বচ্ছভাবে উপস্থাপিত করা যায় তার দিকে লক্ষ রেখে শিক্ষক অগ্রসর হবেন।
- শিখন প্রক্রিয়ার এই পর্বে শিক্ষার্থীর অংশগ্রহণ, প্রশ্ন ও অনুসন্ধানের সামর্থ্যের যাচাই করার সম্ভাবনা থেকে যায়।

সহযোগ: শিক্ষক কোনো প্রকল্পের উল্লেখ করলে শিক্ষার্থীরা দলবদ্ধভাবে সেই প্রকল্প উপস্থাপনে সচেষ্ট হবে।

বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধানে উদ্যোগী হবে। শিক্ষার্থীর অংশগ্রহণমূলক সামর্থ্য, সমানুভূতি, সহযোগিতা, নান্দনিকতা ও সৃষ্টিশীলতার পরিমাপ করা যাবে।

নির্মিতি : গ.সা.গু. সম্পর্কে ধারণা স্পষ্ট হবে এবং শিক্ষার্থীরা বাস্তবে প্রয়োগ করতে পারবে। এই পর্বে শিক্ষার্থীর ব্যাখ্যা ও প্রয়োগের সামর্থ্য যাচাই করা যাবে।

বহুমুখী ব্যাখ্যা : শিক্ষার্থীরা সহযোগ স্তরে নিজেদের দ্বারা সমাধান করা সমস্যাগুলি সকলের সামনে উপস্থাপিত করবে। অন্যান্য উপাদান এবং প্রয়োজনবোধে শিক্ষক মহাশয় সহায়তা করতে পারেন।

এক্ষেত্রে অংশগ্রহণ, ব্যাখ্যা ও প্রয়োগের সামর্থ্য যাচাই করার সম্ভাবনা আছে।

বহুমুখী উপস্থাপনা — বাস্তব ক্ষেত্রে সমস্যা সমাধান করতে পারবে। প্রয়োজনে অনুসন্ধিৎসার মাধ্যমে প্রাসঙ্গিক নতুন সমস্যা সৃষ্টি করতে পারবে ও নিজেরাই সমাধান করতে পারবে।

এক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর ব্যাখ্যা ও প্রয়োগের ক্ষমতা, প্রশ্ন ও অনুসন্ধানের সামর্থ্য, সমানুভূতি ও সহযোগিতার যাচাই করা যেতে পারে।

- **সার্বিক/সমষ্টিগত মূল্যায়ন (Summative Evaluation) :**

পাঠদান কর্মসূচির শেষে পাঠদানের কার্যকারিতা নির্ণয় করাই হল পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের উদ্দেশ্য। শিক্ষার্থীর অগ্রগতির পরিমাপ এই মূল্যায়নের মাধ্যমেই নির্ণয় করা হয়। এই ক্ষেত্রে মূল্যবিচারের জন্য নম্বর বা গ্রেড বা উভয়ই দেওয়া হয়।

CCE অনুযায়ী একটি শিক্ষাবর্ষে তিনবার পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের ব্যবস্থা আছে।

পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের ক্ষেত্রে কয়েকটি দিক খেয়াল রাখতে হবে।

i) প্রশ্নপত্রের মধ্যে **Open ended question framing**-এর দর্শন যেন কাজ করে ($\frac{1}{3}$ অংশই চিন্তার প্রশ্ন)

ii) পূর্ণমানের সঙ্গে সমানুপাতিক বিন্যাসে শিক্ষার্থীর বিশ্লেষণ ক্ষমতা ও সৃজনশীলতার যাতে স্বল্প — অপেক্ষাকৃত দীর্ঘ— দীর্ঘ পরিসরে লিখিত প্রকাশের সুযোগ ঘটে যে বিষয়ে সচেতন থাকতে হবে।

iii) অর্জিত জ্ঞানের ধারণা যেন বৃদ্ধি হয় সে দিকটাও খেয়াল রাখতে হবে।

iv) প্রথম পর্যায়ে অর্জিত সামর্থ্যাবলির প্রয়োগের পরিসরে থাকবে দ্বিতীয় পর্যায়ে, এইভাবে প্রথম ও দ্বিতীয় পর্যায়ে অর্জিত সামর্থ্যাবলির প্রয়োগের পরিসর যেন তৃতীয় পর্যায়েও থাকে।

গণিতের পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের সময় যথাসম্ভব সরল ও বোধগম্য ভাষা ব্যবহার করা উচিত। প্রয়োজনে প্রশ্নের সঙ্গে ছবি থাকবে। শিক্ষার্থীরা ভাষার সমস্যাগুলি গণিতের ভাষায় রূপান্তর করতে পারছে কিনা সেদিকে নজর দিতে হবে।

গণিতের মূল্যায়নের সময় আমরা নিম্নলিখিত ক্ষমতার বিকাশ শিক্ষার্থীর মধ্যে ঘটছে কিনা তার পরিমাপ করার জন্য এমন প্রশ্নপত্র তৈরি করতে মনোযোগী হব।

a) গাণিতিক ধারণার স্বচ্ছতা শিক্ষার্থীর আছে কিনা এবং সঠিক প্রক্রিয়া অবলম্বন করে সমাধানের দিকে অগ্রসর হতে পারছে কি?

b) যুক্তি সহকারে প্রদত্ত সমস্যাকে গাণিতিক আকার দিতে পারছে কি?

c) গাণিতিক প্রবণতার পরিমাপ করা যাচ্ছে কি?

d) বিভিন্ন জ্ঞান ও গাণিতিক কৌশল ব্যবহার করে সমস্যার সমাধান করতে পারে কিনা।

গণিতের সমস্যা নির্বাচনের সময় মূল্যবোধের বিষয়টি বিবেচনা করা একান্ত জরুরি। প্রশ্নপত্রে গণনার জন্য সংখ্যা নির্বাচন বাস্তবসম্মতভাবে করা উচিত যাতে গণনার জন্য শিক্ষার্থীর উপর বেশি চাপ না পড়ে।

- **পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ন :**

শ্রেণি— সপ্তম F.M.— 25

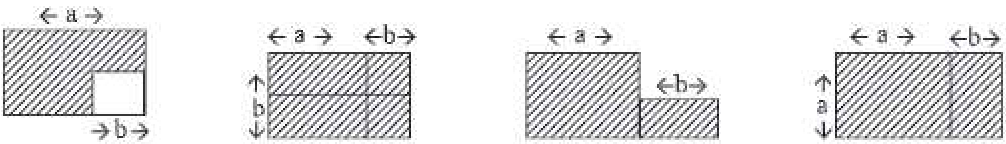
বিষয়— গণিত Time —45 mimutes

1. নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : (1×5=5)

   a) 4 টাকা, 7 জন মেয়েকে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে প্রায় কত টাকা করে পাবে?

   b) 4/5-কে কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দ্বারা গুণ করলে গুণফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?

   c) নীচের কোন চিহ্নিত ক্ষেত্রফল দ্বারা $(a+b)^2$ নির্দেশ করে—



   d) মাপনির সাহায্যে আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয় করো।

   e) মাপনির সাহায্যে একটি ত্রিভুজ আঁকো যার একটি বাহু 4 সেমি।

2. নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : [2×3]

   a) $\sqrt{\frac{400}{81}}-\sqrt{\frac{16}{81}}$ এর সরলতম মান নির্ণয় করো।

   b) $(3x+1)+(\quad\quad)=(3x+1)^2=9x^2+$ ________ $+1$

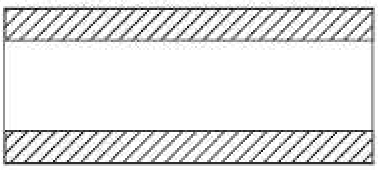
   c) মাপনি ও কম্পাসের সাহায্যে 45° কোণ আঁকো।

3. a) $(x+y)^2+(x-y)^2=2$ (__________) [2]

   এখন $50x^2+32y^2$-কে দুই বর্গের সমষ্টির আকারে প্রকাশ করো। [3]

   b) একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করো যার সমকোণ সংলগ্ন বাহুদুটির মাপ 6 সেমি এবং 8 সেমি। অতিভুজটির মাপ সারণির সাহায্যে মেপে লেখো। [4]

   c) আয়তাকার জমির উত্তর দিকের রাস্তাটি 4 মিটার চওড়া, দক্ষিণ দিকের রাস্তাটি 6 মিটার চওড়া, মাঝের বর্গাকার ক্ষেত্রটির প্রতিটি বাহুর মাপ 24 মিটার হলে, আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো? [2]



   d) সাইকেল চড়ে তোমার বাড়ি থেকে বিদ্যালয় আসতে তোমার 10 মিনিট সময় লাগে। বাড়ি থেকে বিদ্যালয়ের দূরত্ব 1 কিমি। তোমার বন্ধুর সাইকেলে ঐ একই দূরত্ব অতিক্রম করতে আরও 5 মিনিট সময় বেশি লাগে। কার গতিবেগ বেশি ও কত বেশি? [3]

মনে রাখতে হবে প্রস্তুতিকালীন ও পর্যায়ক্রমিক এই দুই ধরনের মূল্যায়নের মধ্যে দৃষ্টিভঙ্গির তফাত থাকলেও তা একে অপরের পরিপূরক। প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়ন প্রধানত Diagnostic এবং পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ন হল Judgemental। তাই এই দুই ধরনের মূল্যায়নে প্রাপ্ত গ্রেড বা নম্বরকে যোগের মাধ্যমে একত্রিত করা অবৈজ্ঞানিক। সেইজন্য রিপোর্ট কার্ডে পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের ক্ষেত্রে নম্বর ও গ্রেড দুটোই ব্যবহার করা হবে এবং প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়নের ক্ষেত্রে শুধমাত্র নম্বর ব্যবহার হবে।

শিক্ষার্থীর জীবনের প্রারম্ভিক শ্রেণিগুলিতে প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়নকে পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের থেকে অধিক গুরুত্ব দেওয়া হয়েছে। তারপর ধীরে ধীরে পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের গুরুত্ব বেড়েছে, যাতে শিক্ষার্থী পরবর্তী স্তরের জন্য উপযুক্ত প্রস্তুতির সুযোগ পায়।

শিক্ষার্থী নিজেও যাতে নিজের বিশ্বাস সম্বন্ধে স্বল্প ও স্বচ্ছ ধারণা করতে পারে সেজন্য মূল্যায়নের রিপোর্ট কার্ডে সুনির্দিষ্ট নির্দেশিকা (Rubrics) ও পরিমাপক দেওয়ার প্রয়োজন আছে।

10.5. গাণিতিক পরিমাপের হাতিয়ার (Tools of Assessment in Mathematics)

হাতিয়ার কথাটি অ্যাসেসমেন্টের প্রসঙ্গে ব্যবহার করা হয়েছে যেসব পদ্ধতি বা কৌশল ছাড়া অ্যাসেসমেন্টের জন্য উদ্দেশ্যও সিদ্ধ হবে না। সুতরাং অ্যাসেসমেন্টের হাতিয়ার হল তথ্য সংগ্রহের জন্য একটি স্থায়ী ব্যবহারযোগ্য কৌশল।

সঠিক হাতিয়ারের মাধ্যমে অ্যাসেসমেন্ট প্রক্রিয়া নির্ভরযোগ্য (Reliable), যথার্থ (Valid) এবং নৈর্ব্যক্তিক (Objective) গুণসম্পন্ন হয়ে ওঠে।

হাতিয়ারগুলির প্রকারভেদ পদ্ধতিগত দিক থেকে হাতিয়ারগুলির মধ্যে প্রকারভেদ দেখা যায় যেমন— অভীক্ষা (Test), স্কেল (Scale), উন্মোচনী (Inventory), প্রশ্নোত্তরিকা (Questionnaire), সাক্ষাৎকারিকা (Interview schedule) ইত্যাদি।

10.5.1. পারদর্শিতার অভীক্ষা (Achievement Test) :

অভীক্ষা হল একটি পরিমাপক যন্ত্র যার সাহায্যে শিক্ষার্থীর কাঙ্ক্ষিত আচরণের পরিবর্তনের পরিমাপ করা যায় তাকে পারদর্শিতার অভীক্ষা বলে।

কোনো শিক্ষা পদ্ধতিতে উদ্দেশ্য অনুযায়ী শিক্ষার্থীর জ্ঞান, বোধ, প্রয়োগ, দক্ষতা প্রভৃতির পরিবর্তনের প্রাথমিক বিচার ও সামগ্রিক মূল্যায়নের অন্যতম কৌশল হল পারদর্শিতার অভীক্ষা।

এই অভীক্ষার মাধ্যমে

i) শিক্ষার্থীর সামর্থ্য অর্জনের পরিমাণ নির্ধারণ করা যায়।
ii) শিক্ষার্থীদের পরবর্তী শ্রেণিতে উত্তরণ, গ্রেডিং প্রদান করা যায়।
iii) শিক্ষার্থীর শিক্ষামূলক নির্দেশদান করা যায়।
iv) শিক্ষার্থীর ত্রুটি নির্ণয় ও সংশোধনমূলক পাঠের পরিকল্পনা নেওয়া যায়।

- **নীতি ও ধাপ :**

(ক) নীতি :

i) বিষয়বস্তুর বিশ্লেষণ (Content Analysis)
ii) অভীক্ষাটি কত সময়ের জন্য এবং কী কী ধরনের কত প্রশ্ন থাকবে তা করে নিতে হয়।
iii) অভীক্ষাটি দ্বারা যা মাপতে হবে সেটি ছাড়া অন্য কিছু যেন মাপা না হয়।
iv) অভীক্ষাটি যেন সহজে শিক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ করা যায়।
v) অভীক্ষাটি কম খরচে কম সময়ে ও কম পরিশ্রমে প্রয়োগ করা যায়।

(খ) **আদর্শায়িত অভীক্ষা প্রণয়নের ধাপ :**

১. সংজ্ঞা নির্ধারণ ও কার্যকরী ধারণা গঠন

২. অভীক্ষার পদ নির্বাচন

৩. অভীক্ষা পদের বিচারকরণ

৪. প্রাথমিক প্রশ্নপত্র গঠন

৫. নির্দেশনাদান

৬. নমুনা অভীক্ষার পরীক্ষামূলক প্রয়োগ

৭. নম্বর দান

৮. অভীক্ষা পদের বিন্যস্তকরণ

৯. অভীক্ষাপদগুলির বিন্যস্তকরণ

১০. সময়সীমা নির্ধারণ

১১. যথার্থতা নির্ণয়

১২. নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয়

১৩. আদর্শমান নির্ণয়

(গ) **আদর্শায়িত অভীক্ষা প্রণয়নের ধাপ :**

(i) কোন অংশের উপর প্রশ্ন করা হবে তা ঠিক করতে হবে।

(ii) নির্দিষ্ট উদ্দেশ্যগুলি নির্বাচন করতে হবে।

(iii) বিভিন্ন ধরনের প্রশ্ন কী অনুপাতে থাকবে ও সংখ্যা কত হবে তা ঠিক করতে হবে।

(iv) উদ্দেশ্য, বিষয়, প্রশ্নের গঠন, সংখ্যা ও আনুপাতিক (গুরুত্ব) একত্র করে Blue Print তৈরি করতে হবে।

(v) অভীক্ষার বিশ্লেষণ করতে হবে।

(vi) উত্তরগুলিকে Score দিতে হবে।

- **পারদর্শিতার অভীক্ষার উদাহরণ :**

(i) বিষয়বস্তুর বিশ্লেষণ :

বিষয় - গণিত

শ্রেণি - সপ্তম

একক - বীজগণিত সূত্রাবলি

উপএকক -
- $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
- $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$
- $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab$ / $(a-b)^2+2ab$

(ii) আচরণগত উদ্দেশ্য নির্ধারণ :

জ্ঞানমূলক

(a) $(a+b)^2$ বিবৃতি করতে পারবে।

(b) $(a-b)^2$ বিবৃতি করতে পারবে।

(c) a^2-b^2 বিবৃতি করতে পারবে।

বোধমূলক

(a) $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2 সূত্রগুলিকে ব্যাখ্যা করতে পারবে।

(b) দুটি রাশির বর্গ ও দুটি রাশির বর্গের সমষ্টির মধ্যে পার্থক্য করতে পারবে।

(c) $(a+b)^2$-কে $(a-b)^2$ আকারে এবং $(a-b)^2$-কে $(a+b)^2$ আকারে লিখতে পারবে।

প্রয়োগমূলক

(a) যে-কোনো দুটি রাশির সমষ্টির বর্গ নির্ণয় করতে পারবে।

(b) যে-কোনো দুটি রাশির অন্তরের বর্গ নির্ণয় করতে পারবে।

(c) যে-কোনো দুটি রাশির বর্গের সমষ্টি এবং বিয়োগফল নির্ণয় করতে পারবে।

(d) বীজগাণিতিক সরল করার সময় এবং অন্যান্য সমস্যার সমাধানে এই সূত্রটি প্রয়োগ করতে পারবে।

(iii) উপ-একক এবং উদ্দেশ্যাবলির ভিত্তিতে নম্বর বিভাজন :

উপ-একক	মোট নম্বর	জ্ঞান	বোধ	প্রয়োগ	দক্ষতা	আনুপাতিক হার
$(a+b)^2$	10	3	4	2	1	40
$(a-b)^2$	6	–	3	2	1	24
a^2-b^2	6	3	–	2	1	24
a^2+b^2	3	1	1	1	–	12
মোট নম্বর	25	7	8	7	3	100
আনুপাতিক হার		28	32	28	12	

(iv) অভীক্ষাপত্র তৈরির রূপরেখা :

উপ-একক	শূন্যস্থান পূরণ			সঠিক উত্তর নির্বাচন			বামদিকের সঙ্গে ডানদিক সাজানো			সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন			
	জ্ঞা	বো	প্র	জ্ঞা	বো	প্র	জ্ঞা	বো	প্র	জ্ঞা	বো	প্র	দ
$(a+b)^2$	1. (e)	1. (a)			2. (b)		3. (a) (d)		3. (c)		4. (f) (g)	4. (d)	4. (a)
$(a-b)^2$					2. (d)	2. (c)		3. (b)			4. (h)	4. (b)	4. (i)
a^2-b^2			1. (d)	2. (a) (e)						4. (j)		4. (c)	4. (e)
a^2+b^2	1. (c)		1. (b)		2. (f)								

(iv) একক পারদর্শিতার অভীক্ষাপত্রের নমুনা :

বিষয়— গণিত

একক— বীজগণিত সূত্রাবলি | পূর্ণমান— 25

শ্রেণি— সপ্তম | সময়— 30 মিনিট

১. শূন্যস্থান পূরণ করো :

a) $25a^2+ — + 9 = (5a+3)^2$

b) $a+\frac{1}{a}=5$ হলে $a^2+\quad = ——$

c) $2(x^2+y^2) = —?$

d) $(p+3)(p-3) = —?$

e) m এবং n-এর সমষ্টির বর্গ ——

২. সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :

a) $m^2-n^2 = ?$ (i) m^2+n^2-2mn (ii) m^2-n^2+2mn (iii) $(m+n)(m-n)$ (iv) $(m-n)^2+4mn$

b) $(5+a)^2 = ?$ (i) $25+a^2+10a$ (ii) $25-10a+a^2$ (iii) $25+a^2$ (iv) $a^2+5a+25$

c) $(101)^2 = ?$ (i) 10100 (ii) 10201 (iii) 10001 (iv) 101200

d) $(x-y)^2$-কে কত যোগ করলে $(x+y)^2$ হবে? (i) 2xy (ii) 3xy (iii) xy (iv) 4xy

e) ab = কত?

(i) $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2+\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$ (ii) $(a+b)^2-(a-b)^2$

(iii) $(a+b)^2+(a-b)^2$ (iv) $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

f) $m^2+n^2=0$ হলে কোনটি সত্য?

(i) $m=0, n=0$ (ii) $m=0, n\neq0$, (iii) $m<0, n>0$, (iv) $m>0, n<0$

৩. বামদিকের সঙ্গে ডানদিকের মিল করো :

বামদিক	ডানদিক
(a) 4pq	(i) অসমান
(b) $(99)^2$	(ii) 9801
(c) p^2+q^2-t পূর্ণবর্গ	(iii) 9999
(d) $x^2-2xy^2+y^2$-এর দুটি উৎপাদকের মান সমান	(iv) $t = 2pq$
	(v) $(p+q)^2+(p-q)$
	(vi) $(p+q)^2-(p-q)^2$
	(vii) সমান

৪. **সংক্ষিপ্ত উভয়ভিত্তিক প্রশ্ন :**

a) প্রমাণ করো $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$

b) $(5p+7q)$ বর্গ নির্ণয় করো

c) $(m+n-p)(m-n+p) =$ কত?

d) $(ab+cd)^2$ কত?

e) 3a-কে দুটি বর্গের অন্তররূপে লেখো।

f) $73 \times 73 - 2 \times 73 \times 33 + 33 \times 33 =$ কত?

g) $\frac{x}{5} + \frac{x^2}{25} + 1 = ?$

h) p^2-4-এর সঙ্গে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে?

i) $(x-y)^2$-কে $(x+y)^2$ সাহায্যে লেখো।

j) একটি রাশির দুটি উৎপাদক $2p+3$ এবং $2p-3$ রাশিটি কী?

10.5.2. নির্ণায়ক অভীক্ষা (Diagnostic Test) :

শিক্ষার্থীর শিখন বিষয়ের ত্রুটি বা দুর্বলতাগুলি কী ধরনের এবং ত্রুটিগুলি কোথায় ও তার কারণ চিহ্নিত করার জন্য যে অভীক্ষার প্রয়োগ করা হয় তাকে **নির্ণায়ক অভীক্ষা** বলে। পারদর্শিতার অভীক্ষার মাধ্যমে শিক্ষার্থীর অগ্রগতির পরিমাপ করা হয় কিন্তু নির্ণায়ক অভীক্ষার উদ্দেশ্য হল শিক্ষার্থীর দুর্বলতার দিকগুলি চিহ্নিত করা এবং দুর্বলতার কারণ নির্ণয় করা।

এই নির্ণায়ক অভীক্ষা তৈরি করতে হলে পাঠক্রমের কম অংশ নিয়ে অনেক প্রশ্নসংখ্যা বেশি তৈরি করতে হবে। এই অভীক্ষাপদ নির্বাচন করার সময় শিক্ষার্থী কোন কোন জায়গায় ভুল করতে পারে তার ভিত্তিতে অভীক্ষাপদ নির্বাচন করতে হবে।

অভীক্ষাপদগুলি প্রধানত নৈর্ব্যক্তিক ও অতি সংক্ষিপ্ত হবে এবং পারদর্শিতার অভীক্ষার পরে এই অভীক্ষা প্রয়োগ করতে হবে। এই অভীক্ষার ভিত্তিতে নম্বর প্রদান বা প্রমোশন দেওয়া হয় না।

সামগ্রিকভাবে শিক্ষাব্যবস্থার কার্যকারিতা জানতে ও আকাঙ্ক্ষিত পরিবর্তন আনতে নির্ণায়ক অভীক্ষা অবশ্যম্ভাবী।

- **নির্ণায়ক অভীক্ষা (Diagnostic Test)-এর নমুনা প্রশ্নপত্র :**

বিষয়—গণিত শ্রেণি—ষষ্ঠ

পাঠ একক—গড় নির্ণয়

1. গড় কাকে বলে?
2. 5, 6, 8, 7, 9-এর গড় কত?
3. 1.3, 4.4, 3.3-এর গড় কত?
4. প্রথম তিনটি মৌলিক সংখ্যার গড় নির্ণয় করো।
5. গড় মান $= \frac{\text{রাশিগুলির সমষ্টি}}{?}$
6. 3 জনের বয়স 15, 25 এবং 8 বছর হলে তাদের বয়সের গড় কত?

7. 4টি সংখ্যার গড় 7 হলে, সংখ্যাগুলির সমষ্টি কত?

8. 5, 7, 3 এবং অপর একটি সংখ্যার গড় 4 হলে অপর সংখ্যাটি কত?

9. 3 জনের গড় রান 40 হলে, দুজনের রান 30, 45 হলে অপর জনের রান কত?

10. কোনো কারখানায় 7 দিনে গড়ে 30টি করে TV উৎপাদন হলে মোট কতগুলি TV উৎপাদন হবে?

11. কোনো শহরের লোকসংখ্যা 1990-এ 500000 থেকে 2000 সালে 700000 হলে বাৎসরিক গড় লোকসংখ্যা বৃদ্ধি কত?

10.6 গণিতের ভুল ধারণার বিচারকরণ (Assessment of Misconception in Mathematics)

গণিতের ধারণা পরোক্ষভাবে পরিবেশ থেকে না এসে এক ব্যক্তি থেকে অপর ব্যক্তির মধ্যে সঞ্চালনের ক্ষেত্রে এই সমস্যা তৈরি হয়। শিক্ষার্থী সক্রিয়তার মাধ্যমে প্রত্যক্ষণ ও বর্ধিত ধারণার মাধ্যমে নতুন ধারণা গঠন করে।

- **ভুল ধারণা বিবেচনার গুরুত্ব :**

i) শিক্ষার্থী মনের ভিতরের বিশ্বাস (Mental Framework) থেকে নতুন ধারণার অর্থ গঠন করে।

ii) বাইরের হস্তক্ষেপ ব্যতিরেকে শিক্ষার্থীর ধারণা বাঞ্ছিত ধারণার থেকে পৃথক হওয়ার সম্ভাবনা।

iii) শিক্ষার্থী ভুল সূত্র বা পদ্ধতি প্রয়োগ করে।

iv) একটা বৃহত্তর অংশের শিক্ষার্থীর মধ্যে ভুল ধারণার প্রবণতা থাকে।

ভুল ধারণা প্রায়ই গড়ে ওঠে কারণ শিক্ষার্থী, সক্রিয়তার মাধ্যমে প্রত্যক্ষণ ও নতুন ধারণা ও বর্ধিত ধারণার মধ্যে মিথোস্ক্রিয়া করে।

এই ভুল ধারণাগুলির শনাক্তকরণ করা গেলে শিক্ষা কার্যকরী হয়। শিক্ষার্থীদের মধ্যে যখন বাইরের ধারণা বা পদ্ধতির সঙ্গে মনের অভ্যন্তরীণ তৈরি ধারণার দ্বন্দ্ব তৈরি হয় তখন হতাশার সৃষ্টি হয়। একে Cognitive distress (জ্ঞানগত হতাশা বলে)

আলোচনার মাধ্যমে এই জ্ঞানগত হতাশা দূরীকরণের মাধ্যমে শিখন কার্যকরী হয়।

এই ভুল ধারণা অনেক প্রবাদপ্রতিম গণিতজ্ঞের পদ্ধতির মধ্যেও আছে। জন ওয়ালিস জেনেছিলেন

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{1}{1}$$

তিনি এই ধারণা ভুল করে সমস্ত ঐকিক ভগ্নাংশে প্রয়োগ করেছিলেন

$$\frac{1}{5}<\frac{1}{4}<\frac{1}{3}<\frac{1}{2}<\frac{1}{1}<\frac{1}{0}<\frac{1}{-1}<\frac{1}{-2}<\frac{1}{-3}<....$$

- **ভুল ও ভুল ধারণার মধ্যে পার্থক্য :**

মনোযোগের অভাবে গণনাগত ত্রুটি ভুল এবং ভুল পদ্ধতির প্রয়োগ ভুল ধারণা

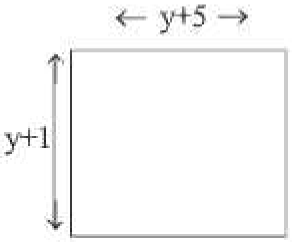
ভুল

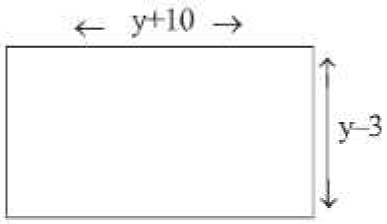
(i)

$$\begin{array}{r} 2\ 3\ \ 8 \\ +\ 1\ 4\ \ 7 \\ \hline 3\ 7\ 1\ 5 \\ \hline \end{array}$$

উত্তরের 1 পরবর্তী অঙ্কের সঙ্গে যোগ না হয়ে ওখানে বসে গেছে। এটা মনোযোগের অভাবে হয়েছে।

.(ii)





(y+1) (y+5)

= y (y+5) + 1 (y+5)

= y^2 + 5y + y + 6

[এখানে 1×5-এর পরিবর্তে

1+5 = 6 করেছে।]

(y+10) (y–3)

= y (y–3) +10 (y–3)

= y^2 –3y +10y +7

[এখানে y = –1 10×(–3)= –30-এর পরিবর্তে

10–3 = 7 করেছে।]

ভুল ধারণা

(i) $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=\frac{5}{8}$

শিক্ষার্থী ভগ্নাংশের যোগের পরিবর্তে লবদ্বয়ের যোগ ও হরদ্বয়ের যোগ করেছে।

(ii) x=5 হলে 2x+13 = 38

3+6x = 68

এখানে 2x-এর জায়গায় 2×5-এর পরিবর্তে 25 লেখা হয়েছে। 6x-এর 6×5-এর পরিবর্তে 65 লেখা হয়েছে।

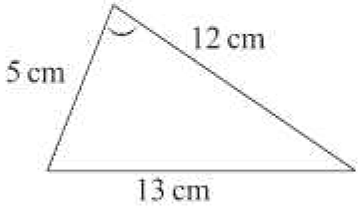
(iii) যদু রায়ের উচ্চতা 0.9 মিটার এবং মধু রায়ের চেয়ে .6 মিটার বেশি লম্বা। মধুর উচ্চতা কত?

শিক্ষার্থীর পূর্ণসংখ্যা যোগের ধারণা ভালো কিন্তু দশমিক কোথায় বসাতে হয় তার ধারণা ভুল।

(iv)

$x = y = 45^\circ$

শিক্ষার্থীর অনেক সময় ভুল ধারণা হয় যে y-এর বেশি বড়ো ফাঁক (Gap) তাই y কোণটি বড়ো।

(v) 

শিক্ষার্থী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে গিয়ে $\frac{1}{2} \times 13 \times 5$ করবে কারণ ফর্মুলার $\frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা ক্ষেত্রে নীচের আনুভূমিক রেখাকে ভূমি এবং 5-কে উচ্চতা ধরবে।

(vi)

ABC ~ PQR এবং ΔABC-এর ক্ষেত্রফল ৪ বর্গসেমি হলে ΔPQR-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো?

যেহেতু AB = 3 cm. এবং PQ = 6 cm. সেক্ষেত্রে PQ = 2AB অর্থাৎ ক্ষেত্রফলের ক্ষেত্রেও ΔPQR-কে ΔABC = 8 বর্গসেমি-এর দ্বিগুণ করবে অর্থাৎ ΔPQR = 16 বর্গসেমি লিখবে।

(vii)

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 4 \\ +\ 1\ 6\ 7 \\ \hline 2\ 4\ 2 \\ \hline \end{array}$$

শিক্ষার্থীদের মধ্যে খুব সাধারণ ভুল ধারণা কারণ 2টি চকোলেট থেকে 6টি চকোলেট সরিয়ে নেওয়া অবাস্তব তাই তারা ভাবে 6 থেকে 2 সরিয়ে নেওয়ার কথা। এটাকে বিপরীতার্থক ত্রুটি (Inversion Error) বলে।

(viii) ছোটো থেকে বড়ো আকারে সাজাও

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{4}$

উত্তর : $\frac{5}{16}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$

শিক্ষার্থীর ধারণা যে হর বড়ো হলে সংখ্যা ছোটো হয়, লবের কোনো ভূমিকা নেই সেইজন্য $\frac{3}{8}$ এবং $\frac{5}{8}$-কে পরপর ঠিক জায়গায় রেখেছে। অনেক সময় তাদের ধারণা $\frac{5}{16} < \frac{1}{2}$ কারণ একটা কেককে 16 ভাগ করলে 16 টা ছোটো পিস হবে কিন্তু 2 ভাগ করলে 2 টি বড়ো পিস হবে।

(ix) 1000-এর নিকটতম সংখ্যায় লেখো : 15473

উত্তর : 16000

শিক্ষার্থীরা 15473-কে 10-এর নিকটতম 15470 লিখবে

তারপর 15470-কে 100-এর নিকটতম 15500 লিখবে

এবং 15500-কে 1000-এর নিকটতম 16000 লিখবে।

(x) সমাধান করো : $3x + 3 = 6x + 1$

উত্তর : $\cancel{3}x + 3 = \cancel{6}x + 1$

বা, $x + 3 = 2x + 1$

বা $x = 2$

দু-দিকে 3x এবং 6x-কে 3 দ্বারা ভাগ করে ভুল করল।

(xi) যেহেতু $2(a+b) = 2a+2b$

$\therefore \quad (a+b)^2 = a^2+b^2$, $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, $3(abc) = 3a.3b.3c$

$2(a+b) = 2a + 2b$ এই Distributive নিয়মের সাধারণীকরণ করে।

(xii) সমাধান করো : $x^2-4x+3=12$

বা $x^2-3x-x+3 = 12$

বা $(x-3)(x-1) = 12$

বা $x-3=12 \quad x-1 = 12$

বা $x=15 \quad | \quad x=13$

দ্বিঘাত সমীকরণে ডানদিক শূন্য (0) হলে যেভাবে সমাধান করা যায় সেইভাবে এখানেও সমাধান করা হয়েছে।

শিক্ষার্থীদের ভুল ধারণার কারণ নির্ণয় করতে না পারলে তার ভুল সংশোধন সম্ভব হয় না। তাই শিক্ষককে শিক্ষার্থীর নতুন ধারণা ও অধীন ধারণার মিথোস্ক্রিয়ার ত্রুটি নির্ণয় করতে হবে।

শিক্ষার্থী যদি নিজের জ্ঞানের সঠিক বোধগম্যতার মধ্য দিয়া ভুল ধারণার পরিবর্তন করে তবেই এই ভুল ধারণার দূরীকরণ ও সঠিক ধারণার গঠন হবে।

10.7 সারসংক্ষেপ (Summary)

শিক্ষার উদ্দেশ্য অনুযায়ী শিক্ষার্থীর মধ্যে কাঙ্ক্ষিত আচরণগত পরিবর্তনের পরিমাপকে পরিমাপন এবং সামগ্রিক বিচারকে মূল্যায়ন বলে।

মূল্যায়ন গঠনমূলক (Formative) প্রস্তুত চলাকালীন এবং শেষে সার্বিক বা সংকলনধর্মী (Summative) দুরকম হয় এবং এরা একে অপরের পরিপূরক।

বর্তমানে নিরবচ্ছিন্ন সার্বিক মূল্যায়ন (CCE) যার মাধ্যমে শিক্ষার্থীর বৌদ্ধিক দিক ছাড়াও শারীরিক, প্রাক্ষোভিক, মানসিক, নৈতিক ও অনুভূতিমূলক দিকের বিকাশ নির্ণয় করা যায়।

গণিতের পারদর্শিতার পরীক্ষা ও নির্ণায়ক পরীক্ষার উভয় পরীক্ষার মাধ্যমে শিক্ষার্থীর অগ্রগতি এবং অগ্রগতির বাধা নির্ণয় করা ও তার দূরীকরণের ব্যবস্থা করা যায়।

গণিতের ভুল এবং ভুল ধারণা দুটোই শিক্ষার্থীর গণিতের অগ্রগতির ক্ষেত্রে অন্তরায় হয়। শিক্ষকের দায়িত্ব এই ভুল ধারণা বিভিন্ন উপায়ে শিক্ষার্থীর মন থেকে দূর করা।

10.8 অনুশীলনী (Unit End Exercise)

1. **বহু নির্বাচনধর্মী প্রশ্নাবলি :**

(ক) মূল্যায়নের ত্রিভুজ (Triangle of Evaluation)-এর ধারণাটি দিয়েছেন —

i) হার্বার্ট ii) ব্লুম iii) ডিউই iv) পিয়াজেঁ

(খ) CCE কথার অর্থ হল—

i) Continuous Competitive Examination

ii) Comprehensive Continous Evaluation

iii) Continuous Comprehensive Evaluation

iv) Cumulative Comprehensive Evaluation

(গ) শিক্ষা কার্যক্রম চলাকালীন যে মূল্যায়ন করা হয়, তা হল—

i) গঠনমূলক মূল্যায়ন ii) সমষ্টিগত মূল্যায়ন iii) নিরবচ্ছিন্ন ও সামগ্রিক মূল্যায়ন iv) নির্ণায়ক মানভিত্তিক মূল্যায়ন

(ঘ) নির্ণায়ক অভীক্ষার মাধ্যমে মূলত জানা যায়—

i) শিক্ষার্থীর গণিতে পিছিয়ে পড়ার কারণ ii) শিক্ষার্থীর গণিতের অগ্রগতি iii) বুদ্ধির পরিমাপ iv) গুণগত মানের পরিমাপ

(ঙ) অ্যাসেসমেন্ট হল—

i) পরিমাপ ও মূল্যায়নের নীচের স্তর ii) পরিমাপ ও মূল্যায়নের ওপরের স্তর iii) পরিমাপ ও মূল্যায়নের মাঝের স্তর iv) কোনটাই নয়

2. অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) মূল্যায়নের সংজ্ঞা দিন।

(খ) পদ্ধতিগত দিক থেকে পরিমাপের হাতিয়ারগুলি কী কী?

(গ) নির্ণায়ক অভীক্ষা বলতে কী বোঝায়?

(ঘ) ভুল ও ভুল ধারণার মধ্যে পার্থক্য কী?

3. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) গঠনমূলক ও সমষ্টিগত মূল্যায়নের পার্থক্য লিখুন।

(খ) গণিতের যে-কোনো একটি বিষয়ের ওপর নির্ণায়ক অভীক্ষা প্রস্তুত করুন।

(গ) মূল্যায়নের উদ্দেশ্যগুলি লিখুন।

(ঘ) কী কী কারণে শিক্ষার্থীদের মধ্যে গণিতের ভুল ধারণা গড়ে ওঠে, উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

4. রচনাধর্মী প্রশ্নাবলি :

(ক) পারদর্শিতার অভীক্ষা কী? একটি আদর্শ অভীক্ষা পত্র ব্লু-প্রিন্টসহ প্রস্তুত করুন।

(খ) প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়নের সূচকগুলি উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

নমুনা প্রশ্নপত্র

গণিত শিখন ও শিক্ষণ (CPS - 03)

সময় : ৩ ঘণ্টা পূর্ণমান — ৭০

1. নীচের সব প্রশ্নগুলির উত্তর দিন। শুধুমাত্র প্রশ্নের ক্রমিক সংখ্যা এবং সঠিক উত্তরটির ক্রমিক সংখ্যা আপনার উত্তরপত্রে লিখুন। প্রয়োজনীয় খসড়া কাজ উত্তরপত্রেই করবেন। **1×20=20**

a. প্রদত্ত শ্রেণিটিতে কোন সংখ্যাটি ভুলভাবে দেওয়া আছে?

1, 3, 12, 25, 48

i) 3 ii) 12 iii) 25 iv) 48

b. $\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\left(1-\frac{1}{n}\right)=?$

i) $\frac{1}{n}$ ii) $\frac{2}{n}$ iii) n iv) $(n-1)$

c. একটি সংখ্যা এবং তার বর্গের যোগফল 182 হলে, সংখ্যাটি হবে—

i) 16 ii) 26 iii) 28 iv) 13

d. যদি '+' মানে 'বিয়োগ', '×' মানে 'ভাগ' , '÷' মানে 'যোগ' এবং '–' মানে 'গুণ' হয়, তবে প্রদত্ত রাশিমালাটির মান কত হবে?

$24 \times 6 - 3 \div 4 + 7$

i) 9 ii) 81 iii) 121 iv) 99

e. শূন্যস্থান পূরণ করুন :

কতকগুলি ভগ্নাংশের গ.সা.গু. = $\dfrac{\text{লবগুলির } \ldots\ldots\ldots\ldots}{\text{হরগুলির } \ldots\ldots\ldots\ldots}$

i) $\dfrac{\text{লবগুলির গ.সা.গু.}}{\text{হরগুলির ল.সা.গু.}}$ ii) $\dfrac{\text{লবগুলির ল.সা.গু.}}{\text{হরগুলির গ.সা.গু.}}$

iii) $\dfrac{\text{লবগুলির গুণফল}}{\text{হরগুলির গুণফল}}$ iv) $\dfrac{\text{লবগুলির গুণফল}}{\text{হরগুলির গ.সা.গু.}}$

f. ABC ত্রিভুজের $\angle A = 45^\circ$ এবং $\angle B = 60^\circ$। ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু কোনটি?

i) AB ii) BC iii) CA iv) সব বাহু সমান

g. 2012 সালের প্রজাতন্ত্র দিবস বৃহস্পতিবার হলে 2013 সালের প্রজাতন্ত্র দিবস কবে?

i) শুক্রবার ii) শনিবার iii) মঙ্গলবার iv) বৃহস্পতিবার

h. বহুনির্বাচনধর্মী প্রশ্নে সঠিক উত্তরটি শনাক্ত করতে পারা—

i) জ্ঞানমূলক শিখন সামর্থ্য ii) বোধমূলক শিখন সামর্থ্য

iii) প্রয়োগমূলক শিখন সামর্থ্য iv) দক্ষতামূলক শিখন সামর্থ্য

i. অসমাপ্ত বণ্টনের (open ended distribution) .... নির্ণয় করা যায় না।

i) মধ্যক (median) ii) Mode iii) গড় (Mean) iv) সবকয়টি

j. অখণ্ড সংখ্যা বলা হয়—

i) স্বাভাবিক সংখ্যাগুলিকে ii) 2 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলিকে

iii) শূন্য এবং স্বাভাবিক সংখ্যাগুলিকে iv) জোড় সংখ্যাগুলিকে

k. একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 25 ফুট। যদি আয়তক্ষেত্রটির ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য 15 ফুট হয়, তবে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল—

i) 420 বর্গফুট ii) 300 বর্গফুট iii) 360 বর্গফুট iv) 400 বর্গফুট

l. XLII = ?

i) 62 ii) 42 iii) 82 iv) 52

m. যে-কোনো ধরনের পরিমাপকে রাশিবিজ্ঞানে সংখ্যা দিয়ে প্রকাশ করা হলে তাকে বলে—

i) Sample ii) Score iii) Trait iv) Statistics

n. যদি 1 = 1, 2 = 3, 3 = 5, 4 = 7 ..... হয় তাহলে 15 = ?

i) 29 ii) 28 iii) 31 iv) 17

o. শ্রেণিকক্ষের বাইরেও কার্যকরী পদ্ধতিটি হল—

i) পরীক্ষণ পদ্ধতি ii) পর্যবেক্ষণ পদ্ধতি iii) প্রদর্শন পদ্ধতি iv) প্রতিপাদক পদ্ধতি

p. শিক্ষায় মূল্যায়নের উদ্দেশ্য হল—

i) চিহ্নিতকরণ ii) ভবিষ্যৎ অনুমান করা iii) শিক্ষার্থীর আচরণ পরিবর্তন iv) সবকটি

q. বৃত্তের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমার সাংখ্যমান সমান হলে ব্যাসার্ধ কত?

i) $r = 3$ ii) $r = 2$ iii) $r = \frac{22}{7}$ iv) $r = 1$

r. $10 \times 20 \times 30 \times 40 \times$ .... $\times 100$ সংখ্যাগুলির গুণের শেষে কতগুলি শূন্য আসবে?

i) 10 টি ii) 11 টি iii) 15 টি iv) 12 টি

s. যদি INDUS = 03865 এবং TENNIS = 243305 হয় তাহলে, STUDENT = ?

i) 5268432 ii) 5628423 iii) 5648324 iv) 5268234

t. একটি ঘড়িতে 3 : 20 বাজে। সেই ঘড়িটির উলটোদিকে একটি আয়না রাখলে তাতে কত দেখাবে?

i) 8 : 20 ii) 8 : 10 iii) 8 : 40 iv) 8 : 45

2. যে-কোনো দশটি প্রশ্নের উত্তর দিন (প্রতিটি 25 শব্দের মধ্যে) : 2×10=20

a. যুক্তি সহকারে বুঝিয়ে বলুন 8টি বই ও 5টি খাতা যোগ করলে কত হবে?

b. $56 - [16 + \{15 - (14 - \overline{13 - 12})\}] = ?$

c. যুক্তি ও চিত্রসহ প্রমাণ করো $\frac{1}{3}$ এবং $\frac{2}{6}$ সমান।

d. পূরক কোণ ও সম্পূরক কোণ কাকে বলে?

e. বিন্দু ও সরলরেখার সম্পর্ক কী? চিত্রদ্বারা বুঝিয়ে দাও।

f. অন্তত চারটি ক্ষেত্রে গণিত শিক্ষায় শিক্ষা উপকরণ হিসাবে আপনার ডট পেনটি ব্যবহার করুন।

g. কয়েকটি ফুলের সাহায্যে আপনার শিক্ষার্থীদের শূন্যের ধারণা দিন।

h. গণিত শিখনে অনগ্রসরতার শিক্ষার্থী সম্বন্ধীয় কারণগুলি কী কী?

i. বিস্তার বা বিষমতা (Dispersion) কী?

j. নির্মিতিবাদ কাকে বলে?

k. গুণনিয়ক এবং গুণিতকের পার্থক্য কী?

l. ট্রেনের এবং বিমানের সময় কীভাবে দেখানো হয়?

3. যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন (প্রতিটি 250 শব্দের মধ্যে) : 7×2=14

a. শিখন শিক্ষণ উপকরণ বলতে কী বোঝ? এটি কয় প্রকার ও কী কী উদাহরণসহ লেখ।

b. প্রদর্শন পদ্ধতি কাকে বলে? পরীক্ষণ পদ্ধতির সঙ্গে এই পদ্ধতিটির পার্থক্য কী?

c. গড় (mean), মধ্যক (median) এবং ভূয়িষ্ঠক (mode)— কোনটি কোন ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয়?

4. যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দিন (500 শব্দের মধ্যে) : 16×1=16

a. কাম্য শিখন সামর্থ্য এবং উদ্দেশ্য উল্লেখ করে চতুর্থ শ্রেণির জন্য একটি ব্যাপ্ত পাঠটীকা রচনা করুন।

b. গণিত শিক্ষায় লক্ষ্যের ক্ষেত্রগুলি আলোচনা করুন।

পশ্চিমবঙ্গ সরকার

বিদ্যালয় শিক্ষা বিভাগ

রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদ